UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
UNIVERSIDADE ESTADUAL DO AMAZONAS

Programa De Pós-Graduação Em Educação Em Ciências E Matemática
Rede Amazônica De Educação Em Ciências E Matemática

Rossiter Ambrósio dos Santos

A IMPLEMENTAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA PERSPECTIVA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Manaus
20 de fevereiro de 2015

Rossiter Ambrósio dos Santos

A IMPLEMENTAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA PERSPECTIVA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Tese apresentada a banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Ciências e Matemática (PPGECEM) da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC) como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Ciências e Matemática Sob a orientação do Profº Dr. **Yuri Expósito Nicot.**

Manaus
20 de fevereiro de 2015

S237i Santos, Rossiter Ambrósio dos.

A IMPLEMENTAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA PERSPECTIVA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA / Rossiter Ambrósio dos Santos – 2015
173f. : il. color. ;30 cm.

Orientador: Yuri Expósito Nicot
Tese (doutorado) – Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Cuiabá, 2015.
Inclui bibliografia.

1. Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática.

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Rossiter Ambrósio dos Santos

A IMPLEMENTAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA PERSPECTIVA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Tese apresentada a banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Ciências e Matemática (PPGECEM) da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC) como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Ciências e Matemática.

Aprovada em ___/___/______

____
Profª Dra. Josefina Barrera Kalhil
Universidade Estadual do Amazonas (UEA)

____
Profª Dra. Gladys Denise Wielewski
Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT)

____
Profº Dr. Josimar de Sousa
Universidade Estadual do Mato Grosso (UNEMAT)

____
Profª Dra. Ana Frazão Teixeira;
Universidade Estadual do Amazonas (UEA)

____
Profº. Dr. Nilomar Vieira de Oliveira;
Universidade Federal do Amazonas(UFAM)

____
Profº. Dr. Oscar Tintorer Delgado
Universidade Estadual de Roraima(UERR).

____
Professor Dr. Yuri Expósito Nicot
Universidade Federal do Amazonas(UFAM)
(Orientador)

Aos meus filhos; Paulo Rossiter, Káge Eduardo, Aysha Hadassa, e Sáder Ageu, como um elemento de motivação que os tornem capazes de desbravar os saberes deste mundo, mantendo sempre a justiça, a ética e o amor ao próximo;

À minha mãe Raimunda Luana Ambrósio que sempre me incentivou a trilhar o caminho dos saberes sem jamais desistir diante dos obstáculos de percurso.

Ded

AGRADECIMENTOS

Ao completar mais uma das etapas da minha formação profissional, tendo plena consciência de que jamais teria êxito sozinho. Pessoas, instituições e situações têm contribuído para que este trabalho logre o resultado e sucesso desejado, após percorrer um árduo – mas necessário – caminho.

Agradeço primeiramente a Deus, meu tutor.

Ao meu orientador Profº Dr.Yuri Expósito Nicot, de quem obtive orientação competente, dedicação responsável, opiniões precisas, sugestões sábias, educação com paciência e companheirismo amistoso.

A Profª Dra. Josefina B. K. Coordenadora do Pólo Acadêmico de Manaus da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC), por seu profissionalismo competente e exemplar, com o qual sempre nos apoiou dando condições para que se fizesse este trabalho.

A todos os colegas professores e alunos da REAMEC, que me proporcionaram a chance de crescer como pesquisador e pessoa.

Em especial, ao professor Evandro Ghedin, pela gentileza e sensatez com a qual permitiu o meu ingresso e permanência no programa de Doutorado e por ter se revelado um grande amigo.

Aos professores componentes da banca examinadora no processo de pré-defesa desta tese, pela leitura, avaliação e sugestões a partir do texto original a eles apresentado.

A Sra. Aldely Sousa, por sua cortesia e hospitalidade diante da dificuldade de estadia no período de formação na Cidade de Manaus-AM, provando que realmente, os amigos possuem um valor inestimável.

Aos estudantes da Licenciatura em Matemática, por terem participado da pesquisa e contribuído essencialmente com este trabalho.

À Profª Dra. Marta Pontín Darsie e à Profª Dra. Gladys Denise Wielewski, pela dedicação junto à coordenação geral da REAMEC, e pelo incentivo e valorização dada ao nosso trabalho.

Ao Robson, secretário do programa de pós Graduação da UEA, que sempre esteve pronto a nos auxiliar.

Finalmente, agradeço à Ronilda Roacab de Meneses, pelo incentivo, constante apoio e colaboração dedicados a este trabalho em todos os momentos de sua árdua, mas precisa e satisfatória caminhada.

“*Por que limitar-se a transmitir conhecimentos*

se os estudantes dispõem para isto, além da imprensa

escrita, inventada há mais de 500 anos,

outros meios de acesso às informações? Por que

não privilegiar discussões em torno de temáticas

levantadas junto aos alunos? Por que não

prestigiar a aquisição de mentes criativas e inquiridoras,

através de debates, de resoluções de

problemas extraídos da própria realidade sociocultural?”

(BALZAN NC, 1999, *apud* CYRINO e PEREIRA, 2004, p. 1).

BIOGRAFIA

Rossiter Ambrósio dos Santos, filho de Manoel Fabiano Ferreira dos Santos e Raimunda Luana Ambrósio dos Santos. Nasceu em 15 de Dezembro de 1975, em Itacoatiara – AM.

Em 2003, graduou-se no Curso de Licenciatura e Matemática na Universidade Federal de Roraima.

Em 2005 especializou-se no Curso de Novas Tecnologias para o Ensino de Ciências e Matemática na Universidade Luterana do Brasil (ULBRA) Campus Canoas- RS.

Em 2006, iniciou o Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática na Universidade Luterana do Brasil (ULBRA) Campus Canoas- RS. Defendeu sua dissertação em agosto de 2009.

Em 2011, iniciou o Curso de Doutorado em Educação em Ciências e Matemática na Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC)[1].

[1] O autor registra sua trajetória completa nas apêndices.

RESUMO

Desde o último quarto do Século XX, tem se percebido uma crescente presença da Matemática em diversos campos da atividade humana. Este fato coloca diante da escola, a seguinte questão: Como tornar o processo de ensino aprendizagem da Matemática mais agradável, mais significativo, mais prazeroso e mais aplicável no dia a dia? Nesse sentido, desde 1980, as reformas ocorridas no currículo escolar brasileiro têm dado destaque à Resolução de Problemas como um Método didático e pedagógico de relevância para o desenvolvimento intelectual dos estudantes e para tornar mais eficaz o processo de ensino aprendizagem de Matemática. No entanto, as pesquisas realizadas por estudantes de Graduação Matemática, da Universidade Estadual de Roraima – UERR, *Campus* Rorainópolis, podem atestar os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) que afirmam que os professores pouco conhecem sobre os conceitos e abordagens do método de Resolução de Problemas. Tal fato supõe haver a necessidade de mais referenciais sobre a implementação da resolução de problemas no processo de ensino aprendizagem da matemática, na sala de aula. Buscando contribuir com uma solução para esta problemática, nesta pesquisa, o autor apresenta um Modelo Pedagógico construído sobre a base da teoria da Aprendizagem Significativa, no qual a Resolução de problemas de matemática constitui o elemento direcionador e reorganizador do ensino e da aprendizagem de matemática de acordo com a perspectiva metodológica de Onuchic e Allevato (2004). O modelo foi estruturado atendendo às características sócio-psicológicas dos estudantes da Disciplina Matemática Básica I, da Licenciatura em Matemática, da Universidade Estadual de Roraima (UERR), com enfoque no estudo das funções matemáticas, tema que possui grande importância para a aprendizagem no entendimento de outras disciplinas, tais como Cálculo I e II e Álgebra Linear, enfrentadas pelos estudantes no início da Graduação. O modelo foi testado com os estudantes de Licenciatura em Matemática da (UEER), futuros professores de Matemática, através da técnica da intervenção pedagógica com investigação em sala de aula. Para a construção do modelo proposto foi utilizado o Método Sistêmico Estrutural. A validação do mesmo foi feita com base nos resultados de sua implementação em sala de aula. A implementação por sua vez, foi avaliada de modo interno mediante o critério de árbitros constituídos e de modo externo, mediante o Método Delphi. A partir dos resultados deste trabalho pretende-se defender a tese de que a partir de uma adequada orientação metodológica sobre a base da implementação de um modelo pedagógico estruturando a teoria da aprendizagem significativa, é possível contribuir para o aperfeiçoamento do ensino aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas, na disciplina “Matemática Básica I”, na Universidade Estadual de Roraima (UERR), Campus Rorainópolis/RR.

Palavras - chave: Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática. Resolução de Problemas de Matemática. Funções matemáticas. Aprendizagem Significativa.

ABSTRACT

Since the last quarter of the twentieth century has seen a growing presence of mathematics in various fields of human activity. This poses in front of the school, the question: How to make the learning process more enjoyable learning of mathematics, more meaningful, more enjoyable and more applicable in everyday life? In this regard, since 1980 the reforms that took place in the Brazilian school curriculum, have highlighted the Troubleshooting excellent didactic and pedagogical method for the intellectual development of students and to make more effective the teaching learning process of Mathematics. However, research carried out by graduate students Mathematics, State University of Roraima - UERR, Campus Rorainópolis, can attest to the National Curriculum Parameters (BRAZIL, 1998) which states that teachers know little about the concepts and resolution method approaches Problems. This fact implies the need to be more references on the implementation of problem solving in the process of teaching and learning of mathematics in the classroom. Seeking to contribute to a solution to this problem, in this research, the author presents a pedagogical model built on the basis of the theory of Meaningful Learning, in which mathematics Troubleshooting is the driver element and reorganizing the teaching and learning of mathematics according to the methodological perspective of Onuchic and Allevato (2004). The model was structured taking into account the socio-psychological characteristics of students of Mathematics Basic Course I, the Degree in Mathematics, State University of Roraima (UERR), emphasizing the study of mathematical functions, a topic that has great importance for learning in understanding from other disciplines, such as Calculus I and II and Linear algebra, faced by students in the early graduation. The model was tested with students in Bachelor of Mathematics (UEER), future teachers of mathematics, through the educational intervention technique with research in the classroom. The constructs and analyzes follow the criterion of experts, based on the investigative Systemic Structural Method. From the results of this study intends to defend the thesis that from an appropriate methodological guidance on the basis of the implementation of a pedagogical model structuring the theory of meaningful learning, can contribute to the improvement of teaching math learning through Troubleshooting in the "Basic Mathematics I" course at the State University of Roraima (UERR), Campus Rorainópolis / RR.

Key - words: Teaching Process and Learning of Mathematics. Mathematics Problem Solving. Mathematical functions. Meaningful Learning.

SUMÁRIO

Introdução

De acordo com Groenwald e Nunes (2007) o conhecimento matemático pode constituir uma das formas de desenvolvimento do intelecto dos indivíduos e, manifestar-se através da linguagem oral, escrita e simbólica, com a qual se pode organizar, interpretar e dar significado a muitos dos aspectos da realidade objetiva que se relacionam com problemas que o homem enfrenta na sociedade, na natureza e no próprio pensamento.

Por extensão destas ideias, verifica-se sobre a base das complexidades do sistema educacional contemporâneo brasileiro, que se exige da organização do pensamento algumas habilidades relacionadas ao tratamento de dados, ás previsões, às estimativas de risco, à contextualização e à aplicação do conhecimento já adquirido, em situações novas.

D'Ambrosio (1999) orienta que a presença da Matemática na escola contemporânea se justifica por ser um instrumento útil para a vida e para o trabalho, por ser parte integrante de nossas raízes culturais e por favorecer a formalização do pensamento com clareza e logicidade.

Desde outra ótica, segundo D'Ambrosio (2001) é necessário que a organização do processo de ensino aprendizagem favoreça o estudo de Matemáticas mais úteis, atuais, eficazes, prazerosas, atrativas e instigadoras do pensamento dos estudantes.

Chagas (2005, p.1) evidencia que "as formas de trabalho mais usadas na sala de aula ainda são embasadas utilizando-se diretamente livros-texto e a exposição oral com o resumo de matérias complementadas com exercícios passados no quadro". Este autor ainda afirma que esta forma de trabalho, que combina com a postura autoritária do professor, tem transformado a sala de aula num ambiente de encontro de alunos "totalmente ignorantes" e professores "totalmente sábios", que lhes apresenta informações sobre o conhecimento matemático.

As dificuldades decorrentes da prática do processo de ensino aprendizagem, no caso da Matemática, por mera transmissão do conhecimento, que se fundamenta nos princípios do paradigma positivista da ciência moderna, tem sido apontado, de acordo com Chagas (2005), como a principal causa do baixo índice de rendimento intelectual e acadêmico dos estudantes de matemática na escola.

Na atualidade existe um consenso nacional e internacional que reconhece a necessidade de mudanças nas formas de organização do processo de ensino aprendizagem de Matemática, frente às suas inadequações, visando perspectivas para a formação de um pensamento criativo nos indivíduos que aprendem e exercitam com questões do conhecimento matemático, em função das demandas que a sociedade impõe à escola.

É exatamente no contexto de busca pela elaboração do processo de ensino aprendizagem da Matemática, ativo, fundamentado pedagogicamente através de paradigmas educacionais contemporâneos que toma sentido os debates e discussões acerca das formas de abordagem do conhecimento matemático na escola.

Nesse sentido, a implementação do método de Resolução de Problemas de Matemática pode ser inscrito como uma alternativa metodológica, capaz de romper com outros métodos tradicionais que advogam pela mera transmissão de conhecimentos matemáticos quando se precisa tornar a Matemática mais significativa e mais contextualizada com a realidade objetiva dos estudantes.

Neste trabalho, se toma como referencias às ideias do Grupo de Estudo e Trabalho em Resolução de Problemas (GTERP – UNESP), que seguindo uma perspectiva operacional, apresenta vários estudos e experiências sobre como ensinar matemática através da Resolução de Problemas.

De acordo com estudos de Penaforte (2001), o método de resolução de problemas tem origem na pedagogia do ensino aprendizagem por descoberta relacionada a John Dewey (século XIX – XX), aos movimentos da Escola Nova e o movimento Ativista (onde na aprendizagem por descoberta, o problema constitui uma ponte de ligação entre uma nova situação apresentada para ser resolvida em forma de problema docente e os saberes já constituídos pelos estudantes).

Sobre os contrapontos descritos anteriormente se declarou que o **Objeto** de estudo desta pesquisa é o Processo de Ensino e Aprendizagem da disciplina “Matemática Básica I”, tendo como fundamento a solução do seguinte **Problema Científico**: A organização sistêmica e estrutural do Processo de Ensino e Aprendizagem da disciplina “Matemática Básica I”, para alunos do Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Estadual de Roraima, Campus Rorainópolis, favorece a formação do conceito de “função” em Matemática a partir da Resolução de Problemas, no sustento pedagógico da Aprendizagem Significativa?

O **Objetivo Geral** alcançado com este trabalho de pesquisa foi: Propor um redirecionamento sistêmico e estrutural, partindo de um “Modelo Pedagógico” para organizar didática e metodologicamente o Processo de Ensino e Aprendizagem da disciplina “Matemática Básica I”, através do Método de Resolução de Problemas de Matemática com sustento pedagógico na Aprendizagem Significativa.

São **Objetivos Específicos**:

- ✓ Diagnosticar e constatar a pertinência do problema científico da pesquisa;
- ✓ Analisar o “estudo da arte” e os resultados relacionados com a pesquisa contemporânea envolvendo aspectos referentes à Resolução de Problemas e à Aprendizagem Significativa, priorizando resultados na Região Norte do Brasil;
- ✓ Elaborar um “Modelo Pedagógico” que permita orientar didática e metodologicamente o Processo de Ensino e Aprendizagem da disciplina “Matemática Básica I” através da Resolução de Problemas de Matemática, sobre a base da teoria da Aprendizagem Significativa;
- ✓ Estabelecer a metodologia para implementar o “Modelo Pedagógico” no Processo de Ensino e Aprendizagem da disciplina “Matemática Básica I”;
- ✓ Validar através das técnicas de avaliação o “Modelo Pedagógico” proposto.

O **Método** fundamental da pesquisa é o teórico, especificamente dentro dele foi trabalhado o método sistêmico - estrutural e o método da Modelagem que permitem estruturar e desenhar o modelo pedagógico proposto, a partir da literatura relacionada com o objeto de estudo, a ideia fundamental e o aporte teórico deste trabalho.

Para a **implementação** do Modelo Pedagógico proposto utilizou-se uma metodologia realizada em três etapas consecutivas: <Formação>, <Planejamento e organização>, <Execução, avaliação e controle>.

Para a **execução** do modelo pedagógico proposto utilizou-se a técnica de intervenção pedagógica em sala de aula com duração de dois semestres letivos (2013.2 – 204.1), envolvendo-se uma turma de 12 estudantes da Licenciatura em Matemática de quarto semestre e um professor da Universidade Estadual de Roraima (UERR), Campus Rorainópolis, que foram colaboradores da pesquisa.

Na etapa de execução, a avaliação e o controle da implementação do modelo pedagógico proposto, ocorreu por meio da introdução de duas técnicas de ensino e aprendizagem através de problemas, a técnica de **"Retroalimentação do ensino aprendizagem"** e a técnica de **"Automatização do ensino e aprendizagem"**, através da **Resolução de Problemas de Matemática**, que são descritas com maior propriedade no terceiro capítulo.

A **Validação** do modelo pedagógico proposto se reportou a investigação ***ex-post facto***, na qual foi possível obter a partir dos resultados da implementação, uma leitura das concepções geradas de forma internas (dos envolvidos no processo) e de forma externas (dos envolvidos após o processo).

A **Avaliação interna** foi feita pelo critério de avaliação através de "árbitros constituídos" por meios de oficinas formativas, elaboradas e presididas criteriosamente pelo autor desta pesquisa. Aqui vale destacar, que na realidade local da UERR, *Campus* Rorainópolis, os problemas relacionados ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática não são exclusividade do Curso de Licenciatura em Matemática, por esta a razão, participaram da pesquisa alguns professores de outros cursos, ofertados na UERR campus Rorainópolis, que demonstraram interesse pelo modelo proposto e participaram das oficinas formativas. O interesse destes professores pelo modelo proposto nesta pesquisa, estabeleceu o critério pelo qual os mesmo foram constituídos árbitros internos. Participaram como árbitros constituídos, cinco (5) professores de três (3) diferentes cursos (Química, Engenharia Florestal e Matemática.

Para a **Avaliação externa** foi adaptado o critério de expertos conhecido como **Método Delphi** que consiste numa abordagem teórica e metodológica utilizada para avaliação das pesquisas no campo das ciências sociais, com enfoque empresarial. O método Delphi foi introduzido esta pesquisa para comprovar a relevância do modelo pedagógico proposto, com base na sua estruturação sistêmica, na metodologia de implementação e nos resultados alcançados.

A **ideia fundamental** que serve de sustento para esta pesquisa está no desenvolvimento de um Modelo Pedagógico para a organização didática e metodológica do Processo de Ensino e Aprendizagem da disciplina "Matemática Básica I".

A **tese** a defender nesta pesquisa é que: "A organização didática e metodológica do Processo de Ensino e Aprendizagem das disciplinas de um Curso de Licenciatura em Matemática, através de um Modelo Pedagógico que tem base nas estruturas teóricas do Método de Resolução de Problemas de Matemática, e fundamentado na teoria da Aprendizagem Significativa, estimula o processo de formação reflexiva e consciente de conceitos por parte dos discentes".

O **Aporte Teórico** se dá em função da elaboração e orientação metodológica para implementar no Processo de Ensino e Aprendizagem um "Modelo Pedagógico" que tem como base o Método de Resolução de Problemas de Matemática e a Teoria da Aprendizagem Significativa.

Os estudos, análise e construções, bem como a metodologia da pesquisa que demonstram a validez dos resultados obtidos, são apresentados em um texto composto por: Introdução, quatro capítulos, considerações finais, referências bibliográficas e apêndices.

No primeiro capítulo se destaca as análises do autor em relação com a realidade atual dos aspectos metodológicos do processo de ensino aprendizagem da disciplina "Matemática Básica I", as concepções dos estudantes, professores e gestores pesquisados, a respeito dos índices de insatisfação apontados na disciplina “Matemática Básica I”, o diagnóstico e veracidade da existência do Problema Científico da pesquisa.

No segundo capítulo, apresenta-se o referencial teórico e a situação do estudo da arte relacionada com os seguintes tópicos: Aspectos cognitivos e operacionais, do método de ensino aprendizagem e avaliação em Matemática, através da Resolução de Problemas; Aspectos cognitivos e operacionais da teoria de Aprendizagem Significativa.

O terceiro capítulo contém a proposta de um Modelo Pedagógico como elemento organizador do Processo de Ensino e Aprendizagem da disciplina “Matemática Básica I”, com enfoque no conceito de *função* matemática, sobre a base da Resolução de Problemas e fundamentado na Teoria de Aprendizagem Significativa, as estruturas lógicas das etapas do modelo, as ações que compõem a metodologia para implementar o modelo pedagógico.

O quarto capítulo permite explicar como foi feita a instrumentalização da etapa de validação com a implementação do modelo pedagógico proposto, quando se utilizou a pesquisa “*ex – post facto”* combinada com o critério de “árbitros constituídos” como instrumento coadjuvante no processo de validação da veracidade da natureza e da qualidade dos resultados obtidos através de uma intervenção pedagógica.

CAPÍTULO # 1

CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA CIENTÍFICO DA PESQUISA

INTRODUÇÃO DO CAPÍTULO 1

De modo geral, a educação, tem por objetivo tornar os indivíduos aptos para atuar nas diferentes esferas sociais. Corroborando esse raciocínio, Behrens (2003) destaca que um dos méritos das pesquisas em educação, desse século, é demonstrar o despertar sistemático da consciência sobre a importância da educação como necessidade preeminente para a plenitude de vivências harmônicas dos homens como indivíduos e como cidadãos na sociedade.

Na sociedade da atualidade, essa visão educativa dos homens como pessoas e como cidadãos, sugere um processo de formação e informação que veicula à humanidade uma complexidade de saberes e conhecimentos pertinentes à qualidade de vida e de relação dos homens como pessoas e como sujeitos sociais.

Silva e Kalhil (2014) chamam atenção para o fato de que a consciência sobre educação como um ente social preeminente, coloca em destaque a função da escola como veículo da cultura e do saber, e da formação de novos sujeitos sociais, críticos e reflexivos, para atuarem na sociedade em que vivem.

Nessa perspectiva, a escola toma sentido, como um ambiente educativo voltado para capacitar os sujeitos para a compreensão de fenômenos, fatos e conceitos, estando aí especificamente a Matemática, conforme determina as Orientações Curriculares (OCN's) para o Ensino Médio no Brasil (2006, p.12): "[...] Todos devem aprender ciências como parte da formação do cidadão que possibilite a atuação social responsável com discernimento diante de um mundo cada vez mais complexo".

Referente ao conhecimento matemático ensinado na escola, Chaves e Carvalho (2004) discute que tal conhecimento formalizado, que em tempos atuais conhecemos e divulgamos em nossa prática docente, não foi concebido de uma hora para outra, em um momento único e isolado. Diversos estudiosos e pensadores, comprometidos com o avanço científico neste campo do conhecimento, contribuíram durante anos para a formalização de saberes, oriundos, muitas das vezes, de práticas intuitivas e informais já desenvolvidas pelo homem de diversos tempos.

O conceito de função, tal qual como o conhecemos hoje, também traçou um percurso desta natureza. Nesse sentido, antes de apontar qualquer proposta metodológica para a iniciação do aluno no estudo de tal conceito, é importante a compreensão dos aspectos cronológicos referentes à formalização desse conceito, entendendo-se que desta forma é possível propiciar maior subsidio epistemológico para o processo ensino aprendizagem.

1.1 O CONCEITO DE FUNÇÃO: DA GÊNESE À FORMALIZAÇÃO

Os estudos de Chaves e Carvalho (2004, p. 16) a respeito da gênese do conceito de função revelam que a primeira ideia associada a este conceito, foi a de “dependência”, ao passo que “depois, ao longo de décadas este conceito foi sendo refinado até assumir novas formas de representação”. Nesse sentido, defende-se que a ideia de “dependência” que constitui o primeiro estágio de aquisição do conceito de função é intuitiva e pode ser formada naturalmente mediante um olhar crítico e reflexivo sobre tudo aquilo que está posto ao nosso entorno, de modo que, nas mais diversas espécies animais e/ou vegetais, encontram-se formas de comportamento e relacionamento que nos fazem pensar na existência de regularidades que ordenam sua vida em grupo. Os animais, por exemplo, se agrupam, convivem, competem, acasalam, sobrevivem e se reproduzem de forma mais ou menos desordenada em função (em dependência) de suas características e do ambiente em que vivem.

Segundo Caraça (1989, p.109), é com base nessa percepção de interdependência que surgem “quadros explicativos dos fenômenos naturais que possuem duas características essenciais: a “interdependência” e a “fluência” (evolução constante).

Para Chaves e Carvalho (2004), foi exatamente desta forma. “[...] partindo do interesse em resolver um problema da ordem prática, que o conceito de função brotou de forma intuitiva, em seu mais originário sentido” (p.04).

A respeito do genuíno lugar de origem do conceito de função, talvez devido ao seu forte caráter intuitivo, não é possível estabelecer um consenso entre os dados históricos.

Para Zuffi (2001), no período de 2000 a.C os Babilônios já possuíam um instinto de funcionalidade em seus cálculos com tabelas sexagesimais de quadrados e de raízes quadradas "(...) que eram destinadas a um fim prático. As tabelas, entre os gregos, que faziam a conexão entre a Matemática e a Astronomia, mostravam evidência de que estes percebiam a ideia de dependência funcional, pelo emprego de interpolação linear" (p.11).

Porém, nos reportando a tempos mais remotos, Chaves e Carvalho (2004) revelam que todas as relações criadas pelas civilizações antigas para a invenção do número, necessidade primeira da matematização, já constituíam o instinto de funcionalidade citado anteriormente. Quando associaram os dedos às quantidades e, quando viram que estes já não eram mais suficientes e buscaram outros elementos para contar/enumerar estavam vivenciando a interdependência de variáveis que fluíam para a formação de sistemas de numeração cada vez mais adequados/práticos.

Saindo das primeiras idealizações sobre o conceito de função e chegando à Idade Moderna, Chaves e Carvalho (2004) registram que a palavra função foi usada pela primeira vez por Leibniz (1646 - 1716), em 1694 para expressar quantidade associada a uma curva. Mais tarde, em 1718, Bernoulli (1654 – 1705) considerou função como uma expressão formada de uma variável e algumas constantes.

Contextualizando estes dados, Zuffi (2000) relata que ainda nessa época, a definição de função era uma conjectura puramente abstrata voltada para o campo conceitual da matemática e "demonstrava certo encantamento pela álgebra onde função é dada como uma expressão algébrica" (p. 12).

De acordo com Boyer, 1996, nesse período Bernoulli experimentou várias notações para uma função, das quais "fx" é a que mais se aproxima da atual. No entanto, quem formalizou a notação "f(x)" para representar uma função qualquer envolvendo variáveis e constantes, foi Euler (1707-1783).

Nesta perspectiva formalista do conceito de função, Eves (2002) informa que Galileu Galilei (1564-1642) buscando descrever fenômenos da natureza através da matemática utilizou grandezas físicas que se inter-relacionavam como uma maneira de modelar funções, de forma a ter uma variável que dependia da outra. Diferentemente de seus contemporâneos, o interesse de Galileu Galilei não era descobrir a causa desses fenômenos, mas descrevê-los algebricamente para que, de posse das condições iniciais, pudesse prever o comportamento de determinados acontecimentos mediante as equações.

Numa tentativa de algebrizar a geometria, Descartes (1596 – 1650) introduziu formas euclidianas dentro de um plano bidimensional determinados por dois eixos perpendiculares entre si, que mais tarde seriam chamados de plano cartesiano. Círculos, triângulos, cônicas, etc., eram determinados por equações que mantinham dependência entre suas variáveis (ibidem).

Chaves e Carvalho (2004) revelam que outros matemáticos tiveram sua parcela de contribuição para o desenvolvimento do conceito de função como Newton, Dedekind, Cauchy, D'Alembert e Fourier. É bem verdade que a formalização do referido conceito teve que ultrapassar muitos obstáculos ferramentais, pois esses pensadores trabalhavam com linhas de raciocínio não coincidentes muitas das vezes, mas conseguiram desenvolver ideias que quando desembocadas no século XIX tiveram em Dirichlet[2] a definição de função mais próxima da que temos hoje.

Finalmente é posto que a definição de função apresentada atualmente nos livros didáticos, e demais meios matemáticos e científicos, que utiliza a teoria dos conjuntos, é atribuída ao grupo de matemáticos franceses, conhecido como Bourbaki (século XX), cuja ocupação era estudar e desenvolver teorias matemáticas, dando maior ênfase à área da álgebra abstrata (Eves, 2002). Esta definição que foi proposta em 1939 pode ser expressa da seguinte forma:

Sejam A e B dois conjuntos, uma relação entre uma variável de $x \in A$, e uma variável $y \in B$ é dita relação funcional se qualquer que seja $x \in A$, existe um único elemento y de B, que esteja na relação considerada.

---

[2] A função de Dirichlet, é descontínua em todos os pontos do domínio. A função de Dirichlet é uma exemplo de função rea<u>limitada</u> que não é <u>integrável a Riemann</u>.

Atualmente há consenso que o conceito de função constitua-se no instrumental matemático mais importante que existe para que possamos compreender as relações de interação entre elementos variáveis. Esta formulação, conforme concebida em sua forma original, certamente não era descrita assim.

1.2 A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO E SUAS IMPLICAÇÕES DIDÁTICAS

Com base nos estudos de Chaves e Carvalho (2004) é possível prever que a ideia de dependência possui grande potencial de Ensino e Aprendizagem nos processos de formação do conceito de *função*. Não apenas, por estabelecer um excelente ponto de partida para os professores na formação desse conceito, mas por possibilitar uma aprendizagem de maior sentido para os estudantes, uma vez que possibilita que o professor utilize gráficos e tabelas que tratem questões polêmicas e reais presentes no cotidiano dos estudantes.

Além disso, a aquisição do conceito de função a partir da ideia de relação de dependência por meio da utilização de gráficos e tabelas pode encaminhar o estudante a uma condição de aprendizagem de grande significado conceitual. De acordo com Tall e Vinner (1981), diferentes representações de um determinado objeto permitem a criação de imagens conceituais que podem contribuir para a formalização de seu conceito, posteriormente.

Para estes pesquisadores, a imagem conceitual consiste nas primeiras impressões do sujeito acerca de um dado objeto. Estas impressões se modificam durante o processo de interação sujeito-objeto. Mais ainda, estas modificações configuram um deslocamento da imagem conceitual para o conceito formal de maneira significativa para aprendizagem do sujeito.

De modo particular, gráficos e tabelas permitem que os estudantes se familiarizem com outras formas de representação do conceito de função que reconhecidamente são de fundamental importância para a sua formalização e generalização.

A formalização e a generalização, nada mais são que os estágios que o estudante deve chegar ao fim de seu processo de formação deste conceito - função. Os estudos de Chaves e Carvalho (2004) permitem entender que a definição formal e generalizada do conceito de função deve ser o último estágio ao qual o estudante deve ser submetido. Nesse sentido, restringir ou iniciar o estudo do conceito de funções à sua forma analítica, algébrica e abstrata, o professor pode gerar obstáculos da ordem Epistemológica à aprendizagem deste conceito.

1.3 O ENSINO DE FUNÇÃO NA ESCOLA DA ATUALIDADE: PROBLEMAS E POSSÍVEIS CAUSAS

Considera-se então que, o conceito de função de modo formal e abstrato, como é tratado por muitos dos professores de matemática, no Ensino Médio (EM), decorre de uma conjuntura de fatores históricos e sociais que, na forma de problemas, se propuseram ao homem, como obstáculos necessários a serem vencidos.

Pelo exposto anterior considera-se que a partir do acompanhamento cronológico do desenvolvimento do conceito de função é possível entender que o mesmo processo construtivo do saber, pode também se desenvolver na aprendizagem na sala de aula, onde cabe ao professor, a partir dos conhecimentos já adquiridos por seus alunos, provocar questionamentos que os levem, de forma gradativa, à elaboração de novos conceitos.

Ávila (1985) disserta que a preocupação excessiva com apresentações formais do conceito de função é uma falha grave no ensino, pois atrapalha o desenvolvimento do aluno já que obscurece o que há de mais importante na Matemática - as ideias e aplicações. No entanto, o auto desta pesquisa, durante diversas de acompanhamentos aos estágios dos estudantes de licenciatura, nas escola públicas, no Município de Rorainópolis, tem verificado que esta é a prática mais comum entre os professores de Matemática, em especial, do EM, tal quais, apoiados quase que unicamente em livros didáticos e em sua própria formação, transmitem um saber fragmentado, e desassociado do contexto dos estudantes, sem considera-los indivíduo dotado de saberes, de níveis de cognição e imaginação.

O estudo realizado por Zuffi & Pacca (2000), com professores do EM sobre o ensino de funções verificou que, ao fazerem uso da linguagem matemática, o "formal" é colocado *a priori*, onde ideias inerentes ao conceito de função, tais como: Noção de Correspondência, Domínio e Imagem e, o estabelecimento de "Leis" ou "regras" como executante de transformações globais entre dois conjuntos, não ficavam devidamente explicitadas nas expressões utilizadas pelos professores.

Não obstante, é importante destacar que não se deve atribuir exclusivamente aos professores a absoluta responsabilidade por eventuais falhas conceituais na aprendizagem, decorrente do mau uso da linguagem no ensino de função. Lima (2001) corrobora que existe grande possibilidade dos professores universitários, também terem tido uma formação deficiente nesse sentido devido aos seus professores, estes pelos seus e assim por diante e, esta má formação provavelmente irá refletir-se no seu desempenho em sala de aula.

Neste contexto, Zuffi & Pacca (2000) verificam que a crítica de maior destaque posta pelos licenciandos em Matemática, é que o conteúdo curricular que se estuda na Universidade está muito distante daquilo que se precisa para lecionar, consequentemente, quando se veem frente a uma turma de alunos, sentem-se geralmente despreparados.

No conjunto, as queixas apresentadas por Ávila (1985), Zuffi & Pacca (2000) e Lima (2001), com relação ao modo como usualmente os professores de Matemática ensinam função, é comum encontrarmos alunos, para o qual esse conceito não possui qualquer significado, quer seja abstrato quer seja concreto, além de tê-lo como um obstáculo de difícil transposição para a assimilação de outros conteúdos. Exemplo: o conceito de *função* e as ideias de variável, domínio, imagem e contradomínio têm sido apontado por diversos pesquisadores como de difícil assimilação tanto para alunos de EM, quanto para alunos universitários.

Lima (2001) reitera que de tais dificuldades têm emergidos professores despreparados que fazem do livro didático seu mais forte e incontestável recurso. De acordo com este autor, a forma como é apresentado o conceito de função, praticamente em todos os textos escolares em uso no nosso país também se torna um obstáculo para a formação adequada deste conceito. Na maioria dos textos escolares uma função f: A – B, é definida como uma relação que a cada elemento x de A, faz corresponder um único elemento y de B.

Para Lima (2001) essa definição apresenta o inconveniente de ser formal e estática e, não transmite a ideia intuitiva de função como correspondência, transformação, relação de dependência (uma grandeza em função da outra) ou resultado de um movimento, e ser extremamente abstrata do ponto de vista dos estudantes do ensino básico.

Trindade (2004) assume que as definições de função mais utilizadas no ensino atual e nos livros didáticos, são as definições de Dirichlet (1837) e de Bourbaki (1939), que na maioria, são fundidas numa só definição, conhecida como definição de Dirichlet-Bourbaki. Tem-se ainda que tal definição, extremamente abstrata, só foi aceita pela comunidade matemática na segunda metade do século XX e levou, pelo menos, 300 anos para amadurecer.

De acordo com os estudos de Mendes (1994) e Schwarz (1995), a maioria dos professores de Matemática de segundo grau e boa parte dos autores dos livros didáticos adotados, o conceito de função é tido como um conceito simples, não havendo muitos obstáculos ou dificuldades à sua aprendizagem, mas na prática, a situação é bem diferente. Izídio e Santos (2013) revelam que na rotina escolar no EM, a dificuldade dos estudantes em formar e utilizar o conceito de função segue sendo uma realidade inquietante e está longe de ser um problema apenas dos estudantes de EM.

O conceito de função é um conceito difícil de ser assimilado, com o movimento da Matemática Moderna, o ensino de funções foi impregnado pelo formalismo bourbakiano, o que acabou por negligenciar as razões que, realmente, determinaram o surgimento do conceito de função, a saber: a necessidade de analisar fenômenos; descrever regularidades; interpretar interdependências e generalizar (CARAÇA, 1989).

O formal “par ordenado”, definição de função de Bourbaki, é uma definição, extremamente abstrata, especialmente como uma primeira introdução para estudantes pré- universitários, conforme assinalam muitos pesquisadores em Educação Matemática (SFARD, 1992).

No conjunto, as problemáticas enunciadas pelas pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de função nos diversos contextos escolares dão sentido à questão: Como ensinar o conceito de função na escola? Pelo anterior, o autor desta pesquisa considera que tal questão deveria ter melhor atendimento por parte dos professores de matemática, desde as anos iniciais do Ensino Fundamental.

1.4 ALGUMAS PESQUISAS SOBRE O ENSINO DE FUNÇÃO

Trindade e Morett (2000) dialogam com a comunidade científica que as pesquisas realizadas sobre o processo ensino e aprendizagem de funções em diversos países, entre eles a França, a Inglaterra, o Israel, a Polônia e os Estados Unidos: Freudenthal (1973), Janvier (1978), Bergeron & Herscovics (1992), Herscovics (1992, 1989), Vinner (1989), Even (1990), permitem supor que a aprendizagem de funções é um processo evolutivo, lento e gradual devido a sua complexidade.

Muitas são as dificuldades apresentadas pelos estudantes desde o Ensino Fundamental, na formação do conceito de funções, como se pode citar: Inabilidade de construir associações entre as diferentes representações de funções (fórmulas, gráficos, diagramas, tabelas, expressão verbal das relações); Inabilidade de diferenciar entre gráficos de funções contínuas e discretas; Inabilidade de reconhecer funções não lineares; Inabilidade de compreender o conceito de variável; Dificuldade para perceber que uma mesma função pode ser representada por duas fórmulas que se diferenciam apenas pelos nomes de suas variáveis; inabilidade de interpretar gráficos; Inabilidade para manipular símbolos relativos a funções, tais como: $y = f(x)$, $y = \cos(x+t)$, $x = v.t$, entre outros.

Frente a esses relatos, Leal (1990) discute que esses são alguns dos problemas levantados, e que estão relacionados aos alunos, ao ensinar funções. Nada obstante, é importante considerar que os obstáculos epistemológicos e didáticos praticados pelos professores não são levados em consideração e, parece que o aluno não participa da construção deste conceito.

De acordo com Leal (1990) uma das principais causas das dificuldades de aprendizagem do conceito de função é a falta de uma preparação dos alunos para a construção deste conceito, ao longo dos primeiros sete anos de escolaridade.

Na busca por respostas para a questão: Como vencer a todas estas dificuldades em classe? Akkoç e Tall (2002) realizaram um estudo com estudantes do EM, pelo qual verificou que o conceito de função está baseado na definição coloquial de interligação de um conjunto de diagramas com seus respectivos pares ordenados. Verificou ainda que, o conceito de função constante de modo particular evidencia perturbações na compreensão do conceito de função ao associá-la ao conceito de variação, ao passo que os gráficos e as fórmulas são compreendidos por meio de exemplos.

Lopes (2003), por sua vez, desenvolvendo pesquisa com alunos de 8ª série, em escola da periferia do Estado de São Paulo, evidenciou dificuldades na interpretação da representação gráfica e de sua conversão para a linguagem algébrica.

Bianchini e Puga (2004), ao aplicarem teste diagnóstico com os alunos do Curso de Ciência da Computação da PUC/SP na disciplina de Cálculo, constataram haver o costume de fornecer definições por meio de exemplos. Os mesmos destacam que os estudantes sujeitos da pesquisa relacionam função com equação, apresentam dificuldades nas representações gráficas e na transformação destas em representações algébricas.

Rossini (2006) ao pesquisar professores de Matemática em Formação Continuada na Rede Pública de Ensino em São Paulo, concluiu que eles também confundem os conceitos de equação e de função. Atividades que contemplam o símbolo f(x) são as que mais suscitam dúvidas no momento da escrita das leis de formação dos problemas, e no estabelecimento da correspondência e dependência entre variáveis. Este pesquisador argumenta que a dificuldade na compreensão do conceito de função perpassa por todos os níveis que retratam a relação ensino-aprendizagem e em diferentes aspectos do conhecimento do conceito.

Os matemáticos historicamente superaram obstáculos para alcançar, depois de séculos, a formalização do conceito de função. Os professores de Matemática, nos dias atuais, também apresentam dificuldades em compreender, interpretar e atribuir significados ao conceito. Os alunos do Ensino Superior apresentam uma concepção que não lhes garante o conhecimento necessário para o desenvolvimento de habilidades, em especial, o aluno que se dedica à formação docente. Com essa visão, realmente é de se esperar que os alunos do Ensino Básico tenham dificuldades em compreender o conceito de função.

Por outro lado, as dificuldades não se apresentam de forma superficial, as trocas conceituais ou conceitos mal formados, as representações e respectivas transformações e os significados contraditórios atribuídos ao conceito revelam a necessidade de ações que vão além da mera investigação. Nessa perspectiva, é necessário pensar a formação inicial do professor de matemática valorizando nela a discussão reflexiva sobre a aprendizagem e o ensino de conceitos. Sobretudo aqueles que contribuirão para a formação da base do conhecimento matemático, como o caso do conceito de função.

Os pesquisadores que estudam as dificuldades na aprendizagem desse tipo de conceito, muitas vezes, dispõem de sugestões que visam minimizar os problemas apresentados. O estudo dos gráficos como representação e significação do conceito de função é o conhecimento mais abordado pelos pesquisadores.

Para Trindade e Moretti (2000), por exemplo, o trabalho com gráficos deve ser realizado de forma diferenciada a fim de que o professor em formação possa visualizar padrões algébricos, além de perceber que existem gráficos não definidos algebricamente. O estudo das tabelas é apresentado nas pesquisas como representação necessária e útil para a compreensão do conceito de função.

Para Meira (1997) a importância se deve pelo fato de possibilitar a representação e a visualização de pares ordenados, além da construção de sequências numéricas capazes de evidenciar as transformações funcionais. As expressões algébricas, apesar de serem as mais valorizadas pelos professores no ensino do conceito de função, devem ser apresentadas aos alunos sem deixar de relacioná-las aos demais aspectos de representação e de significação do conceito.

Rossini (2006) considera que as expressões algébricas podem auxiliar os professores na visualização de funções definidas por mais de uma sentença, na identificação do coeficiente “a” em y = ax + b como taxa de variação, bem como na construção do significado de f(x) e das fórmulas para representação de funções. Em observação às propostas apresentadas até o momento, sejam elas voltadas para a utilização de situações práticas e contextualizadas ou a compreensão da função como máquina de ensinar, o conceito de função não é explicitado.

Nesse sentido, Sierpinska (1992) evidencia que é necessário primeiramente que seja feita uma escolha do conceito a ser trabalhado compreendendo sua complexidade diante dos obstáculos epistemológicos vivenciados pelos próprios matemáticos. É importante também, que diante dos conceitos apresentados com rigor matemático eles sejam discutidos de forma crítica para que o aluno possa fazer suas escolhas baseadas em parâmetros que lhe tragam significado. Acredita-se que o conceito de função ao se tornar explícito pode ser ressignificado a partir de um pensamento crítico diante do conhecimento que o aluno já apresenta sobre o assunto.

1.5 O ENSINO DE FUNÇÃO NA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE RORAIMA (UERR) CAMPUS RORAINÓPOLIS

Na Universidade Estadual de Roraima, UERR, o ensino de funções é veiculado por meio da Disciplina “Matemática Básica I”, que de acordo com a reformulação do referido curso, passará ter a nomenclatura de “Fundamentos da Matemática I”. Além disso, na UERR, esta disciplina está presente na grade de demais cursos da licenciatura, sendo que sua oferta é atribuição específica do Curso de Licenciatura em Matemática.

A ementa da Disciplina Matemática Básica I contempla o estudos dos conjuntos numéricos, do conceito de funções matemáticas e à Resolução de Problemas. Embora a Resolução de Problemas esteja previsto na ementa da disciplina e no Projeto Político Pedagógico do curso (ver Anexos), a metodologia de ensino de acordo com a política da UERR, deve ser uma opção do professor.

Nesse contexto, ganham valor e sentido as pesquisas que se ocupam em problematizar a metodologia de ensino e aprendizagem aplicadas pelos professores da Licenciatura em Matemática na UERR/Campus Rorainópolis. Tais pesquisas têm o objetivo de contribuir com o elevo da qualidade de tal curso, evidenciando seus aspectos de excelência e de melhoria.

In locos, Ezídio e Santos (2013) verificaram que em geral os professores utilizam um modelo usual de ensino aprendizagem que se estrutura em três partes convencionais: Introdução, desenvolvimento e conclusão.

No modelo pedagógico reportado em Ezídio e Santos (2013), a introdução é o momento em que o professor faz a exposição dos conteúdos aos estudantes, bem como, dos objetivos e das expectativas com relação à aula e, aproveita para apenas informar aos estudantes sobre os conhecimentos prévios necessários para aprendizagem do conteúdo desejado.

Além disso, foi verificado que existe um esforço de caráter intuitivo a favor da negação da forma abstrata e formal, totalmente boubarkiana dada ao conceito de função. Isto é, alguns dos professores pesquisados demonstraram buscar dar sentido a este conceito, a partir da noção de relação e dependência, tendo como ponto de partida para o estudo desse tema, envolvendo a noção de conjuntos (Domínio, Contradomínio e Imagem). Em contrapartida a maioria dos professores pesquisados introduziu o conceito de função a partir da sua definição formal e generalizada: “É toda relação $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, do tipo $f(x) = ax + b$, onde $a,\ b$ e $c\ \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$”.

A partir de tais verificações, o estudo realizado por Ezídio e Santos (2013), pode evidenciar que seguindo esse modelo, no momento da introdução do tema, geralmente os professores pesquisados sondavam o que os alunos já sabem acerca do tema de estudo, no caso da pesquisa mencionada, o conceito de função.

Nesta disposição os professores checavam os conceitos pré-requisitos, somente sinalizar aos estudantes a responsabilidade dos mesmo pela garantia dos conhecimentos prévios necessários para o entendimento do conceito em estudo e, por não se admitir reforços ou revisão de conteúdos “pré-requisitos”.

Comparando tais resultados com Pereira (1969) apud (BORDENAVE E PEREIRA,1978), Ezídio e Santos (2013) concluem que o modelo pedagógico usual dos professores pesquisados se materializa por técnicas de ensino conhecidas pelos professores como “tradicionais” e que são reproduzidas literalmente tal como foram utilizadas por seus professores no passado. Além de muito antigo, o modelo tradicional, tem se mostrado bastante limitado diante das expectativas socioculturais, da demanda discente, presentes nas escolas da atualidade.

1.6 VISÕES CONTEMPORÂNEAS PARA O ENSINO DE FUNÇÃO

De acordo com Antunes (2002, p. 10) a ideia de maior destaque na atualidade dentro do universo educacional, sem dúvida é que para “bem ensinar” o professor deve fazer do “saber que seu aluno possui a âncora para novos saberes a serem trabalhados e relacionar os temas de suas disciplinas às experiências das emoções ou do funcionamento do corpo de seus alunos”.

Na verdade, é possível verificar que desde o Ensino Fundamental, muitos conteúdos emergem como “âncoras” para a formação do conceito de funções por exemplo: “Proporção”, pois trata de grandezas variáveis e interdependentes de forma direta ou indireta; “Equações do 1° e 2 ° graus” e os “Sistemas” que modelam situações do cotidiano; a “Geometria” onde “Perímetro” e “Áreas” dependem de medidas de lados, “ângulos” ou “diagonais”.

Trindade e Moretti (1996, p.42) apresentam que uma das dificuldades do ensino de função é que os estudantes chegam ao Ensino Médio e não recordam desses conceitos “âncoras”. Além disso, pela forma tradicional e fragmentada como são abordados os conceitos de equações e sistemas, naturalmente os alunos não tomam “noções de variável nem de dependência básicas para a construção do conceito de função” e, sem dizer que a Geometria, fica escamoteada por se constituir grande problema para professores do EM, que dão prioridade à Álgebra.

Consequentemente, a Geometria ensinada de forma reduzida a teoremas, definições sem aplicações diretas com o cotidiano e a prática vivida pelo aluno, faz com que a maioria deles chegue ao EM e siga para o Ensino Superior, com poucas noções básicas em referido assunto.

Frequentemente, as ideias de variável, domínio, imagem e contradomínio têm sido apontados por diversos pesquisadores como de difícil assimilação tanto para alunos de EM como para alunos universitários. As dificuldades variam conforme o contexto de cada aluno/escola.

A respeito da ausência de Conceitos âncoras, a vivência docente, além das várias pesquisas na área da Educação Matemática, tem mostrado que a grande maioria dos alunos saem da primeira série e chegam até o Ensino Superior, sem atribuir qualquer significação ao conceito de função, ou seja: Chegam à Universidade e se solicitados quanto a tais conhecimentos, o resultado também não é nada satisfatório.

Considerando o anteriormente analisado, se destaca que cabe ao professor sondar que “âncoras” os alunos já possuem e promover caminhos para adquirirem as que não possuem. Exemplo, para a formação do conceito de função, o professor deve sondar se os estudantes possuem os conceitos correspondentes: Número real/intervalos e plano/produto cartesiano.

Algumas dificuldades com relação a esses assuntos são previsíveis, tais como o entendimento da densidade dos conjuntos dos “Números Reais” e a localização de pontos no “Plano Cartesiano” em que somente a abscissa ou somente a ordenada vale zero.

Nas considerações anteriores, com relação ao modo como usualmente os professores de Matemática ensinam função, verifica-se que os obstáculos que têm se apresentado diante do processo de ensino e aprendizagem para a formação do conceito de *função*, podem ser organizados nas categorias: Abordagem teórico-metodológica dos professores; Linguagem Matemática abstrata; Representações desse conceito; Formalismo abstrato com que se apresentam nos livros didáticos; Fragmentação dos saberes dos estudantes; Ausência ou esquecimento de conceitos “Ancora”.

É importante considerar que tais categorias não possuem apenas a assinatura dos estudantes, em boa medida abrangem o universo de ações do professor em sala de aula. É exatamente nesse contexto, que coloca-se em destaque a questão: Como superar tais obstáculos, em favor da formação adequada do conceito de *função* matemática de modo significativo e menos vulnerável ao esquecimento?

Na perspectiva de contribuir para uma formação significativa do conceito de função, por parte do aluno, na “Disciplina Matemática Básica I” na Licenciatura em Matemática, na UERR, Campus Rorainópolis e, por entender a importância que tal conceito tem para a formação dos estudantes em outras disciplinas e, em outros universos da vida social, é que se sugere a elaboração de um modelo pedagógico que tenha função de facilitador da aprendizagem Significativa do conceito de *função*, sobre a base do Método de Resolução de problemas, previsto na ementa da disciplina supra mencionada e, com sustento na Aprendizagem Significativa.

Antes de apresentar o modelo aqui anunciado, o próximo capítulo apresenta as bases teóricas, bem como os elementos estruturais do mesmo. Em suma o Modelo Pedagógico aqui proposto, possui uma estrutura didática e metodológica que recorre ao método de Resolução de Problemas e ao sustento pedagógico da Aprendizagem Significativa. Portanto, são esses dois temas que compõem o segundo capítulo desta tese.

Capítulo # 2

O MARCO TEÓRICO
FASE EXPLORATÓRIA

INTRODUÇÃO DO CAPÍTULO 2

Este capítulo apresenta o referencial teórico que envolve duas áreas importantes da pesquisa em educação e ensino que são: A Teoria da Aprendizagem Mecânica e Significativa, referentes à Ausubel (1963, 1968, 1978) e, a Resolução de Problemas como metodologia de ensino, aprendizagem e avaliação de matemática, de acordo com Onuchic e Allevato (2004).

A ideia reitora deste capítulo é apresentação dos princípios norteadores da teoria da Aprendizagem Significativa que fundamenta e indica condições para a melhoria do processo de ensino aprendizagem de matemática em sala de aula, na perspectiva da resolução de problemas.

Aproximar, ou aliar, a resolução de problemas à teoria da Aprendizagem Significativa, consiste numa ação que busca evidências dos aspectos que qualificam o método de ensino e aprendizagem por resolução de problemas como uma "atividade – meio – facilitadora" da aprendizagem dos conhecimentos de Matemática nos diferentes níveis de ensino, dada a importância que o método de resolução de problemas tem para que o professor possa valorizar as experiências e os saberes anteriores dos aprendizes.

Portanto, este capítulo tem como objetivo apresentar aspectos atinentes a esses dois universos teóricos e metodológicos, que possibilitam e subsidiem a construção e a implementação metodológica de um modelo pedagógico, na perspectiva da resolução de problemas.

2.1 A NATUREZA DO SABER ADQUIRIDO NA SALA DE AULA

No que se refere às formas de aquisição do conhecimento, Ausubel (1978) defende que de modo geral, existem duas maneiras, psicologicamente distintas de se aprender, que são: Aprendizagem Mecânica, (a clássica “decoreba” brasileira) e a Aprendizagem Significativa.

De acordo com Moreira (1999), o conceito de Aprendizagem Significativa tem sido enfatizado por David Ausubel (1963, 1968, 1978) desde a década de 1960 para obstar o paradigma *behaviorista,* muito utilizado no século passado, proveniente da escola norte americana e afixado no ensino tradicional brasileiro, que permite um olhar do processo ensino aprendizagem através de estímulos, resposta e reforço.

Para Ausubel, a Aprendizagem Significativa dos estudantes é resultado de um processo pelo qual uma nova informação se relaciona, de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária, a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do sujeito aprendiz. Nesse processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel chama de “subsunçor”.

Por sua vez, o “subsunçor” é um conceito, uma ideia, uma proposição, já existente na estrutura cognitiva do sujeito que aprende, capaz de ser utilizada como “ancoradouro” para uma nova informação de modo que esta adquira significado no próprio sujeito.

Aqui vale entender que as experiências cognitivas do sujeito não se restringem a uma mera influência direta dos conceitos já aprendidos significativamente sobre os componentes da nova aprendizagem, mas abrangem modificações significativas em aspectos relevantes da estrutura cognitiva, sobre a influência do novo material.

Isso implica que os conceitos mais relevantes e inclusivos, formados pelo sujeito interagem com o novo material. Porém, ao mesmo tempo se modifica em função do processo de ancoragem.

À Aprendizagem Significativa, Ausubel contrapõe a aprendizagem mecânica (ou automática) que consiste na mera incorporação de um conhecimento novo de modo arbitrário. O aluno aprende os conteúdos sem entender do que se trata, ou sem compreender seus porquês, aprende de forma literal, exatamente como foi ditado, escrito ou desenhado sem margem para uma interpretação própria. Desta forma, a aquisição do conhecimento ocorre como produto da ausência de um conhecimento anteriormente adquirido (prévio), relevante ao novo conhecimento.

No ensino de Matemática, por exemplo, a aprendizagem mecânica acontece quando o estudante aprende que toda potência de expoente zero é igual a 1, sem saber o porque desse resultado ($N^0 = 1$); ou quando o estudante decora fórmulas e conceitos, as vezes abusando da memória, que após uma prova de aplicação desses conhecimento são esquecidas; ou quando o estudante estuda o conteúdo docente, mas na hora da aplicação ou comprovação dos conhecimentos adquiridos na disciplina não consegue resolver problemas que implicam uso e aplicação de tal conhecimento aprendido.

As abordagens atuais das pesquisas sobre Aprendizagem Mecânica e Aprendizagem Significativa já reconhecem que ambas – “Mecânicas e Significativas”, não constituem uma dicotomia e, que de fato, todo conhecimento se situa em algum lugar entre os dois extremos - Mecânico e Significativo.

Como explica Braathen (2012, p. 4), todo conjunto de aprendizagens (ou saberes) é uma mistura de composições variáveis entre conhecimento mecânico (que faz pouco sentido) e o significativo (que faz todo o sentido). Assim sendo, “é possível ocorrer aprendizagem mecânica e significativa em um mesmo episódio de aprendizagem, em uma mesma sequência didática ou em uma única aula” (BRAATHEN, 2012, p. 3).

As combinações entre aprendizagem Mecânica e Significativa ocorrem sempre em um período de tempo identificado como “intervalo mecânico significativo”, conforme demonstra a figura 1.

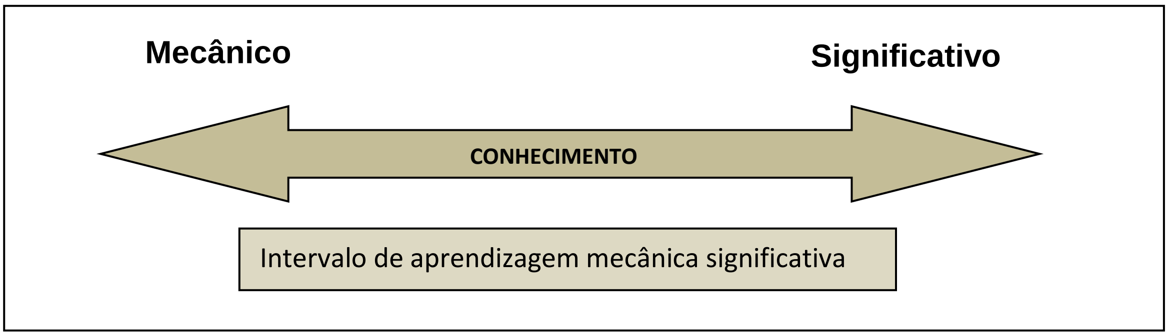


Figura 1: Intervalo aprendizagem Mecânica- Aprendizagem significativa. Adaptado por Santos e Nicot (2015) a partir de Braathen (2012, p. 4).

Por extensão desta ideia, acredita-se que em um dado intervalo de tempo que bem pudera ser denominado "momento educacional", um saber já adquirido ou uma situação já vivida torna-se mais significativa à medida que a compreensão sobre tal saber se expandi por meio dos processos de ensino e aprendizagem.

Além disso, acredita-se que o intervalo de tempo em que transcorre a aprendizagem mecânica e significativa não é limitado ao período de permanência na sala de a aula e nem ao período de um curso de formação, mas sim, ocorre em todo o período de vida do ser humano, ora enquanto estudante, ora enquanto professor.

Este fato revela ainda que no intervalo de tempo da aprendizagem mecânica, a aquisição do saber, ocorre de forma dinâmica e imparcial, isto implica que num processo de ensino aprendizagem todos aprendem constantemente, quer seja aluno quer seja professor. Isto é:

> [...] quando um professor ensina uma disciplina pela primeira vez, ninguém entende. Quando ensina a disciplina pela segunda vez, os alunos entendem. Quando ensina a disciplina pela terceira vez, ele entende (BRUNER, 1977, (p.43), *apud* BRAATHEN, 2012, 06)**.**

Portanto, é importante reiterar, que embora o tempo e a posição no tempo, e a posição em que ocorre a aquisição de um dado conhecimento dentro do intervalo "Mecânico - Significativo", dependa a priori das habilidades e competências de cada professor dentro de sua especialidade, como apresentados, facilitador e orientador do processo de ensino aprendizagem de qualquer material de estudo. O intervalo de tempo em que transcorre a aprendizagem mecânica e significativa varia de acordo com a estrutura cognitiva de cada indivíduo. Além disso, a interlocução entre professores e estudantes durante o processo de ensino aprendizagem provoca influências mútuas entre diferentes intervalos, inclusive no do próprio professor que preside as aulas, ou uma sequência didática.

2.2 CONDIÇÕES PARA A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Tratando-se das condições necessárias para que ocorra a aprendizagem, é importante lembrar, que de acordo com Ausubel (1978);

> [...] a essência do processo de aprendizagem significativa é que a ideia simbolicamente expressa seja relacionada, de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária, ao que o aprendiz já sabe, ou seja, a algum aspecto de sua estrutura cognitiva especificamente relevante (um subsunçor) que pode ser um símbolo, um conceito ou uma proposição já significativos (AUSUBEL, 1978, p. 41).

Este processo estabelece essencialmente duas condições necessárias para que a aprendizagem seja significativa: Que o estudante seja portador de vivências referenciais e de experiências da realidade objetiva que lhe permitam um conhecimento prévio ou uma explicação das diversas situações que enfrenta no cotidiano, permitindo que o novo conhecimento a ser aprendido seja relacionável ou incorporável na sua própria estrutura cognitiva de maneira substantiva e não arbitral. Que o material utilizado em sala de aula (ensino formal) seja potencialmente significativo, capaz de propiciar ao estudante condições para relacionar os novos conhecimentos com o material já existente em sua própria estrutura cognitiva.

Moreira (1999, p. 21) explica que de acordo com essa abordagem, a aprendizagem significativa está diretamente relacionada com a natureza em si, do material potencialmente significativo e, com a natureza da estrutura cognitiva do aprendiz. De acordo com esta ideia deste pesquisador, para que um o Material seja potencialmente significativo;

> [...] ele deve ser logicamente significativo ou ter significado lógico estrutural, isso é, ser suficientemente não arbitrário e não aleatório, de modo que possa se relacionar de forma substantivo e não arbitrária, a ideia correspondentemente relevantes, que se situem dentro do domínio da capacidade humana de aprender (MOREIRA 1999, p. 21).

Considerando à natureza da estrutura cognitiva do aprendiz, nela devem estar disponíveis os conceitos subsunçores específicos, com os quais o novo material poderá se relacionar.

Neste ponto, Moreira (1999) destaca que é imprescindível distinguir entre significado lógico e psicológico e, se reportando a Ausubel (1978, p. 49-51), reitera que: O significado de lógico depende somente da natureza do material. Ao passo que o significado psicológico, é resultante de experiências inteiramente *indiossincráticas*[3]. O significado psicológico se estabelece nas relações substantivas e não arbitrárias do material logicamente significativo com a estrutura cognitiva de um dado aprendiz.

Este pensamento dá sentido ao fato de que uma matéria de ensino, na melhor das hipóteses, pode ter significado lógico, mas, é o seu relacionamento substantivo e não arbitrário, com a estrutura cognitiva do estudante que a torna potencialmente significativa e, assim cria a possibilidade de transformar significado lógico em psicológico ao longo do processo da aprendizagem significativa.

Garantidas as condições para a aprendizagem significativa, a relação de um dado material com a estrutura cognitiva de um dado aprendiz, ocorre em rede e envolve a interligação de vários conceitos disponíveis, em um só ato ou procedimento de ensino aprendizagem. Sendo assim, quanto maior a rede, mais significativo é o conhecimento. A figura 2 procura ilustrar tal processo.

[3] **Em psicologia**, “idiossincrasia” é o conjunto de elementos cuja combinação dá o temperamento e o caráter individual. É a particularidade psíquica de um indivíduo (ver mais em: http://www.significados.com.br/idiossincratico/

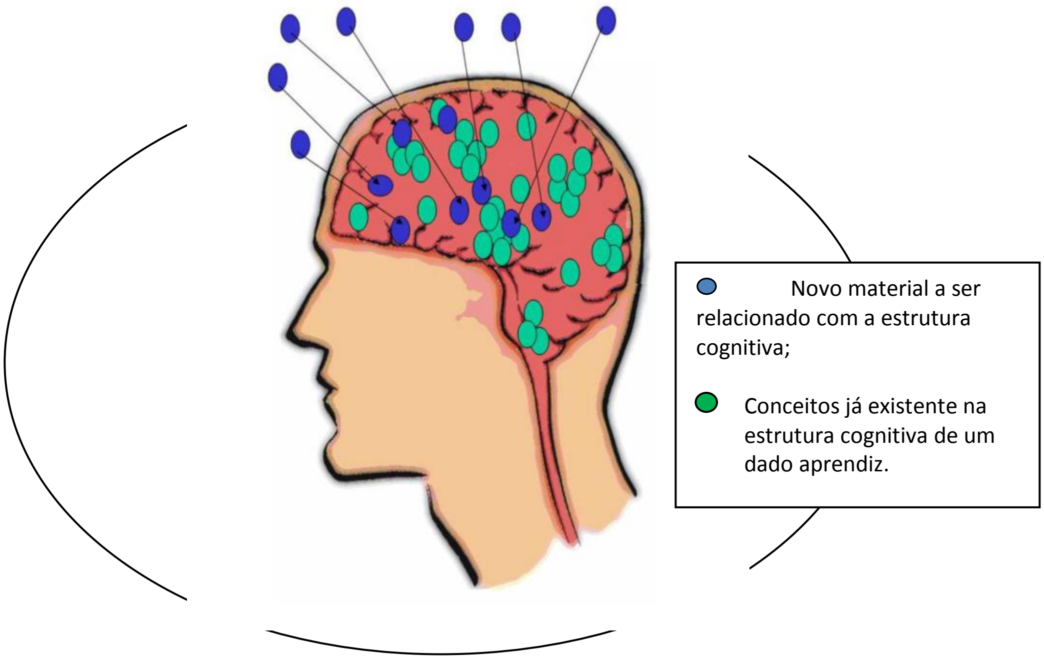


Figura 2: A estrutura cognitiva e a Aprendizagem Significativa. Adaptação de Santos e Nicot (2015) adaptado a partir de (BRATEHN, 2012, P. 04).

Seguindo de acordo com o exposto anterior, Moreira (1999) afirma que;

> Independentemente de quão potencialmente significativo possa ser o material a ser aprendido, se a intenção do aprendiz for, simplesmente, a de memorizá-lo arbitraria e literalmente, tanto o processo de aprendizagem como seu produto serão mecânicos (ou automáticos). E, de modo recíproco, independente de quão disposto a aprender esteja o indivíduo, nem o processo nem o produto da aprendizagem serão significativos se o material não for potencialmente significativo – se não for relacionável à estrutura cognitiva, de maneira não literal e não arbitrária (MOREIRA, 1999, p. 23).

Nesse caso, verifica-se que além da natureza do material potencialmente significativo e da estrutura cognitiva do aprendiz, considera-se que a disposição do estudante para relacionar substancialmente o material potencialmente significativo com os elementos de relevância existentes em sua própria estrutura cognitiva, constitui-se em outra condição para a aprendizagem significativa.

Essa terceira condição é designada por (Ausubel; Novak; Hanesian, 1978, p.41), de “Postura de Aprendizagem Significativa” que implica na disposição do aprendiz para aprender de modo significativo, ou seja, recusa à memorização de um novo conhecimento sem entender realmente o seu significado.

Tal condição pode ser satisfeita quando o professor alcança a motivação do estudante para aprender significativamente, ou seja, quando consegue que o estudante considere um dado assunto em estudo, importante e, relevante, ou para a sua vida ou, para a sua carreira estudantil.

Esta visão dá sentido à ideia de que na sala de aula, o professor deva assumir a postura de motivador, buscando convencer o estudante da importância do assunto a ser estudado, no contexto de sua própria realidade objetiva.

Braathen (2012) destaca que não existem dois tipos de aprendiz, ou seja, os que adotam uma postura de aprendizagem significativa e os que não adotam. Na verdade, a adoção da postura não é apenas uma escolha do aluno, ou simplesmente uma predisposição inata, é um produto da motivação gerada pelo professor.

Não obstante, isso não implica dizer, que o professor deva culpar-se diante da negativa de um aluno em adotar a postura de aprendizagem significativa. Mas é importante admitir que, do ponto de vista psicopedagógico, esta negação ocorra por duas razões principais; ou por falta de convencimento do aluno da importância do que é ensinado, ou pelo positivismo metodológico que obriga o aluno retomar e reproduzir o conhecimento na forma literal como foi ensinado.

2.2.1 Como verificar as condições para a aprendizagem significativa

A ideia central da aprendizagem significativa é que a mesma está diretamente relacionada com a existência de um subsunçor (conhecimento prévio), na estrutura cognitiva e, com a forma que tal subsunçor se relacionar com um novo conhecimento.

Braathen (2012, p. 06) considera que “[...] esse fator pode ser o mais responsável pelo alto índice de reprovações em disciplinas básicas no Ensino Superior, das quais, a de Cálculo é a principal vilã” [...].

Este autor assume que no Ensino Médio, o conhecimento da matemática constitui um tipo de subsunçores, cuja ausência, dificulta a aprendizagem nas demais disciplinas que utilizam a matemática, como exemplo: A Física e Química (BRAATHEN, 2012, p. 06). Assume ainda, que de modo abrangente, a ausência de subsunçores provoca consequências que vão além dos aspectos acadêmicos propriamente ditos, isto é, causam problemas da ordem psicológica, posto que repetidas reprovações ocasionam danos muitas vezes irreparáveis na autoestima do estudante, que poderá abandonar a escola.

Por outro lado, os professores por vezes, enganam-se por pensar que todos os alunos estão ouvindo a mesma coisa que é dita por eles na sala de aula. Na verdade, o que ouvem (e o que entendem) dependerá fundamentalmente da existência de subsunçores específicos para o novo conhecimento a ser ensinado.

Aqui se verifica que a inexistência de subsuncor(es) compromete a comunicação entre os estudantes e o professor na sala de aula, pois a falta de significados prévios impede os estudantes de avançarem na compreensão do conteúdo ensinado.

No ensino fundamental, por exemplo, nas aulas de cálculo algébrico, o estudante não entenderá a explicação feita pelo professor se ainda não aprendeu os conceitos envolvidos nas operações que campeia este tema, como podemos citar entre tantos; Propriedades de Potências; Operações com Números Relativos; Fatoração; MMC; MDC, entre outros.

Por esta razão, a frase de Ausubel (1978), mais citada em dissertações de mestrado e doutorado, envolvendo a teoria da aprendizagem significativa é:

> [...] se eu pudesse reduzir toda a psicologia educacional a uma só frase, eu diria isto: O fator mais importante envolvendo a aprendizagem é o que o estudante já sabe [...] Verifique isto e ensine de acordo (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1978, p. 04).

Neste sentido, conclui-se que antes de iniciar os programas de estudo, o professor realize uma verificação sobre a existência e sobre a natureza dos subsunçores.

A sugestão é que a sondagem da existência e da natureza dos subsunçores seja feita por meio de testes que tenham boa dose de perspicácia e criatividade. Nesse sentido, é importante considerar que as estruturas cognitivas são distintas e, discrepam umas das outras na medida em que a aquisição de significados para signos ou símbolos de conceitos ocorre de maneira gradual e idiossincrática (MOREIRA, 2006).

2.2.2 O que fazer quando os estudantes não apresentam subsunçores

No caso de os estudantes não apresentarem subsunção, a sugestão é que o professor faça uso de organizadores prévios como de ancoradouros para os novos conhecimentos e que levem ao desenvolvimento de conceitos subsunçores que facilitem aprendizagens subsequentes.

Para Ausubel (1978, p. 171), organizador prévio consiste num material introdutório, apresentado antes do próprio material a ser aprendido, porém, em um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade do que esse material.

A principal função do organizador prévio é servir de ponte, entre o que o aprendiz já sabe e o que precisa saber para que possa aprender significativamente a tarefa com que se depara. Ou seja, um organizador prévio é uma “ponte cognitiva” entre os materiais já aprendidos e os a serem aprendidos.

O uso do organizador prévio deve visar o preenchimento da lacuna entre o material já estabelecido na estrutura cognitiva do aprendiz e o novo material a ser relacionado com tal estrutura, afim de um novo material a ser aprendido de forma significativa.

Este processo, de acordo com Moreira (2006) se faz provendo uma moldura ideacional para a incorporação estável e a retenção do material mais detalhado e diferenciado que vem após, (que deve ser aprendido), bem como aumentando a discriminabilidade entre esse material e outro similar, ou ostensivamente conflitante, já incorporado na estrutura cognitiva.

A partir dessa compreensão os organizadores prévios são concebidos por Ausubel (1978), de acordo com suas finalidades, como sendo de duas naturezas, que são: expositórios e compativos.

Moreira (1999, p. 23), discute que os organizadores expositores são indicados como adequado no caso de materiais relativamente não familiares. "A função desse organizador é prover subsunçores relevantes aproximados que sustentam uma relação superordenada com o novo material, fornecendo em primeiro lugar, ancoradouro ideacional, em termos do que já é familiar".

Os organizadores prévios e comparativos, são indicados;

> [...] tanto para integrar novas ideias a conceitos, basicamente similares existentes na estrutura cognitiva, como para aumentar a discriminabilidade entre ideias novas e outras já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz, as quais são, essencialmente, diferentes apesar de parecerem similares ao ponto de serem confundidas (MOREIRA, 1999, p. 23).

Com relação ao efeito facilitador dos organizadores prévios sobre a aprendizagem, Moreira (1999), explica que este tem sido o aspecto mais investigado da teoria de Ausubel. Portanto as ideias sobre organizadores prévios, aqui citadas, são de ordem gerais, posto que não é possível torná-los mais específicos, "pois a construção de um organizador depende, sempre da natureza do material de aprendizagem, da ideia do aprendiz e do grau de familiaridade que o mesmo já tem com o assunto a ser aprendido" (MOREIRA, 1999, p. 24).

2.3 TIPOS DE APRENDIZAGENS SIGNIFICATIVAS

Considerando as condições para a Aprendizagem Significativa que em essência é a relação entre o material já existente na estrutura cognitiva do aprendiz e o assunto a ser ensinado, verifica-se que a aprendizagem significativa se classifica em três categorias principais que são: a representacional; a conceitual (formação de conceitos) e a proposicional.

Quanto à primeira categoria, a aprendizagem significativa representacional Moreira (1999) explica que, ela envolve a aquisição de significados através do trabalho do sujeito com símbolos unitários (palavras, números, etc.) e serve de base para as outras duas categorias: conceitual e proposicional.

> A aprendizagem significativa de conceitos é, de certa forma uma aprendizagem representacional, pois, conceitos são, também representados por símbolos particulares, porém, são genéricos ou categóricos já que representam abstrações dos atributos criteriais (essenciais) dos referentes, isto é, representam regularidades em eventos ou objetos (MOREIRA, 2006, p. 25).

Vale esclarecer que na perspectiva da aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos, segundo (AUSUBEL, 1978, p. 89), os conceitos podem ser formados a partir de: objetos, eventos, situações ou propriedades que possuam atributos criteriais comuns e são designados, em uma dada cultura, por algum signo ou símbolo aceito.

Nesse caso, a aprendizagem de conceitos pode ser entendida como um tipo complexo de aprendizagem representacional, então para ser significativa deve atender ao critério da substancialidade, não ser arbitrária e não literal.

Conforme Moreira (2006):

> Na aprendizagem proposicional, contrariamente à aprendizagem representacional, a tarefa não é aprender significativamente o que palavras isoladas ou combinadas representam, e sim aprender o significado de ideia em forma de proposição (MOREIRA, 2006, p. 26).

Embora se tenha como premissa, que de modo geral, as palavras combinadas em uma sentença para construir uma proposição representam conceitos, na aprendizagem proposicional, a tarefa, não é aprender o significado dos conceitos, e sim o significado das ideias expressas verbalmente, por meio desses conceitos, sob forma de proposição.

Por outro lado, é óbvio que para entender uma proposição verbal é necessário entender o significado de seus termos constituintes, ou o que esses termos representam. Por esta razão, é razoável dizer, que a aprendizagem representacional é básica ou pré–requisito para a aprendizagem proposicional.

A aprendizagem significativa proposicional são variações ou níveis da aprendizagem significativa representacional.

Tais categorias podem ser designadas como principais, posto que com base no processo relacional entre o material existente na estrutura cognitiva do aprendiz e o novo material a ser relacionado, que é a essência da teoria da aprendizagem significativa, é possível estabelecer outras categorias de aprendizagem significativa, e que podem ser denominadas como categorias secundárias, que são: Aprendizagem significativa subordinada; Aprendizagem significativa superordenada; Aprendizagem significativa combinatória.

A aprendizagem significativa subordinada ocorre "quando o novo conceito ou proposição é assimilado por conceitos ou proposições superordenados específicos, existentes na estrutura cognitiva" (MOREIRA, 2006, p. 39).

A aprendizagem significativa superordenada acontece quando o novo conceito ou proposição emerge do relacionamento de significados de ideias preexistentes na estrutura cognitiva e passa a assimilá-las.

A aprendizagem significativa combinatória, por sua vez, acontece quando a nova informação não se relaciona especificamente com a ideias subordinadas, ou superordenadas, e sim, de maneira geral, com um conteúdo amplo, existentes na estrutura cognitiva do sujeito.

Tais subcategorias estão fundamentadas no "princípio de assimilação" que de acordo com Ausubel, é resultante do processo de interação que ocorre entre um novo material, relacionável com a estrutura cognitiva do sujeito, e o material significativo (relevante), já existente na estrutura cognitiva do mesmo. Para Ausubel, a assimilação de antigos e novos significados, contribui para as diferenciações e alterações da estrutura cognitiva do sujeito.

O processo de assimilação pela via da aprendizagem subordinada (isto é, por subsunção), por sua vez pode ser derivativa, posto que ocorre "quando a nova informação simplesmente exemplifica ou ilustra o subsunçor (ideias - ancora já estabelecida na estrutura cognitiva) ou correlativa, quando o amplia, elabora ou modifica"(MOREIRA, 2006, p. 39).

Como continuação natural do processo de subsunção (ou assimilação), Ausubel introduz o conceito de assimilação obliteradora, que consiste na designação do processo no qual, as novas informações vão, espontânea e progressivamente, perdendo a dissociabilidade em relação às ideias – âncoras, até que não mais sejam reproduzíveis como entidades individuais, restantes apenas o subunçor modificado.

Nesse caso, o esquecimento é, portanto, visto como uma continuação temporal, natural, do mesmo processo de assimilação, o qual facilita a aprendizagem e a retenção significava de novas informações.

A diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa são processos relacionados que ocorrem na medida em que a aprendizagem significativa acontece. Moreira (2006) explica que:

> Na aprendizagem subordinada, a ocorrência da assimilação (subsunção) conduz à diferenciação progressiva do conceito ou proposição subsunçor. Na aprendizagem superordenada (e na combinatória), à medida que novas informações são adquiridas, elementos já existentes na estrutura cognitiva podem ser percebidos como relacionados, podem ser reorganizados e adquirir novos significados (MOREIRA, 2006, p.39).

Portanto, é exatamente esse rearranjo de elementos existentes na estrutura cognitiva que Ausubel chama de reconciliação integrativa, para designar o desenvolvimento cognitivo como um processo dinâmico, no qual novos e antigos significados estão, constantemente, interagindo e resultando em uma estrutura cognitiva mais diferenciada, a qual tende a umas organizações hierárquicas, na qual conceitos e proposições mais gerais ocupam o “ápice da estrutura e abrangem, progressivamente, proposições e conceitos menos inclusivos, assim como dados factuais e exemplos específicos” (ibidem).

2.4 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO UM TIPO ESPECIAL DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Desde o século passado, especificamente na década dos anos 70 a 80, a resolução de problemas tem sido vista como atividade possível de ser realizada em sala de aula. No contexto da sala de aula, a resolução de problemas tem sido avaliada como uma habilidade específica pela qual o aprendiz exterioriza o processo mental de construção e aquisição do conhecimento. Acredita-se que no processo de resolução de problemas, o aprendiz converte em ações e modos de atuação os conceitos, proposições e exemplos adquiridos (construídos) através da interação com professores, pares e materiais instrucionais.

Na teoria da aprendizagem significativa, a resolução de problemas é designada como "qualquer atividade na qual a representação cognitiva de experiência prévia e os componentes de uma situação problemática apresentada são reorganizados a fim de atingir um determinado objetivo" (AUSUBEL, 1968, p. 53).

Nesse ponto, fica evidente que o "material cognitivo" preexistente na estrutura do sujeito que aprende desempenha papel preponderante na resolução de problemas. Mais ainda, a busca de solução de qualquer problema envolve uma readaptação do resíduo da experiência prévia frente às demandas da nova situação problemática a ser enfrentada.

Se a estrutura cognitiva já possui as subsunções relacionáveis com o os aspectos conceituais que compõe o problema, tal situação propicia a reorganização do conhecimento, em função da resolução do problema, que assim sendo, terá cumprido o seu papel de facilitador ou propiciador da aprendizagem significativa.

A atividade docente caracterizada pela resolução de problemas no processo de ensino Aprendizagem de Matemática pode adquirir "status" de "atividade meio", que propicia, ou facilita a aprendizagem significativa, posto que conforme a concepção de Ausubel, o surgimento do "insight" resulta de um processo de clarificação progressiva sobre relações de meio–e-fim fundamentadas na formulação, verificação e rejeição de hipóteses alternativas. É evidente, que tais processos mentais ocorrem durante a busca, do sujeito, por uma solução para um dado problema.

É exatamente por esta razão que Joseph Novak encara a resolução de problemas como "[...] um caso especial de aprendizagem significativa" (Novak, 1981, p.108), na medida em que esta tarefa requer incorporação, dessa maneira, da nova informação na estrutura cognitiva do sujeito que a realiza.

2.5 A ASSIMILAÇÃO E AS EVIDÊNCIAS DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Como dito várias vezes aqui nessa tese, na perspectiva da teoria da Aprendizagem Significativa, a aquisição dos significados consiste no produto, precisamente obtidos da aprendizagem significativa. Como Explicado por Moreira (2006):

> O significado real para o indivíduo (significado psicológico) emerge quando o significado potencial (lógico) do material de aprendizagem converte-se em conteúdo cognitivo diferenciado e idiossincrático por ter sido relacionado, de maneira substantiva e não arbitrária, e interagindo com ideias relevantes existentes na estrutura cognitiva do indivíduo (MOREIRA, 2006, p. 27).

Para tornar claro e preciso o processo de aquisição e organização de significados na estrutura cognitiva, Ausubel introduz o princípio de assimilação, e que por essa razão possui um valor explanatório, podendo ser representado pelo esquema a seguir:

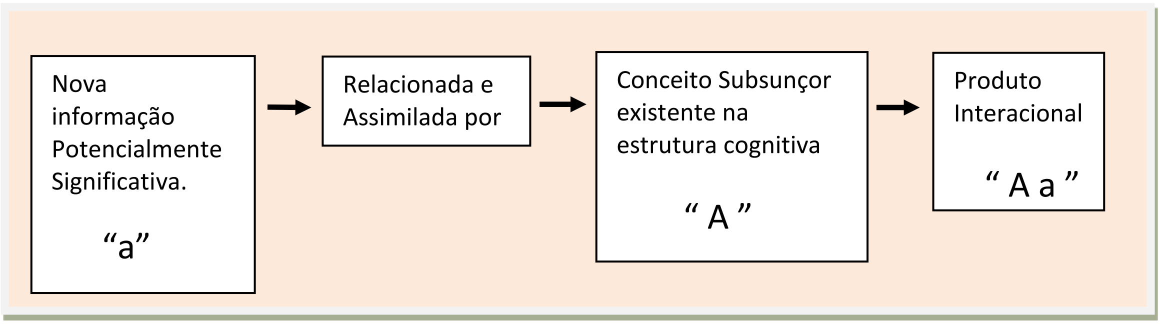


Figura 3: Esquema de assimilação segundo Ausubel. Adaptado por Santos e Nicot (2015) a partir de Moreira (1999, p. 24).

A figura três foi adaptada para ilustrar o princípio da assimilação, segundo Ausubel, que por sua vez, torna claro, que a assimilação é um processo que ocorre quando uma ideia, conceito ou proposição “a”, potencialmente significativo, é assimilado sob uma ideia, conceito ou proposição, isto é, (quando um subsunçor) “A”, já estabelecido na estrutura cognitiva.

Aqui é importante pontuar que quando um novo conceito ou proposição é assimilado por subsunção, ou seja, por um processo de interação e ancoragem em um conceito subsunçor, este também se modifica. Ademais, da ocorrência desse processo, uma ou mais vezes, resultam dois eventos distintos e próprios da aprendizagem significativa, que são: **diferenciação progressiva** e **reconciliação integrativa**.

De acordo com Moreira (2006), a diferenciação progressiva, é mais própria da aprendizagem significativa subordinada, especialmente, na correlativa, na qual, os conceitos subsunçores estão sendo constantemente elaborados, modificados, adquirindo novos significados, ou seja, progressivamente modificados.

Enquanto a reconciliação integrativa, consiste em processo mais próprio da aprendizagem significativa superordenada ou combinatória, nas quais as ideias estabelecidas na estrutura cognitiva podem, no curso de novas aprendizagens, serem reconhecidas como relacionadas. Dessa forma, novas informações vão sendo adquiridas e elementos existentes na estrutura cognitiva podem ser reorganizados e adquirir novos significados. É exatamente a esse processo de reorganização das ideias existentes na estrutura cognitiva que Ausubel (1978, p. 124) designa como **reconciliação integrativa**.

A partir de tais descrições sobre elementos e processos essenciais da aprendizagem significativa, Moreira (2006) discute as formas de avaliar ou evidenciar a aprendizagem significativa. Ausubel (1978, p. 146 – 147), afirma que a compreensão genuína de um conceito ou proposição implica a posse de significados claros, precisos, diferenciados e transferíveis.

Tal afirmação supõe que testes orais ou escritos, ao modo convencional, não são instrumentos eficientes para uma avaliação de aprendizagem significativa, pois para fazê-los, os estudantes quase sempre se preparam previamente, e acabam sendo induzidos a reproduzir respostas mecanicamente memorizadas.

Dessa forma, Moreira (2006, p. 28) afirma que “a melhor maneira de evitar a simulação da aprendizagem significativa é formular questões e problemas inéditos e não familiares que requeira máxima transformação do conhecimento adquirido”.

Nessa perspectiva, a resolução de problemas aparece como uma alternativa viável, consistindo em um método prático e de valor para a avaliação da aprendizagem significativa.

Quanto à resolução de problemas, embora existam outras possibilidades de avaliar a aprendizagem significativa, talvez, segundo Ausubel, “esta seja a única maneira de avaliar, em certas situações, se os estudantes, realmente, compreenderam significativamente as ideias que são capazes de verbalizar” (1978, p. 146).

2.6 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

As tendências em Educação Matemática que atualmente estão sendo alvo de discussões e produções teóricas e práticas são: Etnomatemática, Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Tecnologia da Educação Matemática e História da Matemática.

Por se entendida como uma especificidade imediata do ensino de matemática na escola, a Resolução de Problemas tende sobrepor-se as demais tendências em Educação Matemática. Isso porque a orientação geral é que o ensino de matemática parta de uma situação problematizada, e desta forma todas as demais tendências em Educação Matemática, convergem para uma metodologia baseada na resolução de problemas.

Este princípio geral ficou estabelecido desde 1980 quando nos Estados Unidos (EUA) foi publicado pelo do NCTM (Conselho Nacional dos Professores de Matemática) um documento intitulado por “Agenda para Ação”, que contém recomendações para o ensino de matemática, onde a resolução de problemas é um dos seus elementos principais (DANTE, 2002; GIANCATERINO, 2009).

Após esta publicação a resolução de problemas em Matemática passa a ser vista no plano político pedagógico e educativo, como “o motor propulsor” do ensino da matemática na escola (PAIS, 2001, p.25).

No âmbito da psicologia educacional, este princípio se fundamenta, no processo dialético, em que o método de resolução de problemas impõe diversos desafios ao estudante, isto, pelas condições nas quais uma situação problema estabelece o conhecido conflito cognitivo da teoria de Piaget, levando o estudante a um processo de metacognição e recorrendo ao conhecimento já existente em função da formação de um novo conhecimento que deverá ser inserido na estrutura cognitiva pré-existente.

Isso não implica dizer, que as situações problemas sejam prerrogativas para a aquisição do saber matemático, mas sim, que as situações problemas de modo geral são prerrogativas para o desenvolvimento físico e intelectual de todo e qualquer indivíduo. Em contrapartida, se na escola considera-se que o objetivo da matemática seja eminentemente o desenvolvimento do pensamento de forma lógica, não seria exagero se pensar num ensino de matemática por meio de resolução de problemas.

No Brasil, o método de resolução de problemas de Matemática ganhou força com a nova Lei de Diretrizes e Bases (LDB – 9394/96) para o Ensino Fundamental, e com os novos Parâmetros curriculares nacionais, que igual com o NCTM (Conselho Nacional dos Professores de Matemática), publicada em 1980, nos Estados Unidos (EUA), orienta que o ensino de matemática tenha como parâmetro essencial na resolução de problemas. (BRASIL, 1998).

Não é somente no plano político e educacional que a resolução de problemas de Matemática se qualifica com grande potencial para as estratégias de ensino, também devem ser considerados os demais componentes curriculares. A resolução de problemas também se fundamenta pelas teorias neocognitivas, conforme serão abordadas com mais particularidade na próxima seção deste capítulo. Como exemplo, a teoria dos Campos Conceituais referente à (VERGNAUD, 1993), onde a resolução de problemas ganha *status* de uma ação pela qual é possível estruturar os conteúdos a serem ensinados, ou seja, é a busca pela solução de um problema que determina o campo conceitual do sujeito mediante um processo de contextualização, descoberta e reconstrução de conceitos.

Ausubel (1968) em uma de suas abordagens sobre a teoria da aprendizagem significativa qualifica a resolução de problemas como uma atividade na qual “a representação cognitiva de experiência prévia e os componentes de uma situação problemática apresentada, são reorganizados a fim de atingir um determinado objetivo” (AUSUBEL, 1968, p. 53).

Como se sabe, na perspectiva da teoria da aprendizagem significativa a estrutura cognitiva preexistente desempenha papel preponderante na resolução de problemas, ainda mais se levando em conta que a busca de solução de qualquer problema envolve uma readaptação do resíduo da experiência prévia frente às demandas da nova situação problemática a ser enfrentada. Isso implica que: “Se a estrutura cognitiva já possui as subsunções adequadas para permitir a reorganização do conhecimento, a resolução do problema terá cumprido o seu papel para a aprendizagem significativa” (COSTA e MOREIRA, 2001, p. 01).

2.7 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, CONCEPÇÕES E ABORDAGENS

No plano das reformas políticas educacionais, como visto na seção anterior, o ensino de matemática através da resolução de problemas é uma abordagem com *status* de método, estabelecida à luz das recomendações do NCTM e dos PCN’s, (ONUCHIC e ALLEVATO, 2004, p.222).

De fato, a partir da década de 90, do século passado, no Brasil e no mundo, assume-se a resolução de problemas como o motor propulsor do ensino de matemática. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais para a educação brasileira – PCN´s (BRASIL, 1998 - 2002), a resolução de problemas se qualifica com um meio de se ensinar Matemática de modo que o problema é entendido como o ponto de partida e o desencadeador ou gerador de um processo de construção do conhecimento.

Como método de ensino aprendizagem, a Resolução de Problemas se caracteriza por considerar os estudantes como participantes ativos, os problemas como instrumentos precisos e bem definidos e a atividade de resolução de problemas como uma coordenação complexa e simultânea que propicia vários níveis de organização e estruturação do aparelho cognitivo (ONUCHIC, 1999; ONUCHIC; ALLEVATO, 2004).

Na perspectiva pedagógica, a resolução de problemas pode ser qualificada e planejada como um método ativo pelo qual se processa o conhecimento, a favor de uma aprendizagem por descoberta, mediante a compreensão e a reflexão acerca de um dado objeto ou conceito.

Na verdade, esta concepção de resolução de problemas como método de ensino aprendizagem é apenas uma das várias concepções que se registra ao longo do Século XX, sobre a resolução de problemas. Talvez a última delas.

De acordo com Mendonça (1993) e Allevato (2007) é possível verificar no mínimo três concepções distintas sobre a resolução de problemas, isto é: 1) Como um objetivo em si mesmo, isto é, ensina Matemática para resolver problemas, sendo a resolução de problemas é a meta final; 2) Como um processo instrucional, significa que a resolução de problemas é um meio para desenvolver o potencial heurístico do aluno, dirige-se ao desempenho do indivíduo como resolvedor de problemas; 3) como um ponto de partida para o processo de ensino aprendizagem, significa olhar o problema como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento matemático.

Por outro lado, Stanic & Kilpatrick (1989) evidenciam que de modo geral, é possível verificar pelo menos três eixos condutores do trabalho com resolução de problemas, a saber: 1) A resolução de problemas como contexto, que é dividido em cinco subtemas: como justificativa, como motivação, como recreação, como veículo e como prática; 2) A resolução de problemas como habilidade: nesta linha a resolução de problema é vista como um número de habilidades a serem ensinadas no currículo matemático; resolve problemas rotineiros; 3) A resolução de problemas como arte: este eixo emerge do trabalho de George Polya, que revive a ideia da heurística (a arte da descoberta), levar os estudantes a compreenderem como a Matemática foi descoberta e fazer suas próprias descobertas.

Corroborando essa abordagem crítica sobre a resolução de problemas, Gazire (1989) considera que no contexto da Educação Matemática figura-se pelo menos três perspectivas para a resolução de problemas: 1) Um novo conteúdo, 2) Aplicação do conteúdo, e 3) Um meio de se ensinar Matemática. Esta última incorpora a concepção de resolução como meio para o ensino de matemática, o problema como ponto de partida e propicia a evolução da resolução de problemas de um *status* de tópico ou disciplina com um fim em si mesmo, para um *status* de método de ensino aprendizagem e avaliação.

A principal característica dessa perspectiva é o princípio que defende que "se todo conteúdo a ser aprendido for iniciado numa situação de aprendizagem, através de um problema desafio, ocorrerá uma construção interiorizada do conhecimento a ser adquirido" (GAZIRE, 1989, p.124).

Quanto às abordagens, Schroeder e Lester (1989, p. 31 – 34) consideram três modos diferentes de abordar resolução de problemas; 1) Ensinar sobre resolução de problemas: o professor trabalha com variações do modelo de Polya; 2) Ensinar a resolver problemas: concentra-se na maneira como a Matemática é ensinada e o que dela pode ser aplicada. Dá-se relevância ao uso do conhecimento adquirido anteriormente em problemas rotineiros e não rotineiros; 3) Ensinar Matemática através da resolução de problemas: temos a resolução de problemas como uma metodologia de ensino, como um ponto de partida e um meio de se ensinar matemática. Nesta abordagem o problema é olhado como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento. O ensino está centrado no aluno, que constrói os conceitos matemáticos durante a resolução de um problema, sendo a seguir formalizados pelo professor.

Haumám (2006) admite que ao longo do século XX, as concepções e abordagens sobre resolução de problemas têm evoluído de modo que atualmente nos deparamos com uma concepção de resolução de problemas como um método de ensino.

Portanto, esta concepção metodológica é recente e decorre do consenso de que a abordagem mais adequada é ensinar matemática através de resolução de problemas, tendo o problema como veículo, ponto de partida e instrumento de avaliação.

2.8 O MÉTODO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: ALGUMAS ORIENTAÇÕES PRÁTICAS

Huamán (2006), afirma que após varias décadas de discussão e evolução das concepções sobre resolução de problemas, o pesquisador em educação e ensino de Matemática se depara com a ideia de que o uso de um problema como ponto de partida para o ensino aprendizagem de matemática torna mais fértil o trabalho do professor, no que se refere ao processo de ensino aprendizagem dos seus alunos. Conforme Osborne e Kasten (1996) é exatamente esse entendimento que faz com que a resolução de problemas chegue a ser considerada com *status* de metodologia.

De acordo com esta concepção metodológica, considera-se “problema”, toda e qualquer situação da realidade objetiva que envolve a vida das pessoas que pode ser problematizada, incluindo assim, jogos em que se busca uma estratégia para vencer, planejamento de atividades, levantamento e seleção de informações, atividades que exigem investigação, entre tantas outras.

Consoante a esta concepção, Onuchic (1999) considera que no aspecto pedagógico, o trabalho de ensino de matemática deve acontecer numa atmosfera de investigação orientada pela resolução do problema. Por esta orientação o professor deve orientar o trabalho dos estudantes desafiando-os a resolver o problema, e estes por sua vez devem desejar resolvê-lo.

Seguindo esta linha, o problema deve ser previamente elaborado de modo inteligente para que possa conduzir os estudantes à utilização de seus conhecimentos já existentes.

O problema não pode ser resolvido sem reflexão, simplesmente com a aplicação de um algoritmo, ou de uma fórmula, ou uma determinada regra. A resolução de problema exige uma atitude de investigação na qual o aluno elabora estratégias, conjecturas, desconstruções e generalizações que devem emergir de seus saberes e conhecimentos já acumulados.

No aspecto didático operacional, Onuchic e Allevato (2004) orientam que ao invés de iniciar sua aula apresentando um conceito, o professor deve iniciar o processo de ensino aprendizagem, apresentando um problema aos estudantes que devem ser considerados sujeitos ativos e responsáveis por sua aprendizagem.

Em termos cognitivos, os proponentes desta metodologia baseiam sua pedagogia na noção de que ao se depararem com uma situação problema, os estudantes recorrem aos seus conhecimentos existentes para resolvê-la e, além disso, durante o processo de resolução de problemas, constroem novos conhecimentos e ampliam a compreensão sobre os conhecimentos já existentes.

Corroborando com esta ideia, Vam de Walle (2001) explica que de acordo com esta pedagogia, para que ocorra aprendizagem é necessário que se tenha três coisas, a saber: Uma situação problema; o material necessário para resolvê-la (conceitos prévios) e; o esforço cognitivo do estudante (vontade de resolvê-lo).

Nestes termos, admite-se a aprendizagem como produto de um processo no qual os estudantes dão significado às suas ideias a partir de sua compreensão, mediante a resolução de um problema. Por esta razão, a resposta do problema não é mais importante do que o caminho percorrido para se chegar até ela.

Por esta razão, os proponentes desta metodologia defendem que ensinar matemática através da resolução de problemas é muito mais do que, simplesmente, apresentar um problema, sentar-se e esperar que algo mágico aconteça. Pelo contrário, defendem que ensinar matemática através da resolução de problemas pressupõe um rigor metodológico, “no qual o professor, apesar de intermediador entre o conhecimento e o aluno, é responsável pela criação e manutenção de um ambiente matemático motivador e estimulante, em que a aula deve transcorrer” (HUAMÁN, 2006, p. 02).

Uma vez postos os fundamentos pedagógicos, didáticos e psicológicos desta metodologia, o ponto de interrogação ainda continua sobre o planejamento e a prática desta metodologia. Diante desse impasse Haumám (2006, p. 03) remete a Vam de Walle (2001) que prescreve da necessidade de um roteiro para se obter isso. Para este pesquisador, esta metodologia requer que toda aula seja composta por três partes importantes, isto é: antes, durante e depois.

Segundo Vam de Walle (2001), na primeira parte, o professor deve garantir que os alunos estejam mentalmente prontos para receber a tarefa e assegurar-se de que todas as expectativas estejam claras. Aqui, vale elucidar que estar “mentalmente preparado, significa ter conhecimento prévio necessário para resolver o problema” proposto pelo professor.

Na fase "durante", os alunos trabalham e o professor avalia esse trabalho. Na terceira, "depois", o professor aceita a solução dos alunos sem avaliá-las e conduz a discussão, enquanto os alunos justificam e avaliam seus resultados e métodos. Então, o professor formaliza os novos conceitos e novos conteúdos matemáticos construídos. Portanto, nesta disposição a Resolução de Problemas requer um processo de avaliação constante por parte do professor.

Haumám (2006, p. 03) reitera que embora o roteiro proposto em Vam de Walle (2001) não encerra uma regra rígida para o planejamento e a prática desta metodologia, Onuchic (1999) faz uso do mesmo e concebe uma sequência de atividades que pode referenciar o trabalho de quem pretenda adotar esta pedagogia do ensino aprendizagem e avaliação de matemática através de Resolução de Problema.

Segundo Onuchic (1998), tudo inicia com a apresentação do problema, portanto, é fundamental que o professor ao programar suas atividades tendo como orientação a metodologia de resolução de problemas, reflita primeiramente sobre as seguintes questões:

- ✓ (Com relação ao problema) – O que temos é um problema? Por quê?
- ✓ Que tópicos de matemática podem ser ensinados com esse problema?
- ✓ Haverá necessidade de se considerar problemas menores (secundários) associados a ele?
- ✓ Para que séries você acredita ser este problema adequado?
- ✓ Que caminhos poderiam ser percorridos para se chegar à sua solução?
- ✓ Como observar a razoabilidade das respostas obtidas?
- ✓ Você, como professor, teria dificuldade em trabalhar este problema?

- ✓ Que grau de dificuldade você acredita que seu aluno possa ter diante desse problema?

- ✓ Como relacionar o problema dado com aspectos sociais e culturais?

Uma vez feita esta reflexão, Onuchic (1999) sugere a seguinte sequência de ações:

1ª etapa – **Desafio individual:** Apresentar o problema para a classe de estudante que o buscam resolver de modo individual;

2ª etapa - Formar grupos: sugerir que os estudantes elaborem e discutam suas respostas com o grupo num processo compartilhado, cooperativo dando a oportunidade de aprender uns com os outros:

3ª etapa- Definição de uma solução para o problema: O grupo deve chegar a um consenso caso há diferentes respostas para o problema apresentado;

4**ª etapa- Estabelecer uma Plenária -** Assembleia com todos os alunos. Como todos trabalham sobre o problema dado, estão ansiosos quanto a seus resultados, dessa forma, cada grupo participa apresentando suas respostas eleitas:

O papel do professor na etapa “DURANTE”**,** muda de comunicador do conhecimento para o de observador, organizador, consultor, mediador, interventor, controlador, incentivador da aprendizagem. Assim sendo, deve anotar os resultados obtidos pelos grupos quer sejam certo ou errado e aqueles feitos por diferentes caminhos.

No momento “DEPOIS”, o professor deve proceder às análises dos resultados, ou seja, discutir com os grupos de estudantes os pontos de dificuldade (problemas secundários). As análises dos resultados devem ser orientadas pelos seguintes aspectos:

- ✓ **Exploração** das análises dos estudantes.

- ✓ **Consenso** sobre o resultado pretendido.

- ✓ **Formalização:** Fazer uma síntese daquilo que se objetivava “aprender” a partir do problema. São colocadas as devidas definições, identificadas as propriedades, feitas as demonstrações.

Por análise, verifica-se que a efetivação da sequência didática proposta por Onuchic (1999) qualifica a metodologia de ensino, aprendizagem e avaliação através de resolução de problemas como um método ativo, pois requer dos estudantes ação, análise, discussão e comunicação, seja ela oral, escrita, ou através de desenhos e imagens, tendo o professor como guia e os alunos como construtores do conhecimento.

Vale destacar ainda, que nessa perspectiva, a avaliação é parte integrante e contínua do processo de ensino-aprendizagem, como um instrumento de acompanhamento do crescimento individual e coletivo dos estudantes e de reorientação da prática da sala de aula quando necessário.

Segundo Silva e Kilpatrick (1989) quando a avaliação está associada e integrada ao ensino, ela se torna uma excelente oportunidade para o professor aprender sobre o que seus alunos entendem e o que eles podem fazer. E é fundamental que o aluno, nesse contexto, faça sua autoavaliação no intuito de guiar e aumentar sua aprendizagem.

Em termos de resultados, a vantagem de se utilizar esta metodologia é que durante o processo de ensino e aprendizagem os estudantes desenvolvem a habilidade de elaborar e fazer uso correto das indagações e de apresentar suas sugestões decorrentes do problema resolvido.

Considerando a pesquisa sobre resolução de problemas no Brasil, destaca-se as orientações apresentadas nos parágrafos anteriores, que reúnem as ideias da professora Lourdes de La Rosa coordenadora do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), UNESP – Rio Claro, que juntamente com seus colaboradores, têm buscado nas últimas duas décadas referenciar o ensino, a aprendizagem e a avaliação de matemática, na sala de aula tendo como elemento organizador do Processo, a Resolução de Problemas.

Nesta tese, o autor valoriza a necessidade de colaborar e cooperar com o GTERP, para o avanço da pesquisa no âmbito do Processo de Ensino, Aprendizagem e Avaliação, com ênfase na Resolução de Problemas e, com vista no avanço dos referenciais práticos dessa pedagogia.

É exatamente nesse sentido, que o próximo capítulo desta tese apresenta um Modelo Pedagógico, elaborado com o objetivo de organizar o Processo de Ensino, Aprendizagem e Avaliação da disciplina “Matemática Básica I”, da Licenciatura em Matemática, na Universidade Estadual de Roraima (UERR).

A título de contribuição, esta tese busca colaborar com o GTERP, no aspecto organizacional do trabalho pedagógico, tomando como elemento gerador do Processo, a Resolução de Problemas. Para tanto, a proposta de elaboração de tal modelo, recorre aos fundamentados da pedagogia da aprendizagem significativa e, toma como base o método de Resolução de Problemas, na Perspectiva de Onuchic e Allevato (2001; 2003; 2004; 2007).

Capítulo # 3

MODELO PEDAGÓGICO
DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA DISCIPLINA MATEMÁTICA BÁSICA I

INTRODUÇÃO DO CAPÍTULO 3

> No entanto, a abordagem de conceitos, ideias e métodos sob a perspectiva de resolução de problemas ainda é bastante desconhecida da grande maioria e, quando é incorporada à prática escolar, aparece como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagem de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução memorizadas pelos alunos. (PCN, 1998, p. 12).

A citação anterior demonstra que embora exista atualmente um consenso nacional e mundial de que a essência do processo de ensino e aprendizagem da Matemática é a resolução de problemas, ainda há necessidade de se referenciar a prática docente quanto a esta proposta.

Sousa (2009 p. 1) justifica a proposta do ensino da Matemática através da resolução de problemas, reiterando que a Matemática é uma área do conhecimento humano que surgiu e tem-se desenvolvido a partir dos problemas que a humanidade tem enfrentado ao longo de sua história. Ademais, a capacidade de resolver problemas é requerida nos mais diversos espaços de vivência das pessoas, sendo assim considerada uma habilidade fundamental para se avaliar e conhecer o nível de conhecimento matemático de um dado indivíduo ou população.

Lupinacci e Botin (2004, p. 11) discutem que no processo de ensino aprendizagem, a Resolução de Problemas pode ser inscrita como uma alternativa metodológica, viável para se desenvolver o intelecto dos estudantes e motivá-los para o estudo da Matemática, através de desafios ou problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos.

Santos e Nicot (2014) destacam que no processo de ensino aprendizagem da matemática, os problemas exercem um papel importante, permitem o aluno colocar-se diante de questionamentos e pensar por si próprio, possibilitando o exercício do raciocínio lógico e não apenas o uso padronizado de regras.

Nesse contexto, dá-se sentido às indagações da ordem referente a como organizar o processo de ensino aprendizagem de matemática a partir da Resolução de Problemas. Nesse sentido, o modelo pedagógico proposto por esta pesquisa, é apresentado como uma sugestão de resposta a essa questão.

3.1 APRESENTANDO O MODELO PEDAGÓGICO

Aqui vale destacar que na grade do curso de Licenciatura em Matemática, na UERR, a disciplina Matemática Básica I é pré-requisito para a disciplina de Cálculo I, que tem registrado baixo rendimento e o alto índice de reprovação, de estudantes, nos últimos quatro anos.

É a parti dessa prerrogativa, que se estabelece a resposta para o problema científico desta pesquisa, que consiste na proposta de um modelo pedagógico, viável para favorecer o desempenho intelectual dos estudantes na disciplina "Matemática Básica I", do curso de Licenciatura em Matemática da UERR, Campus Rorainópolis, supondo que dessa maneira os estudantes poderão estar melhor preparados para a cursar a disciplina de cálculo I.

Nesse sentido, o modelo pedagógico proposto foi elaborado e organizado à luz da teoria da aprendizagem significativa, juntamente com as orientações teóricas e práticas do método de ensino aprendizagem através da Resolução de Problemas.

O modelo proposto é dinâmico e contém na sua estrutura a forma didática e a metodologia inserida no contexto dos debates e discussões sobre como é possível implementar o processo de ensino e aprendizagem de matemática, tendo a Resolução de Problemas, como eixo direcionador.

Penaforte (2001) destaca que a aprendizagem baseada na resolução de problemas possui suas raízes na aprendizagem por descoberta que tem como precedentes à teoria do conhecimento, relacionada ao americano John Dewey (XVIII – XIX).

Conforme Cyrino e Pereira (2004), na proposta de Dewey, a aprendizagem parte de Problemas ou situações que intencionam gerar dúvidas, desequilíbrios ou perturbações intelectuais. Nessa abordagem, o método "dos problemas" valoriza experiências concretas e problematizadoras, com forte motivação prática e estímulo cognitivo para solicitar escolhas e soluções criativas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), orientam que o valor de se utilizar a Resolução de Problemas como eixo direcionador do processo de ensino aprendizagem, está no potencial pedagógico da Resolução de Problemas para desafiar os estudantes a fazerem uso de suas faculdades físicas e intelectuais, com vistas na elaboração do pensamento lógico, envolvendo exercícios de meta-cognição, elaboração e de análise de hipóteses, elaboração do discurso e de uso da linguagem e da fala, como forma de exposição e defesa do pensamento.

Moreira (2006) destaca que os estudos de Vergnaud (1990;1993;1996), verificam que na aprendizagem dos conceitos matemáticos, existe um aspecto de influência que são as conectividades de relevância que existem entre os conceitos matemáticos e entre os campos de conceitos. De acordo com Vergnaud (1993, p, 233) estas ligações de pertinência determinam estruturas lógicas designadas por ele de “campos conceituais”.

Tomando como base as ideias de Vergnaud (1993) sobre a influência dos campos conceituais na aprendizagem de matemática, supõe-se que o processo de ensino aprendizagem de matemática, tendo como eixo direcionador a Resolução de Problemas, deve ser organizado sobre a base teórica e pedagógica da Aprendizagem Significativa.

Sobre a Aprendizagem Significativa, Braathen (2012) considera que se trata de uma teoria cuja orientação pedagógica é que no âmbito da sala de aula, psicologicamente falando, só existem duas formas diferentes, mas não dicotômicas, de aprender que são, a Aprendizagem Mecânica e a Aprendizagem Significativa, e, portanto, todo intelecto estudantil se desenvolve num intervalo de aprendizagem designado por Ausubel (1978) de “intervalo mecânico significativo”.

Ausubel (1978) define que a Aprendizagem Significativa se destaca por ser substancial, não-literal, não arbitrária. Decorre das ligações de relevância existente entre os conceitos pré-existentes na estrutura cognitiva dos estudantes e um novo conceito, fenômeno ou objeto a ser aprendido.

Com base na visão da teoria da Aprendizagem Significativa, o modelo pedagógico proposto, segue a estrutura designada como <pedagogia do “conhecimento prévio”> que consiste na organização do processo de ensino aprendizagem, a partir daquilo que os estudantes já sabem. Esta pedagogia orienta-se pela ideia de “conceito subsunçor”, que de acordo com Ausubel (1978), consiste em um conhecimento já estabelecido na estrutura cognitiva dos estudantes e, que, funciona como âncoras, para a aprendizagem de um novo conceito.

Nessa abordagem, introduz-se a Resolução de Problemas como uma habilidade específica das disciplinas para facilitar o conhecimento matemático e como método de ensino e aprendizagem, facilitador da aprendizagem significativa, cuja execução exige que os estudantes verifiquem os conceitos envolvidos no cerne de um dado problema apresentado pelo professor e, elaborem um plano para resolvê-lo levando-se em consideração as ligações de relevância existente entre tais conceitos, ficando assim previsto, processos mentais favoráveis a uma aprendizagem matemática significativa.

A organização do processo de ensino aprendizagem a partir da Resolução de Problemas, torna o modelo em uma proposta que altera a lógica pedagógica e a estrutural didática e metodologia do trabalho docente na disciplina matemática Básica I, no Curso de Licenciatura em Matemática da UERR, Campus Rorainópolis.

Esta alteração consiste em tomar os problemas de matemática como ponto de partida e de chegada dos processos de ensino aprendizagem, ao invés da mera exposição de conteúdo seguida de uma lista de exercícios como forma de memorização dos mesmos. Consiste ainda, em considerar que o estudante precisa ser envolvido nesse processo, como um sujeito ativo e protagonista de sua própria aprendizagem. Dessa forma, acredita-se que o processo ensino aprendizagem torna-se mais propício ao desenvolvimento intelectual dos estudantes.

Tomando como referência o modelo pedagógico apresentado por Nicot (2001), o modelo proposto ajuda a desenvolver a efetivação prática do processo de ensino aprendizagem da disciplina Matemática Básica I, por meio de um ciclo sistêmico invariante, composto por três fases designadas como <antes, durante e depois>.

Na fase “Antes”, se realiza o planejamento das estratégias, bem como a elaboração dos problemas matemáticos que deverão ser utilizados para a aprendizagem desejada.

Na fase do planejamento, destaca-se a importância do papel do professor que deve elaborar os problemas com antecedência, tendo em vista a aprendizagem significativa dos estudantes. Nessa fase, tomando como base as orientações encontradas em Moreira (2006), o professor deve prover antecipadamente o material de ensino aprendizagem que seja potencialmente significativo. Para isso é necessário prever antecipadamente, as ligações de relevância entre os conceitos a serem aprendidos, bem como, as relações existentes entre a estrutura cognitiva dos estudantes e os novos objetos, conceitos ou fenômenos a serem aprendidos.

Nesse sentido, o modelo utiliza os “problemas de matemática” como material potencialmente significativo. A respeito do problema, Onuchic (1999), os define como sendo toda tarefa que o aluno não sabe como resolver, mas que deseja resolver. Sendo assim, realiza um esforço cognitivo no qual utiliza como energia, a lógica existente (relevância) entre os conceitos envolvidos na base da resolução de um dado problema de matemática, apresentado pelo professor, e a sua estrutura cognitiva.

A imagem a seguir ilustra a noção teórica de Onuchic (1999) sobre a aprendizagem durante a resolução de um dado problema.

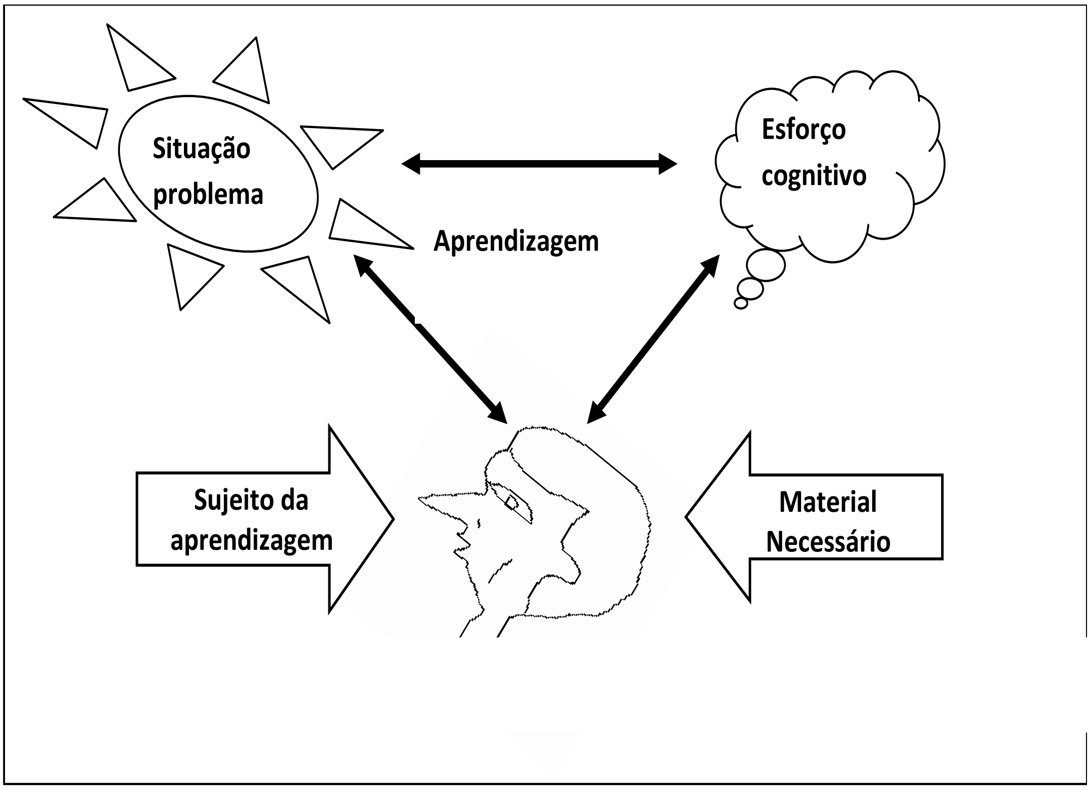


Figura 4 – A aprendizagem como resultante da interação entre o material cognitivo do sujeito, o problema a ser resolvido e o esforço do aprendiz para resolvê-lo. Adaptado por Santos e Nicot (2015) a partir de Onuchic (1999).

Esta ideia de Onuchic (1999) dá sentido ao uso do problema como material potencialmente significativo e, facilitador da aprendizagem significativa. Por esta razão, os problemas a serem propostos aos estudantes durante a disciplina, devem ser planejados previamente, valorizando-se as ligações relevantes estabelecidas entre os conceitos e os campos de conceitos matemáticos presentes na ementa da disciplina Matemática Básica I.

A segunda fase (durante) corresponde à execução da prática docente que envolve as estratégias de ensino aprendizagem que, na perspectiva da Aprendizagem Significativa, depende das condições da estrutura cognitiva dos estudantes e da qualidade do material potencialmente significativo.

Na etapa final (depois), o modelo é avaliado tendo em vista seus resultados mediante as novas visões sócio-educativas, que podem surgir durante o percurso da disciplina, e que podem gerar novos problemas e, portanto, necessidade de novas estratégias e direcionamentos pedagógicos.

A figura 5 mostra um esquema que representa a ideia central do modelo, ilustra que a lógica que é utilizada nesse modelo de organização do processo de ensino aprendizagem, conforme o contexto de investigação dessa pesquisa.

A análise visual da figura 5 revela que no modelo proposto o objetivo do processo de ensino aprendizagem da disciplina “Matemática Básica I” não se limita apenas ao cumprimento de uma lista de conteúdos, mas avança para o campo das habilidades possíveis de serem desenvolvidas a partir de cada conteúdo previsto. Nesse sentido, é possível enunciar algumas premissas que se estabelecem no eixo central do modelo pedagógico proposto neste trabalho:

- Realizar uma adequada organização do processo ensino aprendizagem que permita aos estudantes, que desenvolvam habilidades do pensamento lógico;

- Alcançar, por meio da execução do Processo de Ensino e Aprendizagem, que o processo de formação dos conceitos matemáticos, por meio da resolução de problemas, propicie a aprendizagem significativa;

- Selecionar problemas de matemática, cuja procura pela resposta certa ou o método de resolução favoreça aos estudantes o uso e a aplicação dos conceitos e experiências já consolidadas, na elaboração de estratégias de resolução de novos problemas;

- Realizar a atenção, o controle e a avaliação individualizada, das habilidades desenvolvidas pelos estudantes, favorecendo o trabalho sistêmico com os diferentes tipos de problemas e temas matemáticos.

No conjunto, o organograma seguinte mostra como essas premissas se relacionam no contexto pedagógico do modelo proposto nessa pesquisa.

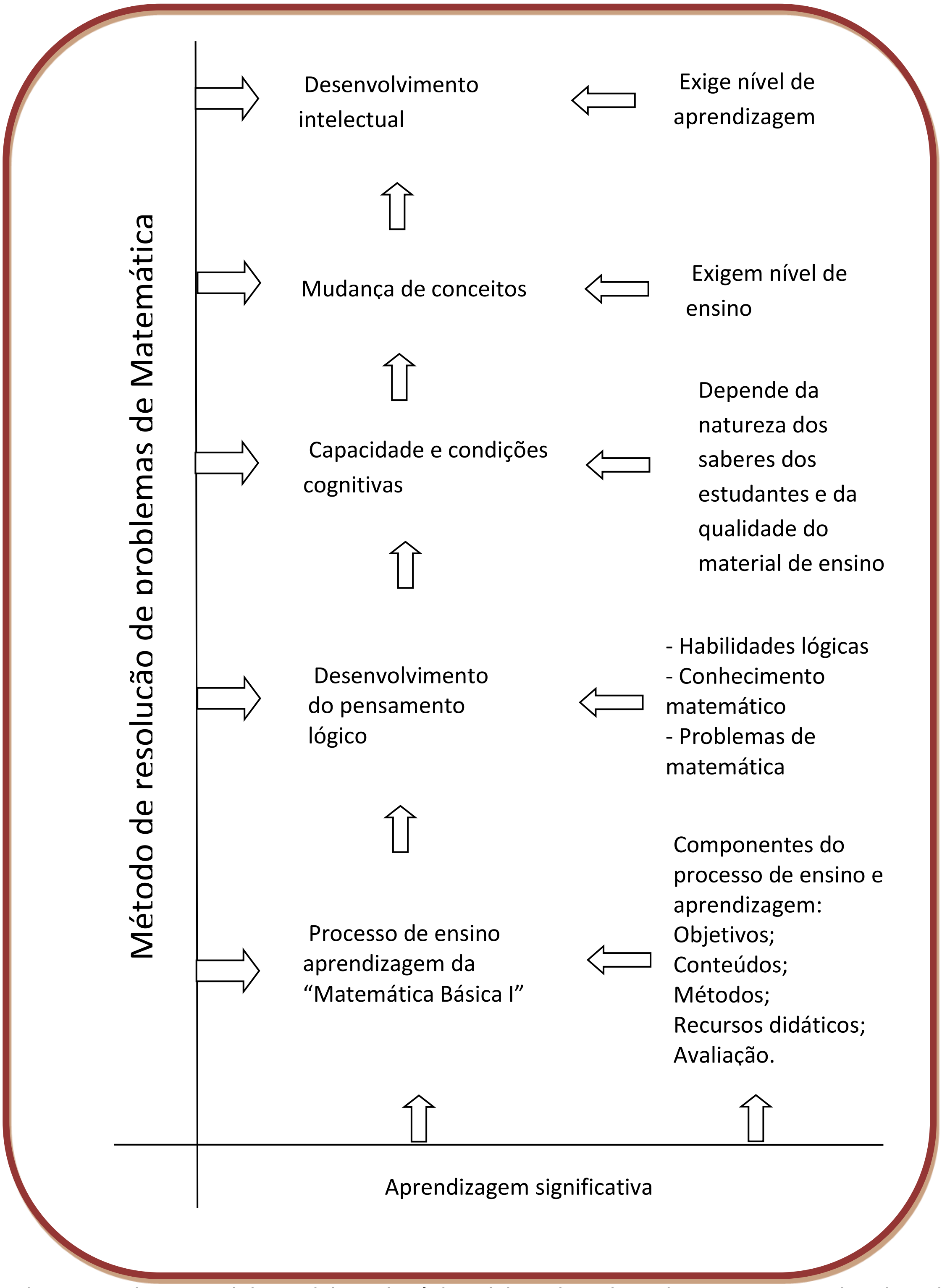


Figura 5 – Eixo central do modelo pedagógico elaborado. Adaptado por Santos e Nicot (2015).

Com base na ideia central desse trabalho, o modelo pedagógico que permitiu melhor visão teórica para a solução do problema científico desta investigação se apresenta na figura 6.

De modo geral, o modelo estabelece a relação estrutural das premissas descritas anteriormente, de modo favorável à aprendizagem significativa dos estudantes da disciplina Matemática Básica I. Assim sendo, se dá destaque primeiramente para o planejamento, como um determinante da potencialidade do modelo para promover o desenvolvimento de habilidades lógicas, levando em conta os objetivos da disciplina, e as estratégias de desenvolvimento do mesmo, de modo atento às relações e aproximações dos conteúdos.

A respeito da segunda etapa, a figura 6 ilustra como devem ser planejadas e executadas as estratégias de ensino aprendizagem a partir de uma sondagem acerca das condições cognitivas dos estudantes e do material de ensino. O objetivo da sondagem é o diagnóstico do nível relacional das estruturas cognitivas dos aprendizes com o conteúdo que se deseja ensinar, ou seja, as condições dos estudantes para a aprendizagem significativa.

Moreira (2006) orienta que com base na doutrina ausubeliana, a sondagem pode ser realizada através de qualquer atividade pela qual seja possível evidenciar se os aprendizes apresentam subsunção para o conteúdo a ser ensinado. Desta forma, a partir de Moreira (2006), se orienta que podem ser utilizados desafios individuais e coletivos, testes orais ou escritos, entre outras ideias que dependem da criatividade e perspicácia do professor.

Com base nas pesquisas de Santos e Nicot (2014), se verifica que na fase de execução das estratégias de ensino aprendizagem, o tipo de abordagem metodológica que o professor deve utilizar nos procedimentos de Resolução de Problemas, depende do resultado da sondagem. Nesta condição, o modelo orienta que a resolução de problema seja presidida de forma dirigida ou de forma autônoma.

Nessa fase, inicia-se a avaliação dos estudantes, cujo resultado será utilizado na avaliação de todo o processo. Dessa forma encerra-se a organização do trabalho, independentemente dos resultados obtidos.

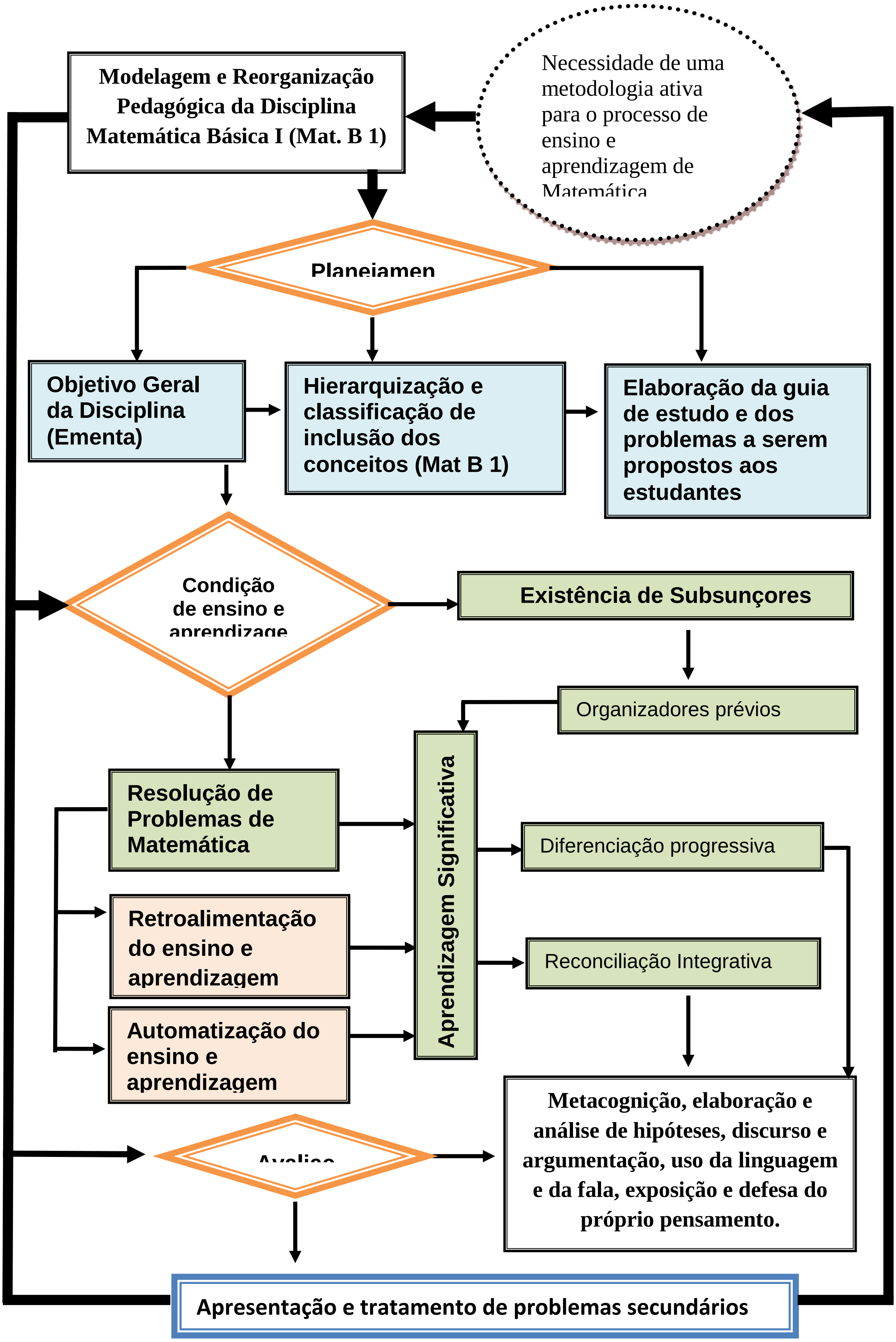


Figura 6 – Modelo pedagógico orientador do processo de “Matemática Básica I”, com base no Método de Resolução de Problemas, fundamentado na teoria de Aprendizagem Significativa. Adaptação por Santos e Nicot (2015).

3.2 METODOLOGIA DE IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO

A metodologia de implementação do modelo proposto foi planejada de modo correspondente a um sistema de operações que se desenvolve por meio do cumprimento de cinco etapas de ações tendo como base referencial, Nicot (2001).

Por se tratar de um modelo pedagógico que propõe uma modificação na lógica da práxis docente, tais ações envolvem primeiramente uma etapa de oficinas formativas seguida de uma etapa de planejamento das estratégias de ensino aprendizagem, uma etapa de execução das estratégias de ensino aprendizagem e, por fim, uma etapa de avaliação e retroalimentação do modelo. As seções seguintes descrevem cada uma dessas etapas que compõem a metodologia de implementação do modelo proposto.

3.2.1 A etapa de formação

O objetivo desta fase é estabelecer por meio da execução de três oficinas formativas, as bases teóricas do modelo proposto. Implica em antes de executar o modelo, gerar maior familiaridade dos professores (o professor que ministrou a disciplina e os que constituíram os árbitros internos) com os fundamentos do modelo proposto, tendo como veículo, o diálogo e a discussão sobre os aportes teóricos do modelo (AUSUBEL, 1978); (MOREIRA, 2006); (PASK e SCOTT, 1972); (ONUCHIC e OLEVATTO, 2005); (POLYA, 1993); (VERGNAUD, 1994); (BRAATHEN, 2012). Esta ação foi importante para o entendimento prévio da lógica pedagógica, didática e metodológica do modelo.

Dessa forma, o propósito da “oficina (01)” é o tratamento do aspecto conceitual do modelo, permitindo esclarecer aos professores participantes da pesquisa, a lógica pedagógica e o objetivo do modelo geral e os específicos, bem como, a o eixo direcionador da construção das estratégias de execução do processo ensino aprendizagem de acordo com a lógica do modelo proposto.

Tendo como base o aporte teórico utilizado na fundamentação do modelo proposto, o eixo temático da oficina (01), deve valorizar a discussão dos seguintes tópicos discursivos:

1- Aprendizagem mecânica e aprendizagem significativa (MOREIRA (2006):
2- Condições necessárias para a aprendizagem significativa (Idem):
3- Conhecimentos prévios (AUSUBEL, 1978, in MOREIRA, 2006);
4- Material potencialmente significativo (Idem);
5- Conceito Subsunçor e a ideia ausubeliana sobre "Organizadores Prévios" (idem);
6- Diferenciação progressiva e reconciliação integrativa (AUSUBEL, 1978);
7- O ensino de matemática no contexto dos PCN's (1998);
8- A Teoria dos Campos Conceituais e suas implicações no ensino de matemática (Verngnaud, 1993).
9- Problemas de matemática ou exercício de Matemática (Dante, 2006); (Onuchic e Olevatto (2004); (Polya; 1994).

Por sua vez, a oficina (02), destina-se ao tratamento dos aspectos metodológicos do modelo, especificamente sobre às técnicas de abordagens metodológicas indicadas como viáveis para a execução do processo de ensino aprendizagem, de acordo com o contexto didático metodológico do modelo proposto.

Nesse sentido, considera-se imprescindível o estudo do roteiro de aula proposto por (ONUCHIC & ALLEVATTO, 2004) e o "roteiro de retroensino" proposto por Scote (1972 in Braathen, 2012). Tais estratégias são retomadas e tratadas com maior propriedade na etapa de execução das estratégias de ensino aprendizagem indicadas pelo modelo proposto.

Na oficina (03), deve-se dar atenção específica ao aspecto prático que envolve as técnicas de formação de grupos, da atenção, da orientação e da mediação e da condução dos processos de ensino aprendizagem de modo ativo, que se exige do professor, no momento da execução da Resolução de Problemas, como método de ensino aprendizagem de matemática.

Finalmente, é importante destacar a importância da etapa de formação, é nessa etapa que se garante tanto a execução docente do modelo, quanto sua validação externa. Nessa etapa é que se prepara o professor que irá por em prática o modelo proposto e, os árbitros externos que no final da implementação, irão validar o modelo.

3.2.2 A etapa do planejamento e organização

O planejamento das ações docentes constituiu a segunda das etapas da metodologia de implementação do modelo e, envolve a participação de penas um professor de matemática, que juntamente com o pesquisador, participa da elaboração das estratégias, das técnicas e dos procedimentos metodológicos de ensino aprendizagem que traduzem na prática o modelo pedagógico proposto.

Embora haja consenso, de que o planejamento seja uma ação que antecede a todas as demais, a implementação do modelo exige que o planejamento tenha caráter ostensivo, de fluxo contínuo em todas as etapas, não se limitando apenas à primeira etapa da implementação.

De acordo com Onuchic e Allevato *in* Bicudo e Borba (2004, p. 223), não há dúvida, ensinar matemática com problemas é difícil, “[...] as tarefas precisam ser planejadas ou selecionadas a cada dia, com antecedência, considerando a compreensão dos alunos e a necessidade do currículo”. Sem considerar que caso se utilize um livro-texto tradicional, torna-se, necessário fazer várias modificações.

Partindo dos princípios da aprendizagem significativa, vislumbra-se para o planejamento algumas premissas, com vistas à estruturação lógica do modelo;

- Definição dos conteúdos de ensino e de suas respectivas habilidades previstas. No caso desta pesquisa, a ementa da disciplina “Matemática I”, fornece o tema de estudo que é o conceito de função em matemática, a partir da ideia de conjunto;

- Organização hierárquica dos conteúdos envolvidos no campo conceitual do objeto de estudo, com vistas na aprendizagem significativa;

- Elaboração de uma estratégia de ensino aprendizagem e organização de sequências didáticas;

- Elaboração de problemas para serem utilizados como materiais potencialmente significativo, com vistas na formação de conceito de função matemática por meio de diferenciações progressivas e de reconciliações integrativas dos conceitos a serem aprendidos;

- Elaboração de instrumentos, parâmetros ou critérios de avaliação;

- Sondagem das condições dos estudantes para aprendizagem significativa.

3.2.3 A etapa da execução do processo de ensino aprendizagem

Continuando na base da Aprendizagem Significativa, a etapa da execução do modelo inicia-se com o atendimento da primeira premissa prevista na etapa do planejamento. Para tanto, é necessário que se realize inicialmente a organização hierárquica dos conceitos contidos na ementa da disciplina Matemática Básica I, tendo enfoque no conceito de função matemática. O organograma que ilustra o campo conceitual da disciplina é o seguinte;

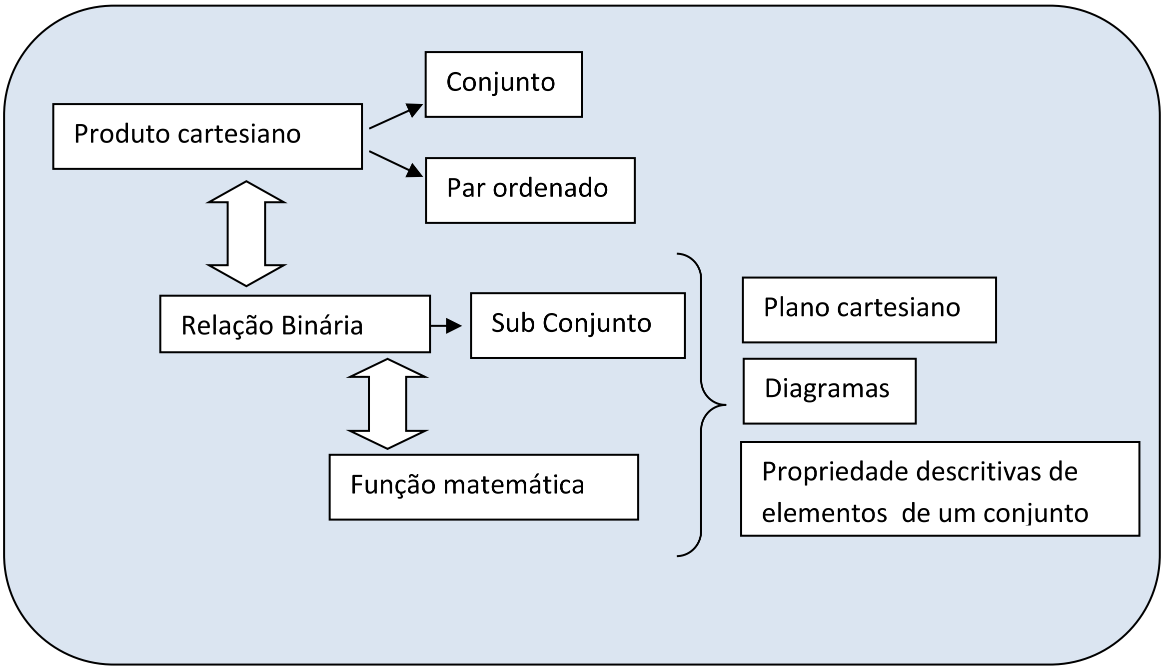


Figura 7 – Campo conceitual - Função matemática, a partir da noção de conjuntos. Adaptado por Santos e Nicot (2015).

A hierarquização dos conceitos contidos no domínio do campo conceitual Função Matemática, é o que permite a classificação dos conceitos envolvidos no estudo do conceito função matemática, que do ponto de vista da Aprendizagem Significativa podem ser entendidos como “mais inclusos” ou “menos inclusos”. Tal classificação fornece elementos suficientes para que se elabore uma lista de problemas de matemática, preparados, para favorecer aos estudantes a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa dos conceitos de estudo no campo da disciplina.

Destaca-se que, do ponto de vista da aprendizagem significativa, a elaboração de problemas com valor de material potencialmente significativo, é imprescindível, no entanto, é importante entender que a aprendizagem está diretamente relacionada com “aquilo que os estudantes já sabem”:

> Aquilo que o aluno já sabe, isto é, seu conhecimento prévio, pareces ser o fator isolado que mais influencia a aprendizagem subsequente (AUSUBEL 1987, 1980). Se assim for, torna-se extremamente importante para instrução avaliar, da melhor maneira possível, esse conhecimento. Os mapas conceituais constituem-se numa visualização de conceitos e relações hierárquicas entre conceitos que podem ser muito útil, para o professor e para o aluno, como uma maneira de exteriorizar o que o aluno já sabe [...] (MOREIRA, 1999, p. 55).

De acordo com esse pensamento, o processo de ensino aprendizagem deve ter como ponto de partida, aquilo que os estudantes já sabem. Esta prescrição gera necessidade de se fazer uma sondagem das condições de aprendizagem dos estudantes antes de se iniciar o processo de ensino aprendizagem.

No modelo proposto, a sondagem das condições de aprendizagem, dos estudantes, é realizada solicitando-se dos mesmos, um teste escrito e a construção do mapa conceitual do conceito “função matemática”, a partir da noção de conjunto.

A sondagem por sua vez, naturalmente pode ter resultado satisfatório ou resultado frustrante, por essa razão é importante que se faça a previsão de pelo menos duas técnicas de ensino aprendizagem por problemas, que sejam diferentes.

A sugestão é que em casos em que os estudantes tenham condição de aprendizagem significativa se utilize a técnica de **Automatização do ensino aprendizagem e avaliação de matemática, por meio de problemas de matemática**. Esta técnica consiste numa adaptação de um roteiro de aula, conforme proposto por (Onuchic e Allevato (2004), para o ensino aprendizagem e avaliação de matemática, através de problemas.

O roteiro de aula proposto por Onuchic e Allevato (2004) decorre das últimas pesquisas realizadas pelo Grupo de Estudos e Trabalhos sobre Resolução de Problemas – GTERP/ UNESP – Rio Claro (1999 – 2012). O quadro 1 mostra em resumo como é composto esse roteiro de aula.

ICD 1
• 1. Apresentação de um problema; • 2. Desfio individual: Alunos resolvem o problema individualmente; • 3. Desafio coletivo; Alunos resolvem o problema em grupos; • 4. Plenária de discussões

Quadro 1: Instrumentos de coleta de dados I. Adaptado por Santos e Nicot (2015).

As autoras desse roteiro advogam que é preciso desafiar os estudantes, primeiramente de modo individual e posteriormente permitir que se organizem em grupos para juntos somarem esforços em busca de soluções para o problema, para que experimentem processos cooperativos que lhes dê oportunidade de aprender uns com os outros.

> [...] o papel do professor muda de comunicador do conhecimento para o de observador, organizador, consultor, mediador, consultor, interventor, controlador e incentivador da aprendizagem. O professor lança questões desafiadoras e ajuda os alunos se apoiarem, uns aos outros, para atravessar as dificuldades. O professor faz a intermediação, leva os alunos a pensar, espera que eles pensem, dá tempo para isso, acompanha suas explorações e resolve, quando necessário, problemas secundários (ONUCHIC, in BICUDO, 1999, p. 216).

Nessa abordagem, após o trabalho coletivo dos estudantes, os mesmos devem ser convocados pelo professor para uma assembleia plena, considerando-se que, geralmente, ao findar seus trabalhos, os estudantes ficam ansiosos quanto à opinião do professor sobre os seus resultados e, desejam defender seus pontos de vista, e, portanto, devem ser oportunizados com um momento no qual possam expor seus resultados, tanto os certos quanto os errados (ibidem).

Ponte; Brocardo e Oliveira (2009) corroboram a ideia de Onuchic e Allevato (1999), afirmando que;

> [...] o balanço do trabalho realizado constitui um momento importante de partilha de conhecimentos. Os alunos podem pôr em confronto as suas estratégias, conjecturas e justificações, cabendo ao professor desempenhar o papel de moderador. O professor deve garantir que sejam comunicados os resultados e os processos mais significativos, [...] e estimular os alunos a questionarem-se mutuamente (PONTE; BROCARDO e OLIVEIRA, 2009, p. 41).

Quanto à avaliação, sugere-se que a mesma seja realizada durante todo o processo com base nas manifestações dos estudantes, e com base nos resultados obtidos com o processo ensino aprendizagem, comparando as condições de início e fim desse processo.

Essas autoras destacam ainda, que é importante que o professor dê atenção aos pontos de dificuldades encontrados pelos estudantes, trabalhando-os novamente, como “problemas secundários”, surgidos durante a resolução de um dado problema, e que deveriam ser resolvidos para que não impedissem que se levasse o trabalho em frente.

No aspecto metodológico da pesquisa, a técnica de automatização do ensino aprendizagem por meio de problemas foi utilizada, também, como instrumento de coleta de dados, designado de ICD -1.

Para casos em que os estudantes não apresentam condições para a aprendizagem significativa, a técnica sugerida por esta pesquisa, é a **Retroalimentação do ensino aprendizagem por meio de problemas de Matemática**, que consiste em uma sequência didática, adaptada a partir de Pask e Scott (1972, *apud* BRATHEN, 2012).

O quadro 2 foi criado para ilustrar essa técnica, que no aspecto metodológico da pesquisa, é também, utilizada como o segundo instrumento de coleta de dados utilizado na investigação em sala de aula, isto é, ICD 2.

ICD 2
• 1. Apresentação de um tema estudo; • 2. Seminário temático 1: Alunos apresentam uma aula sobre o tema proposto; • 3. “Retroensino”: Aula presencial ministrada pelo professor sobre o mesmo tema; • 4. Seminário Temático 2: Alunos reapresentam novamente o tema, após as exposições do professor.

Quadro 2: “Retroensino” proposto por Pask e Scott (1972, *apud* Braathen, 2012). Adaptado por Santos e Nicot (2015).

Essa técnica de ensino aprendizagem, também consiste em um sistema invariante de quatro etapas de ações, que conforme o quaro dois 2, são traduzidas da seguinte forma:

1) Ensejo de apresentação de um tema objeto de ensino aprendizagem;
2) Protocolo de registro das condições de aprendizagem inicial dos aprendizes;
3) Retroensino por resolução de problemas, de forma dirigida;
4) Seminário de registro das condições finais de aprendizagem.

De acordo com Braathen (2012), esta técnica representa uma sequência didática que se inicia com uma apresentação do tema e dos conteúdos, realizada pelo professor e, se segue com os estudantes, organizados em grupo, que apresentam um seminário temático sobre o tema exposto. No seminário os estudantes devem ter liberdade para explorar o conteúdo e demonstrá-lo por meio de problemas matemáticos.

Após o seminário o professor deve realizar o retroensino, apresentando novamente o mesmo tema desenvolvido nas aulas dadas pelos estudantes. Tal procedimento deve ser feito com o objetivo de acrescentar camadas de significado aos conceitos envolvidos.

Feito o retroensino, o professor deve solicitar que os estudantes apresentem novamente o mesmo tema, e finalmente se faz a avaliação da aprendizagem dos estudantes, sem abandono dos princípios da Aprendizagem Significativa.

Na técnica de retroalimentação do ensino aprendizagem por problemas de matemática, a avaliação dos estudantes deve ocorrer durante os seminários (1) e (2), seguindo como parâmetro as demonstrações e as argumentações dos estudantes sobre as caracterizações dos conceitos envolvidos, bem como, sobre as relações entre eles.

De acordo com Braathen (2012), nessa técnica o professor deve ser mais que mero comunicador do conhecimento, postando-se como observador, organizador, consultor, mediador, interventor, controlador e incentivador da Aprendizagem Significativa dos estudantes.

Isso implica mudar a natureza de sua comunicação em favor da Aprendizagem Significativa, tendo como ponto de partida e chegada a resolução de problemas e não a mera exposição de definições matemáticas. Nesse sentido, o professor utiliza o método expositivo, no qual se introduz *a* resolução de problemas de matemática para desenvolver o tema de estudo, apresentando questões desafiadoras e as resolvendo juntamente com os estudantes auxiliando-os em suas dificuldades.

Seguindo essa abordagem, o professor deve fazer a intermediação, permitindo que os estudantes arrazoem sobre a natureza do problema e, quando necessário, apenas complementa ou redireciona o pensamento dos estudantes quanto ao plano de resolução de um problema apresentado, tomando sempre como referência, a resposta dos problemas anteriores, já resolvidos.

Tomando como base Braathen (2012), nessa abordagem, os aprendizes, podem aprender de forma “mecânica” ou “significativa”, na medida em que a resposta de um problema já resolvido, ajuda na resolução de um novo problema apresentado.

Essa ideia possui fundamento nos estudos de Moreira (1999), que discorre, que qualquer aprendizagem pode ser significativa, desde que promova a relação substancial, não-arbitrária e não literal da estrutura cognitiva do aprendiz com o novo conhecimento a apresentado.

As duas técnicas aqui sugeridas podem ser desenvolvidas de modo combinado, isto é, enquanto os estudantes não apresentam condições para a aprendizagem significativa, utiliza-se a Retroalimentação do ensino, com base em Pask e Scott (1972), mas, na medida em que apresentem condições para a aprendizagem significativa, utiliza-se o roteiro de aula proposto por Onuchic e Allevato (2004).

Portanto, considerando-se que na perspectiva da aprendizagem significativa, o processo de ensino aprendizagem deve ser iniciado, a partir daquilo "que o aluno já sabe", as estratégias de ensino aprendizagem são orientadas de acordo com as condições de aprendizagem dos estudantes. Isso implica dizer, que nesse modelo, a condição de aprendizagem dos estudantes, constitui-se em um elemento orientador da ação do professor, quanto à abordagem a ser utilizada.

Nesse sentido, torna-se necessário que o professor desenvolva sensibilidade para perceber por onde iniciar seu trabalho e em qual momento deveria mudar a abordagem dirigida pela abordagem autônoma.

A figura 7 foi construída para ilustrar como ocorre a combinação prática dessas duas técnicas destinadas para a implementação do método de resolução de problemas e, dá destaque à influência que o resultado da sondagem exerce no direcionamento e na escolha das técnicas de abordagem no processo de ensino aprendizagem.

Além disso, a figura em questão ilustra o caminho que é percorrido pelo professor, bem como, as possibilidades de resultados da aplicação de ambas as técnicas, sem deixar de tomar como referência, os princípios da aprendizagem significativa.

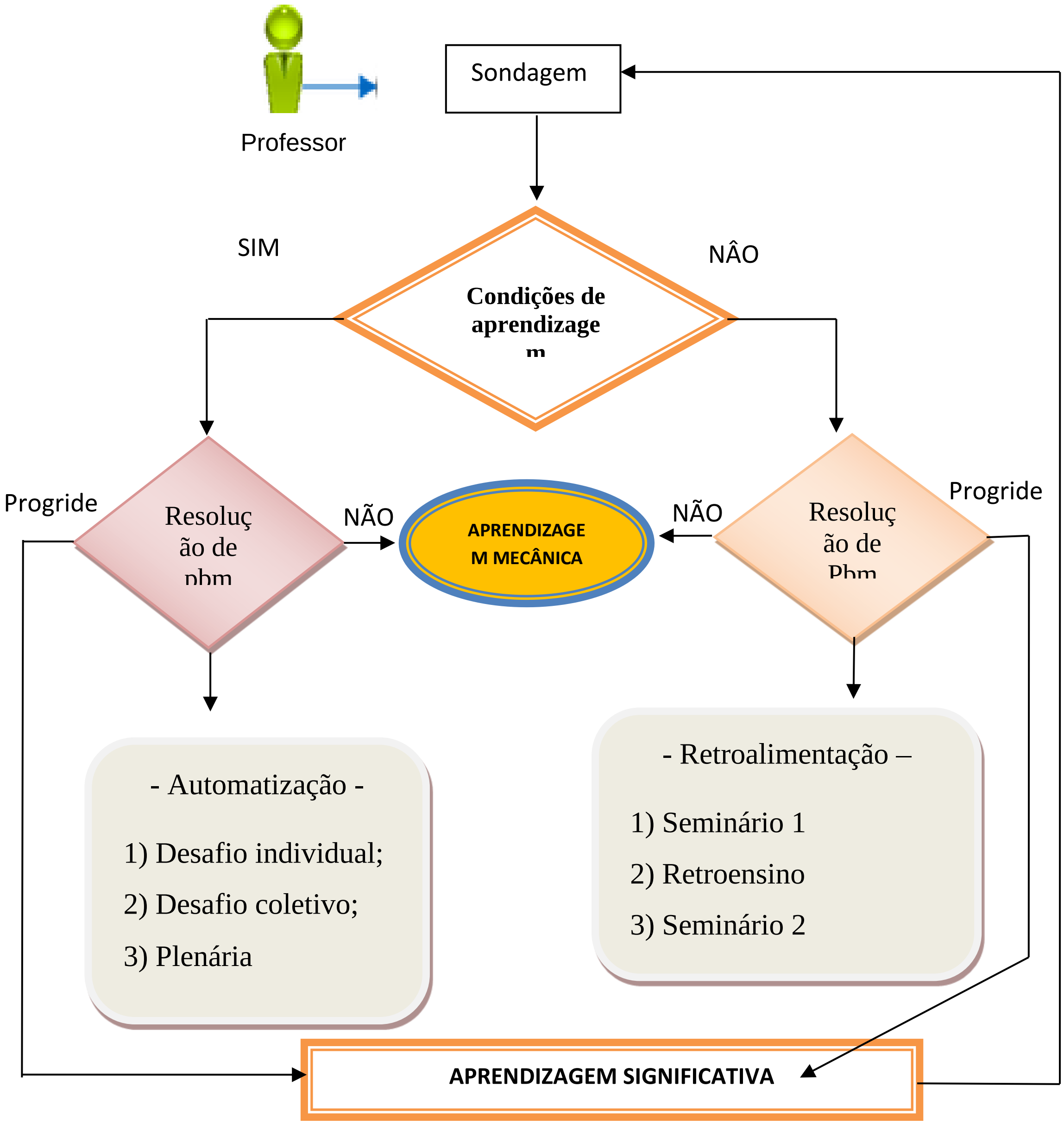


Figura 8 – Estratégias Metodológicas de aplicação da Resolução de Problemas no Ensino Aprendizagem de Matemática. Adaptado por Santos e Nicot (2015).

3.2.4 A etapa de avaliação e controle

Chemim (2012) destaca que, atualmente existe um consenso de que as pesquisas qualitativas, do tipo educacional, utilizam como metodologia o próprio percurso de investigação, isto é; o próprio trajeto da pesquisa.

Além disso, tem-se que a riqueza dos resultados das pesquisas qualitativas, do tipo educacional, está no significado das vozes e das diversas manifestações dos pesquisados durante, antes e depois da investigação, que dão sentido à ideia de que a avaliação das pesquisas desta natureza exige uma análise exaustiva da complexidade da natureza dos resultados obtidos durante o trajeto de investigação.

Na metodologia de implementação do modelo proposto nesta pesquisa, essas ideias de Chelmim (2012) são utilizadas como um critério relevante para a validação do mesmo.

Assim sendo, sugere-se que as análises dos resultados do processo ensino aprendizagem, obtidas a partir da implementação de tal modelo, recebam dois tratamentos, feitos por duas óticas diferentes, ou seja, por meio de uma análise com base na visão interna de quem o elabora e o implementa e, que se contrapõe à visão externa de quem só observa de forma alheia à elaboração e implementação, e objetividade do modelo.

Essa metodologia se aplica com o objetivo de se fazer uma análise ampla e confiável dos dados obtidos, sem que, incorra em leituras e interpretações tendenciosas.

De imediato, o professor da disciplina e o doutorando (proponente desta pesquisa) reúnem-se e organizam os dados obtidos, correspondentes às manifestações de fala e de ações dos estudantes, que poderem ser registradas durante a fase de execução das estratégias de ensino aprendizagem e, em seguida procedem em função das análises, utilizando a técnica de categorização dos dados, que são os significados das vozes e ações dos estudantes que participaram da pesquisa.

Para tanto, deve-se ter como referências os pontos caracterizadores da aprendizagem significativa, na base da Resolução de Problemas de Matemática.

Para a validação externa, a sugestão é que se disponibilizem os resultados com suas respectivas análises a uma banca de árbitros externos, composta pelos demais professores que aceitaram esta função, durante a etapa de formação. Esta abordagem buscou obter enriquecer a leitura e interpretação dos dados obtidos pela pesquisa, aumentando o nível de confiabilidade dos mesmos.

O critério de avaliação por árbitros externos foi adaptada a partir de Braathen (2012) e consiste em dispor os dados obtidos para uma banca de cinco árbitros externos, solicitando que os mesmos utilizem uma escala “Likert - 5” para responder se os estudantes apresentam aprendizagem significativa. A escala (Likert)[5] é composta da seguinte forma: (-2) = discordo fortemente; (-1) = discordo; (0) = sem opinião; (1) = concordo; (2) = concordo fortemente.

Vale destacar, que de modo geral, a metodologia de validação sugerida para o modelo proposto nesta pesquisa, realiza uma dinâmica, cuja lógica, de acordo com Yin (2001), cumpre a três propósitos de relevância para a pesquisa, que são: Validação do constructo numa visão interna, validação externa e confiabilidade.

A validação do construto (do modelo pedagógico), que inicia-se com a execução do mesmo, favorece que se estabeleça com clareza, definições conceituais e operacionais dos principais termos e fenômenos do estudo, que torna claro o que se quer verificar, medir ou descrever.

A Validação externa, realizada pela banca de árbitros externos, objetiva o favorecimento do domínio sobre as descobertas através de uma visão mais ampla e generalizada dos dados obtidos. Além disso, permite testar a coerência entre os achados do estudo e resultados de outras investigações assemelhadas.

A busca pela confiabilidade dos resultados tem a importância e o objetivo de mostrar que o estudo realizado pode ser repetido, obtendo-se resultados assemelhados, sendo fundamental, nesse caso, o protocolo do mesmo.

3.3 A VALIDAÇÃO DO MODELO PELO MÉTODO DELPHI

Conhecido no âmbito empresarial como “Critério de Expertos”, o método “Delphi” que consiste num processo estruturado para auxiliar na tomada de decisão quando no enfrentamento de um problemas, foi desenvolvido por Delkey e Helmer no início dos anos 60, (KAYO E SECURATO, 1997, p.52).

O processo de tomada de decisão conforme mencionado no parágrafo anterior, de acordo com Sakman (1975), recorre à coleta de opinião ou síntese de conhecimentos de um grupo de especialistas por meio de uma série de enquetes acompanhados de um *feedback* organizado de opiniões.

De acordo com seus idealizadores, a base lógica do método Delphi, é sobretudo, a facilitação da formação de uma opinião de grupo (HELMER, 1977, apud SÁFADI, 2014).

O método Delphi foi desenvolvido em resposta aos problemas associados às técnicas de avaliação com base em opiniões de grupo mais convencionais, nomeadamente os “Grupos de Discussão” (*Focus Groups*), que podem criar problemas de enviesamento das respostas devido à predominância de líderes de opinião.

Conforme Linstone e Turoff (1975):

> O Método Delphi foi criado como parte integrante de um movimento pós-guerra com vista à previsão dos possíveis efeitos do desenvolvimento tecnológico na regeneração económica e social. Os estudos de previsão tecnológica foram iniciados pela Empresa Douglas Aircraft, que em 1946 criou o projecto RAND para estudar “a vasta questão da guerra intercontinental” (Fowles, 1978). A base teórica e metodológica da previsão foi subsequentemente formulada num conjunto de artigos produzidos com base no projecto. Estes argumentavam que, na ausência de uma base de evidência estabelecida, os campos emergentes da investigação poderiam começar a construir essa base através da recolha e sintetização de estudos de especialistas em diferentes domínios. O método Delphi consistiu, por isso, numa tentativa de “alinhar” as posições por vezes conflituosas dos especialistas numa perspectiva coerente e unificada (LINSTONE e TUROFF, 1975, p.7).

Nesse contexto, embora o método Delphi consista numa abordagem originalmente desenvolvida para recolher conhecimentos em domínios incertos e emergentes, o mesmo tende a ser aplicado no contexto da avaliação das pesquisas sociais quando existem conhecimentos significativos sobre uma dada problemática estabelecida.

Particularmente, tem sido útil em programas relacionados com questões de saúde pública envolvendo programas Saúde (combate a toxico dependência e de prevenção à (SIDA/HIV), Economia, Política e **Educação** (KAYO E SECURATO, 1997, p.52).

O método Delphi também pode ser usado para especificar as causas e os potenciais efeitos no caso de intervenções mais inovadora e, uma vez que não origina despesas diretamente relacionadas com as viagens dos especialistas, apenas custos das comunicações, torna-se muito útil, quando a análise abarca uma área territorial vasta.

Kayo e Securato (19978), explicam que no método Delphi a coleta de dados e opiniões é implementada com uma série de questionários que são apresentados sob a forma de consulta anônima e iterativa por meio de uma série de enquetes (postais e/ou e-mail).

Sobre as enquetes, Wright e Giovinazzo (2000, p. 56), explicam que a primeira enquete, envia-se um questionário a um grupo pré-selecionado de especialistas, tal qual, designado como possível experto, até que sejam confirmados ou selecionados como experto, realmente. A partir da segunda enquete só participam os “expertos” selecionados, os questionários concebidos a partir desse momento têm o objetivo de desenvolver respostas individuais para a tarefa específica e para permitir aos especialistas aperfeiçoarem os seus pontos de vista à medida que o grupo vai progredindo no trabalho, de acordo com a tarefa atribuída.

Os dados (opiniões) coletados recebem tratamento estatístico adequado para a que sejam designados como confiáveis e, possam dar direcionamento ou respostas para a questão em estudo, ou análise.

Nesta pesquisa, o método Delphi foi aplicado particularmente como um processo externo de avaliação do processo de organização, execução e avaliação do modelo pedagógico proposto na defesa desta tese. Nesse sentido, foram classificados os “expertos” e em seguida procedeu-se a enquete. As opiniões coletadas referiam-se ao modelo pedagógico proposto nessa tese, particularmente às suas etapas estruturantes, que são: Planejamento, execução, avaliação e controle.

A seleção e classificação dos expertos seguiu como critério alguns indicadores que possibilitaram revelar o grau de conhecimento dos possíveis expertos sobre os saberes imbricados no modelo pedagógico proposto, a saber: Análise teórica, experiência com o tema envolvido no modelo, conhecimento com trabalhos referenciados nacionalmente e internacionalmente e intuição.

Para a validação do modelo pedagógico proposto, foi sugerido pelo autor da tese aos expertos, que se utilizasse como critério de avaliação os seguintes indicadores:

1 - Estruturação teórica das partes que compõem o modelo pedagógico proposto;

2 - Visão dinâmica do modelo pedagógico para organizá-la didática e metodologicamente o Processo de ensino e aprendizagem da disciplina “Matemática Básica I”;

3 - Relevância do modelo pedagógico proposto;

4 - Coerência dos elementos da metodologia de implementação do modelo pedagógico proposto com o objetivo geral da pesquisa desenvolvida;

5 - Metodologia de implementação do modelo pedagógico proposto;

6 - resultados docentes alcançados pelos estudantes que participaram da pesquisa;

7 - Correspondência entre os resultados docentes alcançados pelos estudantes e a proposta de organização didática e metodológica do Processo de ensino e aprendizagem da disciplina “Matemática Básica I”.

No próximo capítulo estão registrados os procedimentos de implementação do modelo pedagógico. O capítulo 4 também registra os resultados da implementação do modelo proposto, bem como os resultados da validação do mesmo, pelo processo de enquetes anônimas com os expertos, de acordo com o método Delphi, descrito neste capítulo.

Capítulo # 4

Implementação do Modelo Pedagógico. Análise e discussão dos resultados

INTRODUÇÃO DO CAPÍTULO 4

As ideias pertinentes colocadas em capítulos anteriores constituem as bases teóricas da análise dos resultados das aplicações práticas e experiências realizadas por meio da implementação do Modelo Pedagógico, que como dito anteriormente, foi elaborado para organizar didática e metodologicamente o Processo de Ensino Aprendizagem da disciplina Matemática Básica I, numa perspectiva que inclui o Método da Resolução de Problemas de Matemática, na sua função facilitadora da Aprendizagem Significativa dos estudantes.

Pôr na prática pedagógica o modelo proposto, como resultado deste trabalho de pesquisa, dá a conotação que deve ter a Resolução de Problemas como Método didático na disciplina Matemática Básica I e, o estabelecimento da metodologia para a utilização do mesmo, em favor do desenvolvimento de habilidades do pensamento lógico dos estudantes.

Para verificar a influência das modificações didática introduzidas ao Processo de Ensino e Aprendizagem da disciplina Matemática Básica I, a partir dos resultados desta pesquisa, selecionou-se como grupo participante, uma turma de estudantes de licenciatura em Matemática, quarto período letivo, da Universidade Estadual de Roraima – UERR, Campus Rorainópolis e um professor que ministra os conteúdos.

Portanto, realizaram-se as descrições e a análise dos resultados da verificação e resposta à solução do problema científico apresentado nesta pesquisa, utilizando-se a técnica de intervenção pedagógica que favorece a produção dos resultados na perspectiva da pesquisa qualitativa.

4.1- O MODELO PEDAGÓGICO NA PRÁTICA: TRADUZINDO NA PRÁTICA

A implementação do modelo pedagógico proposto nesta pesquisa ocorreu na disciplina Matemática Básica I, no Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Estadual de Roraima – UERR, Campus Rorainópolis, durante o semestre 2014.1 e 2014.2.

A escolha da disciplina Matemática Básica I teve como critério fundamental a relevância e influência que sobre a base do conteúdo programático tem sua ementa para outras disciplinas da grade curricular (Matemática Básica II, Cálculo I e II, Álgebra Linear) que dão continuidade ao curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual de Roraima – UERR.

A técnica utilizada para a aplicação do modelo na prática foi a intervenção pedagógica que Cunha (2007) designa como “investigação na sala de aula”. Esta técnica exigiu, primeiramente, a escolha de uma turma de estudantes colaboradores, juntamente com um professor e a obtenção do consentimento e a da aceitação dos mesmos para a realização das investigações conforme proposta nessa pesquisa (ver anexo 1).

Feita a solicitação de consentimento e aceitação, doze (12) estudantes e seis (06) professores aceitaram participar da pesquisa. A tabela 01 um mostra o perfil dos participantes, que são identificados de forma simbólica pelas letras maiúsculas do alfabeto.

Tabela 01. Perfil dos estudantes que participaram da pesquisa

Nº	Estudantes	Sexo	Formação	Área de formação
01	A	F	Licenciando	Matemática
02	B	F	Licenciando	Matemática
03	C	M	Licenciando	Matemática
04	D	F	Licenciando	Matemática
05	E	M	Licenciando	Matemática
06	F	F	Licenciando	Matemática
07	G	F	Licenciando	Matemática
08	H	M	Licenciando	Matemática
09	I	M	Licenciando	Matemática
10	J	F	Licenciando	Matemática
11	L	M	Licenciando	Matemática
12	M	F	Licenciando	Matemática

Fonte: Santos e Nicot (2015).

A tabela 01 dois mostra que participaram da pesquisa, um total de doze estudantes de Licenciatura em Matemática, dos quais, 41,6 % são do sexo feminino e, 58,3 % são do sexo masculino.

De modo análogo, a tabela cinco (05) registra o perfil dos professores que participaram da pesquisa.

Tabela 02. Professores que participaram da pesquisa.

Nº	Professor	Sexo	Participação na pesquisa	Formação	Curso que atua
01	Q	M	Árbitro externo	Doutor	Química
02	EF	M	Árbitro externo	Doutor	Engenharia Florestal
03	EF	M	Árbitro externo	Doutor	Engenharia Florestal
04	AG	M	Árbitro externo	Doutor	Agronomia
05	MA	M	Docente	Mestre	Matemática
06	AG	M	Árbitro externo	Mestre	Agronomia

Fonte: Santos e Nicot (2015).

A tabela 02 registra que a pesquisa teve colaboração de um total de seis professores, todos do sexo masculino. Somente um professor selecionado atua no curso de matemática, enquanto que os demais atuam em cursos de áreas afins com a Matemática (Agronomia, Engenharia Florestal e Química).

Os professores que aceitaram contribuir com a pesquisa participaram de uma etapa de formação (ver capítulo 3), quando ficou acordado que durante a implementação do modelo, o professor de matemática desenvolveria a docência de implementação do modelo proposto, enquanto que os outros atuariam como árbitros externos, em favor da validação e da confiabilidade dos resultados produzidos durante a investigação.

Após a etapa de formação, prosseguiu-se com a implementação metodológica das unidades de ensino da disciplina selecionada, tendo como base os fundamentos da Aprendizagem Significativa. Dessa forma, realizou-se inicialmente, a análise do campo conceitual da disciplina, verificando-se a relação hierárquica dos conteúdos para distinguir quais seriam os mais inclusos e os menos inclusos.

A partir do anterior, elaborou-se uma guia didática de unidade de estudo do tema da disciplina – “Função Matemática”, e respectivamente, uma seleção de problemas de matemática favoráveis à formação de tal conceito e, outros contidos na ementa da disciplina (ver anexo 2).

Para o desenvolvimento da guia didática de estudo, foi necessário verificar as condições dos estudantes para aprendizagem significativa. Nesse caso, utilizou-se como técnica de verificação, um teste de sondagem (ver anexo 3), que foi proposto aos estudantes.

Os resultados do teste de sondagem possibilitaram a construção dos descritores das condições dos estudantes para a Aprendizagem Significativa dos conceitos contidos na ementa da disciplina Matemática Básica I.

O quadro 3 contém uma transcrição que representa a condição de aprendizagem da maioria dos estudantes, no conjunto constituem os descritores das condições dos estudantes para a aprendizagem significativa dos conceitos de relevância para o tema da disciplina, “função em matemática”.

MATRIZ CONCEITUAL	
Tema: Função matemática	Acadêmico (s): A;C;D;L.
Perguntas	Descritores (respostas)
Como você define: 1) Função matemática; 2) Plano cartesiano; 3) Par ordenado; 4) Produto cartesiano; 5) Relação matemática.	a) Dois conjuntos, X e Y que se relacionam no plano cartesiano; b) Plano cartesiano é o gráfico da Função; c) X e Y; d) é a relação entre X e Y; e) é o conjunto A e B, x pertence a A e, y pertence a B.

Quadro 3. Resultado da sondagem. Adaptado por Santos e Nicot (2014).

Por análise, os descritores coletados revelam que no momento da sondagem os estudantes possuíam uma noção muito vaga dos conceitos com relevância para o tema da disciplina. Isso implica dizer, que de acordo com o resultado da sondagem, a maioria dos estudantes não estava em condições para uma aprendizagem eficiente.

Além da vaguidão sentida nas ideias dos estudantes sobre os temas de estudo, os descritores revelaram que no momento da sondagem, a maioria dos estudantes demonstrou ter um conhecimento matemático bastante fragmentado, pois não consegue estabelecer as ligações de relevância existentes entre os mesmos.

Por outro lado, uma pequena parte, mas bastante representativa, não soube elaborar as definições pedidas no teste, mas por receio de serem considerados incapazes, apresentaram as ideias de um colega como resposta, só pra cumprir a atividade.

Com base na análise dos descritores, o método de ensino aprendizagem por meio de Resolução de Problemas de Matemática foi aplicado recorrendo a duas técnicas que foram introduzidas como estratégias de ensino aprendizagem.

A primeira dessas técnicas, designada por “retroalimentação de ensino por Resolução de Problemas de Matemática”, foi aplicada na primeira unidade de ensino, quando os estudantes não estavam com condição de aprendizagem eficiente.

A segunda técnica foi designada como “automatização do ensino por Resolução de Problemas de Matemática” e foi aplicada nas demais unidades, quando os estudantes já apresentaram condições para aprendizagem significativa.

4.2 RESULTADOS DA TÉCNICA DE RETROALIMENTAÇÃO DO ENSINO APRENDIZAGEM POR MEIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA

A primeira estratégia metodológica foi estabelecida no contexto das discussões sobre o que fazer quando a estrutura cognitiva dos estudantes não apresenta subsunção para a aprendizagem significativa de um determinado conceito, fenômeno ou objeto de estudo.

A sugestão apresentada em Ausubel (1978), é que a verificação das condições dos estudantes para a aprendizagem significativa pode ser feita por meio de um teste de sondagem, ao passo que a ausência de subsunçores pode ser resolvida com a utilização de um organizador prévio (ver capítulo 2).

Vale destacar que nesta pesquisa, os descritores da condição dos estudantes para a aprendizagem significativa, revelaram que tal condição representa uma particularidade, isto é; os estudantes demonstravam ter uma base de subsunção, mas, não conseguiam estabelecer as ligações de relevância existente entre elas.

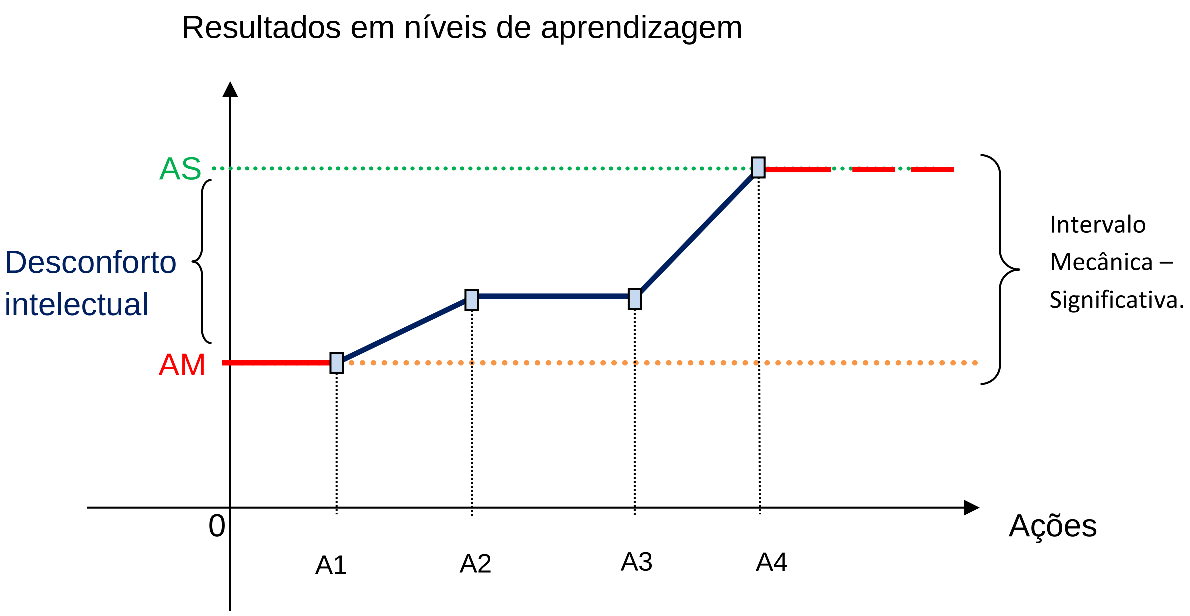
Diante desta situação, utilizou-se como estratégia metodológica a aplicação da técnica de "retroalimentação de ensino e aprendizagem por resolução de problemas de matemática", cujo objetivo é propiciar aos estudantes a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa dos conceitos envolvidos no estudo das funções matemáticas, na primeira unidade de ensino.

A "Retroalimentação de ensino aprendizagem por resolução de problemas de matemática" consiste numa técnica de ensino aprendizagem adaptada a partir de Pask e Scot (1987), apud Braathen (2012). Tal técnica foi aplicada pelo cumprimento de um sistema dinâmico de quatro operações invariantes, isto é: Apresentação de um preâmbulo do tema de estudo (feito pelo professor); realização de um painel temático (pelos estudantes); a retroalimentação do tema (pelo professor) e por último, um segundo painel temático (apresentado novamente pelos estudantes).

A ideia fundamental da retroalimentação de ensino aprendizagem por resolução de problemas de matemática é contrapor as ideias dos estudantes acrescentando a elas, camadas de significados. Dessa forma, no primeiro painel, os estudantes apresentaram os resultados de uma aprendizagem mecânica decorrente das leituras realizadas para a apresentação do primeiro painel temático.

Durante a retroalimentação do tema, o professor acrescentou camada de significados aos conceitos discutidos pelos estudantes no primeiro painel e, propiciou aos estudantes a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa dos conceitos estudados, que caracterizaram a aprendizagem significativa dos conceitos estudados.

O gráfico 1 foi elaborado para ilustrar como ocorreram as mudanças de aprendizagem durante a execução da retroalimentação de ensino aprendizagem por resolução de problemas de matemática.



Legenda:

A1 = Preâmbulo | **AS = Aprendizagem Significativa**
A2= Seminário 1 | **AM = Aprendizagem Mecânica**
A3 = Seminário 2
A4 = Retroensino

Gráfico 1. Intervalo mecânico/significativo, quando a técnica de retroalimentação de ensino aprendizagem por resolução de problemas de matemática. Adaptado por Santos e Nicot (2014).

Na retroalimentação de ensino aprendizagem por resolução de problemas de matemática a avaliação foi feita por meio da análise comparativa dos resultados dos dois painéis apresentados pelos estudantes.

De acordo com Moreira (2006), o preâmbulo do tema realizado pelo professor, cumpriu a função de organizador prévio do tipo “expositor/ilustrativo”. Durante este momento foi possível perceber que a aprendizagem dos estudantes sobre o tema função, era do tipo mecânica, de acordo com as representações feitas pelos estudantes durante a exposição do professor, que permitiram tal conclusão.

> Estudantes “C”: – De acordo com o que os meus professores me ensinaram, pra calcular o gráfico de uma função basta ter os valores de X e de f(x).
>
> Estudantes “F”: – Mas na função de segundo grau, sempre tem que calcular Báskara?
>
> Estudante “B”: - Professor! Os livros sempre ensinam por Báskara.
>
> Estudantes “A” – Basta calcular o Delta.
>
> Estudante “G”: - digamos que função é quando elementos de partida de um conjunto se correspondem com elementos de chegada em outro.
>
> Estudantes “L” – O domínio sempre é o x e a imagem o y. E o contradomínio?

Nesse ponto do trabalho verificou-se que as manifestações dos estudantes durante o preâmbulo, conforme apresentados acima, se dividiam em duas categorias de análise: “Aprendizagem arbitral reflexiva” (por exemplo - estudante C, F, B) e, “Aprendizagem literária fragmentada” (por exemplo - estudantes G e L), pois não conseguiam aplicar de forma consensual.

Tal verificação permitiu concluir que no momento da preambulação, os estudantes manifestaram um conhecimento aprendido de forma mecânica, ao qual Ausubel (1968) designa de “Aprendizagem Mecânica”, com a qual contrapõe à “Aprendizagem Significativa”.

Concluído o preâmbulo, o professor organizou os estudantes em três grupos temáticos e prosseguiu com o primeiro painel. Na apresentação do primeiro painel os estudantes desenvolveram a reprodução literária e arbitral de um conjunto de tópicos do tema de estudo, conforme expostos e ilustrados nos livros didáticos e em páginas da Web.

Na retroalimentação do tema o professor propôs aos estudantes a resolução de problemas de matemática que permitiram realizar ligações de relevância entre os conceitos imbricados no objeto de estudo. Durante a resolução de problemas que se deu de forma conjunta, o professor permitiu que os estudantes fossem acrescentando camadas de significados aos conceitos discutidos durante o painel temático 1.

Um exemplo de como isso ocorreu, pode ser ilustrado a partir da interação com o estudante “J” durante a resolução de um problema de matemática que tratava da representação de uma função a partir da ideia de conjunto.

> Problema:
>
> Sabe-se que A= {0,1,2,3,4}, B ={ -1, 6} e, que f(x) = 6 é subconjunto de (AXB). Verifique se é possível representar o gráfico de f(x) em forma de conjunto, utilizando a propriedade que expressa seus elementos e explique sua resposta.

Este problema foi apresentado com o objetivo de demonstrar para os estudantes, a lógica de uma das particularidades das funções matemáticas bem conhecida dos estudantes - “toda função é uma relação, porém nem toda relação é uma função”.

Após deixar os estudantes pensarem sobre a solução do problema proposto, o professor demonstrou no quadro a solução (f(x) = {(x,y) ϵ (AXB) / x ϵ A, y = 6}), e, em seguida, solicitou que os estudantes comentassem sobre o que pensavam acerca do exposto. Foi exatamente nesse momento, que o estudante “J” fez as seguintes declarações.

> - Legal profº.... até que em fim uma aula diferente! [...] eu não imaginava que função tivesse algo a ver com conjuntos, sempre pensei que tivesse a ver somente com gráfico e com as contas.
>
> Estudante “C”: – mas isso vale pra toda e qualquer função profº?
>
> Estudante “H”: – [...] Claro que tem haver! Não tem o conjunto domínio e o conjunto imagem?
>
> Estudante “D”: - Interessante Brother! Legal é que vale pra toda função! [...] porque os caras não ensino isso, desse jeito, lá no ensino Médio?
>
> Estudante “B”: – [...] agora faz sentido porque “toda função é uma relação, porém nem todo relação é uma função”.

A partir desse diálogo, o professor encerrou a retroalimentação e, encomendou dos estudantes um novo seminário, tendo em vistas haver acrescentado aos conhecimentos dos estudantes sobre o tema estudado, novos significados, a partir do retroensino.

Para enriquecimento do tema o professor sugeriu que os estudantes lessem outros livros didáticos e comparassem as abordagens encontradas para um mesmo tema.

Dessa forma, no segundo painel temático, os estudantes apresentaram um nível satisfatório de argumentação e de demonstração dos conceitos estudados. Apresentaram vários comentários baseados nas ligações de relevância existentes entre os conceitos e sempre se reportavam ao que aprenderam na retroalimentação, comparando com outras leituras realizadas durante a preparação da apresentação do segundo painel.

Um exemplo desse avanço na qualidade da aprendizagem dos estudantes é a demonstração do estudante B, sobre o conceito de função;

- Estudante B: “[...] Professor! Então veja se minha definição de função matemática está conforme”: “Sendo A e B dois conjuntos, chama-se função matemática à todo subconjunto de (A x B), onde ocorre a relação de (x, y) sendo que x ϵ A e Y ϵ B, de forma que para todo x ϵ A, existe um único Y ϵ B".

Esta definição do estudante "B" revela que o mesmo conseguiu formar o conceito de função com significado, a partir da noção de conjunto. Neste resultado verifica-se que o conceito de função apresentado pelo estudante "B" consiste numa definição não literária e não arbitral, pelo qual o estudante demonstrou autonomia de raciocínio de modo lógico e subjetivo e, conforme a teoria da Aprendizagem Significativa.

Foi interessante notar que no instante do segundo painel, os estudantes se preocuparam em apresentar problemas que envolvessem a realidade do cotidiano, buscando maior significado para o tema de estudo.

Nesse sentido, registrou-se como exemplo os seguintes problemas;

- Sobre relação:

> João tem dois carros em sua garagem carro 1 e carro 2, ambos flex. Apresente o conjunto de combinações que João pode realizar, com seus carros e com o combustível utilizado;
>
> Na sua coleção de camisa dos times, Marcos tem uma camiseta do Vasco, uma do Flamengo, uma do Santos, uma do São Paulo e uma do Cruzeiro, pretendendo usar uma por dia, na escola, a diretora permitiu com uma condição, que marcos não vestisse bermuda, apenas calça jeans azul. Represente a relação que marcos pode montar com sua coleção de camisetas de time.

Na primeira unidade de ensino o tema estudado foi o conceito de função a partir da noção de conjunto. A avaliação da aprendizagem dos estudantes foi feita utilizando-se a técnica de comparação do nível de representação, argumentação e aplicação apresentado pelos estudantes durante o trabalho individual e em equipes.

A validação do modelo de ensino aprendizagem por Resolução de Problemas de Matemática, combinado com a técnica de retroalimentação, foi realizada pelo método de “árbitros externos”.

Esse método consistiu em apresentar as transcrições dos resultados dos painéis temáticos a cinco “árbitros externos” (constituído durante a etapa de formação) e, em seguida, solicitar que os mesmos utilizassem uma escala likert 5: (-2 = não concordo fortemente; -1 = não concordo; o = não opino; 1 = concordo; 2 = concordo fortemente) para responder se os resultados obtidos com os estudantes a partir da técnica de retroensino correspondiam à Aprendizagem Significativa do conteúdo de estudo.

A opinião dos árbitros foi colhida para tabulação e, em seguida, organizada em um gráfico de barras para análise e discussão. O gráfico que ilustra a opinião dos árbitros constituídos é apresentado a seguir.

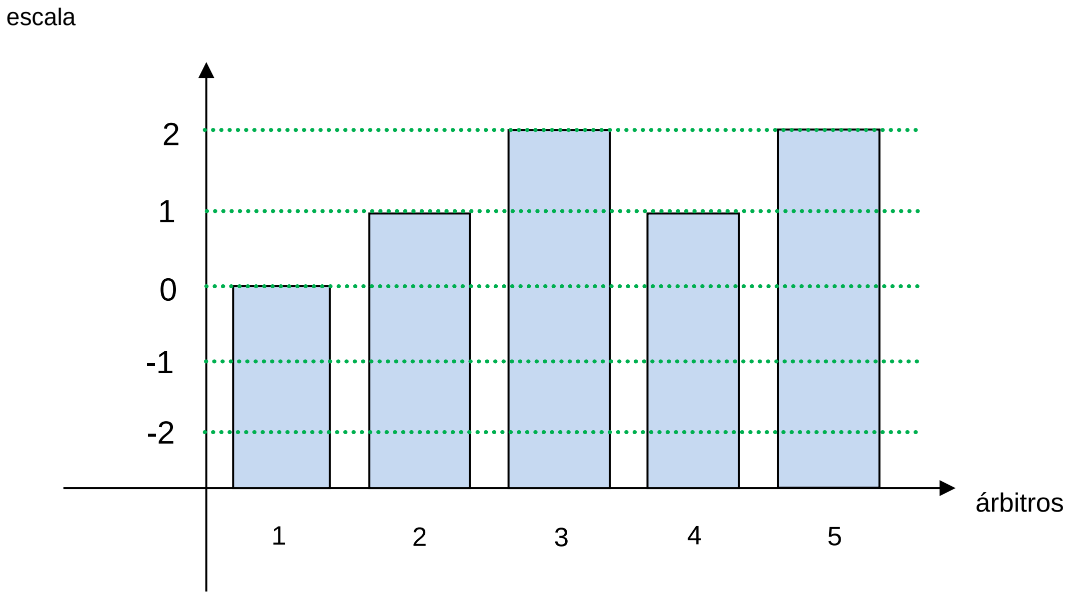


Gráfico 2. – Avaliação dos árbitros externos. Adaptado por Santos Nicot (2014).

De acordo com a interpretação deste gráfico, a maioria dos árbitros concordou que os estudantes apresentaram os resultados da teoria da aprendizagem significativa durante o intervalo da primeira unidade da disciplina.

Apenas um árbitro resolveu não opinar, justificando que se tratava de um caso complexo e que, ainda se sentia inseguro para emitir uma opinião. No conjunto, os demais árbitros opinaram concordando com que as técnicas e o desenvolvimento docente favoreceram à aprendizagem significativa dos estudantes.

O árbitro quatro argumentou que na fala dos estudantes era possível verificar que a retroalimentação do ensino favoreceu aos estudantes a diferenciação progressiva dos conceitos estudados, bem como, de reconciliação integrativa.

O método de árbitros externos foi importante para a validação externa dos resultados obtidos e, para dar maior confiabilidade à investigação, posto que tal critério ajudou evitar que se fizesse uma análise tendenciosa dos resultados, com base apenas no ponto de vista do pesquisador e do professor que colaborou para por em prática o modelo proposto.

Dessa forma, a validação do modelo ocorreu mediante uma avaliação interna e uma avaliação externa que garantem a confiabilidade e a validação do modelo proposto.

4.3 RESULTADOS DA TÉCNICA DE AUTOMATIZAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM DA DISCIPLINA MATEMÁTICA BÁSICA I ATRAVÉS DO MÉTODO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA

A técnica de automatização do ensino aprendizagem por Resolução de Problemas de Matemática foi adaptada a partir de Santos e Nicot (2014), para atender aos estudantes na medida em que os mesmo fossem apresentando condições para aprendizagem significativa.

Vale destacar que esta condição não foi verificada no instante quando feita a sondagem das condições apresentadas pelos estudantes antes de se dar início ao processo de ensino aprendizagem. Por esta razão, apenas a partir da segunda unidade de ensino, foi possível aplicar a técnica de automatização do ensino aprendizagem por Resolução de Problemas de Matemática**,** dado que nesse instante, os estudantes já haviam feito, por meio da técnica de retroalimentação do ensino aprendizagem por Resolução de Problemas de Matemática, a desfragmentação de seus conhecimentos matemáticas que estabelecem subsunçores relevantes para o tema da disciplina da pesquisa.

A aplicação da técnica de automatização foi realizada à luz da proposta de (ONUCHIC E ALLEVATO, 2005) seguindo um roteiro de aula de quatro etapas invariantes de ações: Apresentação do Problema; desafio individual; desafio coletivo; assembleia geral sobre a resolução do problema.

Nessa técnica, o processo de ensino aprendizagem sempre negou o método de mera exposição seguida de exercício, de modo que as aulas sempre foram iniciadas com a apresentação de um dado problema e encerradas com a proposição de um novo problema, secundário, decorrente do problema proposto inicialmente. Nesse sentido não se utilizou o parâmetro da aula-hora e sim da aula-tema (problema).

Nessa dinâmica, uma aula-tema correspondeu ao intervalo de tempo de duas hora-aula, ou seja: cada hora-aula durava 4h, um dia por semana e, uma aula-tema, durava 8h, e sempre exigia duas semanas.

Para o desafio individual, os estudantes foram preparados para utilizar a ideia do ciclo heurístico de Polya (1993) sobre como resolver um problema: Análise e compreensão do problema; elaboração de um plano para resolver o problema e verificação das respostas dadas ao problema.

Após apresentar um dado problema aos estudantes, o professor permitia que os mesmos realizassem todo esse ciclo heurístico de Polya (1993) e, em seguida, se juntassem em grupos para compartilhar as suas ideias de respostas para o problema.

Nesta abordagem o professor sempre motivou os estudantes a pensar sobre o que tratava o problema e, como resolvê-lo. Por sua vez, os estudantes mobilizavam os seus conhecimentos já constituídos, a partir dos quais elaboraram hipóteses de respostas para o problema e, verificaram suas respostas a partir dos testes das hipóteses elaboradas.

A verificação das hipóteses sempre exigiu dos estudantes a mobilização dos conhecimentos prévios, o uso da meta-cognição e da habilidade de análise comparativa mais aguçada.

Na fase do desafio coletivo, os estudantes foram organizados em grupos de trabalho, com no máximo quatro componentes. Nos grupos de trabalho os estudantes eram sempre motivados a fazer uso da fala e da linguagem matemática, para argumentar suas respostas entre si e, por último, na assembleia geral.

Nas assembleias gerais, que aconteciam após a resolução dos problemas pelos estudantes, verificou-se que a maioria dos estudantes apresentava bom grau de participação e vontade de expor suas respostas e demonstrar aos colegas, como a construíram.

As considerações de Novak (1981), que afirma que a resolução de problemas, por exigir que os estudantes mobilizem seus conhecimentos prévios relevantes para a solução de uma situação nova, constitui-se em um tipo especial de aprendizagem significativa, ganharam maior sentido durante a aplicação da técnica de automatização do ensino aprendizagem por resolução de problemas de matemática.

A contextualização desse entendimento de Novak (1981) valida em parte à importância do modelo pedagógico proposto. Através da técnica de automatização do método de resolução de problemas tornou-se favorável à Aprendizagem Significativa dos estudantes na disciplina Matemática Básica I.

Outros aspectos que também dão maior comprovação a esse fato, são as argumentações dos estudantes na solução de um problema, pela qual se verifica maior confiabilidade ao processo e validação do modelo por meio da técnica de automatização.

Exemplo 1, pergunta problema: **Explique qual a diferença entre Plano Cartesiano e produto Cartesiano?**

Resposta do estudante “L”, apresentado após o desafio coletivo;

A resposta do estudante apresenta um grau de argumentação que reporta a solução do problema de modo seguro e autônomo e ilustrativo;

- "[...] De acordo com o que aprendemos das pesquisas nos livros didáticos, o Plano Cartesiano consiste num sistema de eixos de setas ortogonais e perpendiculares e, que se utiliza para localizar de modo representacional os elementos de uma dada relação cujos elementos são os pares ordenados (x,y). - - "[...] os eixos que forma o plano cartesiano se identificam como eixos "x" e eixo "y" que são os elementos que formam os pares ordenados, elementos de um subconjunto do produto (A X B) \ x ϵ A e y ϵ B";

- "[...] O produto cartesiano é o resultado da operação de multiplicação entre dois conjuntos A e B. Essa multiplicação forma os pares ordenados de forma biunívoca entre os elementos x do conjunto A e os elementos y do conjunto B. O resultado dessa operação gera o Conjunto (AXB) que chamamos de Produto cartesiano.

- "[...] Portanto, a gente usa o plano cartesiano pra fazer o gráfico do produto cartesiano. No Plano cartesiano o eixo de "x" é chamado de eixo das Abscissas e, o eixo "Y", é chamado de eixo da Ordenadas".

Conforme foi ressaltado, o estudante "L" teve destaque na turma, o mesmo se identificou bastante com o método de Resolução de problemas de Matemática e apresentou um resultado bastante relevante para a validação do modelo implementado.

Outro dado comprovador da validação do modelo pedagógico proposto é referente a resposta apresentada pelo estudante "E" ao seguinte problema:

Exemplo 2, pergunta problema: **Segundo os conjuntos A = {1,3} e B = {2, 4, 5}, em quais condições é possível afirmar que os casos abaixo é verdade? Verifique um a um separadamente.**

a) (A X B) = A^2; b) A = {x,y} = B = {y;x}; c) A (x,y) = B (y, x)

Resposta dada pelo Estudante "E" durante o desafio individual:

a) Se A e B são dois conjuntos diferentes (AxB) = (AB) ≠ A^2. Se somente se A = B, será possível termos (A x B) = A^2;
b) Se A = {x,y} e B = {y;x} são dois conjuntos de elementos iguais, a ordem dos elementos não altera a igualdade desses conjuntos, nesse caso, independente da ordem de seus elementos A sempre será igual a B;
c) A (x, y) e B (y, x) são pontos distintos com coordenadas x e y, esses pontos serão iguais, se somente se, x = y.

Nesse caso, verificou-se que o estudante "E" também apresentou resposta de acordo com a Aprendizagem Significativa, pois sua resposta achou relevância na ideia de igualdade entre conjuntos.

4.4 A APLICAÇÃO DO MÉTODO DELPHI

Os conceitos, abordagens e aplicações do método Delphi são tomados nessa pesquisa conforme Nicot (2011), apenas como um reforço no processo de validação do modelo pedagógico proposto. Nesse sentido o processo de classificação dos expertos recorreu ao questionário 1 (ver a seguir), que continha anexo o convite para a participação na pesquisa.

Questionário 1:

A. Assinale com x o valor que corresponde com o grau de conhecimento que você tem em relação com os temas: "Ensino de Matemática através do método de resolução de problemas...", "Teoria da Aprendizagem Significativa..." e "Organização didática e metodológica do Processo de Ensino Aprendizagem de Matemática...". Considere que a tabela que lhe apresentamos tem uma ordem ascendente, ou seja, o conhecimento sobre os temas referidos vai crescendo desde 0 até 10.

Tabela 1. Grau de conhecimento sobre o tema em questão:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Fonte: Santos e Nicot (2015).

De acordo com as respostas dos possíveis expertos na primeira enquete (ver apêndices), realizou-se o cálculo do coeficiente de competência dos possíveis expertos.

- Cálculo do Coeficiente de Conhecimento (K_c)

k_c 1 = 8 x 0,1 = 0,8
k_c 2 = 8 x 0,1 = 0,8
k_c 3 = 9 x 0,1 = 0,9
k_c 4 = 8 x 0,1 = 0,8
k_c 5 = 7 x 0,1 = 0,7
k_c 6 = 7 x 0,1 = 0,7
k_c 7 = 8 x 0,1 = 0,8
k_c 8 = 10 x 0,1 = 10,0
k_c 9 = 9 x 0,1 = 0,9
k_c 10 = 8 x 0,1 = 0,8
k_c 11 = 8 x 0,1 = 0,8
k_c 12 = 7 x 0,1 = 0,7
k_c 13 = 9 x 0,1 = 0,9
k_c 14 = 8 x 0,1 = 0,8
k_c 15 = 7 x 0,1 = 0,7
k_c 16 = 7 x 0,1 = 0,7
k_c 17 = 9 x 0,1 = 0,9
k_c 18 = 8 x 0,1 = 0,8
k_c 19 = 7 x 0,1 = 0,7
k_c 20 = 8 x 0,1 = 0,8
k_c 21 = 8 x 0,1 = 0,8
k_c 22 = 9 x 0,1 = 0,9
k_c 23 = 10 x 0,1 = 10,0
k_c 24 = 8 x 0,1 = 0,8

Com base no resultado do coeficiente de competência dos possíveis expertos, foram eleitos os expertos que participaram do processo a partir da segunda enquete. No total, foram classificados 24 expertos.

A aplicação da segunda enquete possibilitou o cálculo do coeficiente de argumentação (k_A) dos 24 expertos selecionados.

B. Realize uma valoração do grau de influência que cada uma das fontes que lhe apresentamos, tem sobre seu conhecimento e critério a respeito do tema “Ensino de Matemática através do método de resolução de problemas...”, “Teoria da Aprendizagem Significativa...” e “Organização didática e metodológica do

Processo de Ensino Aprendizagem de Matemática...”. Para isto assinale com x, segundo corresponda ou Alto ou Médio ou Baixo.

Tabela 2. Valoração do grau de influência.

Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Análises teórica realizado por você.			
Sua experiência.			
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.			
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.			
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.			
Sua intuição.			

Fonte: Santos e Nicot (2015).

Tabela 3. Tabela padrão para calcular k_A (Coeficiente de argumentação).

Fontes de argumentação	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você	0,3	0,2	0,1
Sua experiência	0,5	0,4	0,2
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.	0,05	0,05	0,05
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.	0,05	0,05	0,05
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.	0,05	0,05	0,05
Sua intuição.	0,05	0,05	0,05

Fonte: Santos e Nicot (2015)

Utilizando a Tabela Padrão, se pode obter o coeficiente de argumentação de cada experto:

k_A 1 = 0,2 + 0,4 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,80
k_A 2 = 0,2 + 0,5 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,90
k_A 3 = 0,2 + 0,4 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,80
k_A 4 = 0,3 + 0,4 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,90
k_A 5 = 0,2 + 0,4 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,80
k_A 6 = 0,2 + 0,4 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,80
k_A 7 = 0,2 + 0,4 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,80
k_A 8 = 0,3 + 0,4 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,90
k_A 9 = 0,2 + 0,4 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,80
k_A10 = 0,2 + 0,4 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,80
k_A11 = 0,2 + 0,4 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,80
k_A12 = 0,2 + 0,5 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,90
k_A13 = 0,2 + 0,4 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,80
k_A14 = 0,2 + 0,4 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,80
k_A15 = 0,2 + 0,5 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,90
k_A16 = 0,2 + 0,5 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,90
k_A17 = 0,2 + 0,4 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,80
k_A18 = 0,3 + 0,5 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 1,00
k_A19 = 0,2 + 0,4 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,80
k_A20 = 0,3 + 0,4 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,90
k_A21 = 0,2 + 0,4 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,80
k_A22 = 0,2 + 0,4 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,80
k_A23 = 0,2 + 0,2 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,60
k_A24 = 0,2 + 0,4 + 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = 0,80

Cálculo do coeficiente de competência (k) de cada possível experto, segundo a fórmula: $\mathbf{k = 1/2\ k_c + k_A}$ onde: k_c é coeficiente de conhecimento e k_A é o coeficiente de argumentação de cada possível experto.

k 1 = ½ (0,8 + 0,8) = 0,80
k 2 = ½ (0,8 + 0,9) = 0,85
k 3 = ½ (0,9 + 0,8) = 0,85
k 4 = ½ (0,8 + 0,9) = 0,85
k 5 = ½ (0,7 + 0,8) = 0,75
k 6 = ½ (0,7 + 0,8) = 0,75
k 7 = ½ (0,8 + 0,8) = 0,80
k 8 = ½ (10,0 + 0,9) = 0,95

k 9 = ½ (0,9 + 0,8) = 0,85
k 10 = ½ (0,8 + 0,8) = 0,80
k 11 = ½ (0,8 + 0,8) = 0,80
k 12 = ½ (0,7 + 0,9) = 0,80
k 13 = ½ (0,9 + 0,8) = 0,85
k 14 = ½ (0,8 + 0,8) = 0,80
k 15 = ½ (0,7 + 0,9) = 0,80
k 16 = ½ (0,7 + 0,9) = 0,80

k 17 = ½ (0,9 + 0,8) = 0,85
k 18 = ½ (0,8 + 1,0) = 0,9
k 19 = ½ (0,7 + 0,8) = 0,75
k 20 = ½ (0,8 + 0,9) = 0,80
k 21 = ½ (0,8 + 0,8) = 0,80
k 22 = ½ (0,9 + 0,8) = 0,85
k 23 = ½ (10,0 + 0,6) = 0,80
k 24 = ½ (0,8 + 0,8) = 0,80

4.4.1 Resultado da terceira Enquete

Uma vez selecionados os expertos, aplicou-se a seguinte enquete com base na guia de estudo enviada a cada um dos expertos selecionados:

> Estimado colega, agradecendo sua gentil participação conosco neste processo de estudo e proposta de soluções para o problema da pesquisa científica em educação, lhe informo que segundo seu conhecimento do tema que estamos tratando, você poderia nos ajudar no processo avaliativo dos principais elementos propostos e postos em consideração à comunidade científica na área de estudo relacionado com a Educação e o Ensino, além das particularidades do processo de Ensino e Aprendizagem na contemporaneidade.
>
> Estou enviando para a vossa senhoria um texto informativo (Guia) dos resultados da pesquisa desenvolvida para estruturar a minha tese de doutorado. Para isso gostaria que o(a) senhor(a) pudesse responder, marcando com um X na tabela abaixo, o seu critério avaliativo em concordância com os seguintes indicadores de avaliação:
>
> Indicador 1: Bastante Relevante (BR);
>
> Indicador 2: Relevante (R);
>
> Indicador 3: Meio Relevante (MR);
>
> Indicador 4: Pouco Relevante (PR);

Indicador 5: Não Relevante (NR).

Tabela 4. Indicadores de avaliação do modelo pedagógico.

$N_{0.}$	Indicadores	BR	R	MR	PR	NR
1-	Estruturação teórica das partes que compõem o Modelo Pedagógico proposto.					
2-	Visão dinâmica do modelo pedagógico para organizar didática e metodologicamente o Processo de Ensino Aprendizagem da disciplina Matemática Básica I.					
3-	Relevância do Modelo Pedagógico.					
4-	Coerência dos elementos da metodologia de implementação do Modelo Pedagógico proposto com o Objetivo Geral da Pesquisa Desenvolvida.					
5-	Metodologia de implementação do modelo proposto.					
6-	Resultados docentes alcançados pelos estudantes.					
7-	Correspondência entre os resultados docentes alcançados pelos estudantes e a proposta de organização didática e metodológica do Processo de Ensino e Aprendizagem da disciplina Matemática Básica I.					

Fonte: Santos e Nicot (2015).

A opinião de cada um dos expertos selecionados, obtidos a partir dessa enquete, foram organizados na tabela 7 (ver apêndices). Após a tabulação destes dados, foi feito o tratamento estatístico do mesmo conforme é mostrado a seguir.

Resultado das respostas de cada experto na primeira rodada de tratamento estatístico.

Tabela 5. Tabela de Resumo 1.

Indicador	BR	R	MR	PR	NR	Total
1	10	9	3	2	-	24
2	4	18	2	-	-	24
3	10	9	5	-	-	24
4	10	6	8	-	-	24
5	10	6	7	1	-	24
6	-	16	5	3	-	24
7	1	14	6	3	-	24

Total	46	78	36	9	-	168

Fonte: Santos e Nicot (2015).

Tabela 6. Tabela de resumo 2.

Categoria avaliativa	No. de indicadores	Média
BR	7	27,3
R	7	46,4
MR	7	21,4
PR	7	5,3
NR	7	-
Total	7	100

Fonte: Santos e Nicot (2015).

Tabela 7. Tabela de Frequências acumuladas:

Indicador	C1	C2	C3	C4
	BR	R	MR	PR
1	10	19	22	24
2	4	22	24	0
3	10	19	24	0
4	10	16	24	0
5	10	16	23	24
6	0	16	21	24
7	1	15	21	24

Fonte: Santos e Nicot (2015).

Tabela 8. Tabela Relativa de frequência acumulada (Dividindo o calor de cada célula da tabela anterior entre o número de expertos consultados, neste caso 24, o resultado deve ser aproximado até as milésimas).

Indicador	C1	C2	C3	C4
	BR	R	MR	PR
1	0,410	0,790	0,910	1,000
2	0,160	0,910	1,000	1,000
3	0,410	0,790	1,000	1,000
4	0,410	0,660	1,000	1,000
5	0,410	0,660	0,950	1,000
6	0,000	0,660	0,875	1,000
7	0,041	0,650	0,875	1,000

Fonte: Santos e Nicot (2015).

Tabela 9. Tabela de número imagem do valor de cada célula da tabela anterior, pelo valor inverso da curva normal de probabilidades de Gauss.

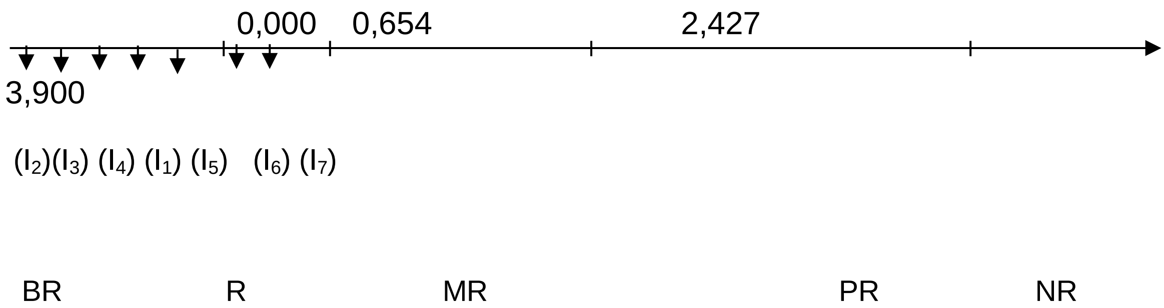
Indicador	C1	C2	C3	C4	Soma	P(prom)	N-P
	BR	R	MR	PR			
1	0,00	0,81	1,34	3,90	6,05	1,512	- 0,116

2	0,00	1,34	3,90	3,90	9,14	2,285	- 0,889
3	0,00	0,81	3,90	3,90	8,61	2,152	- 0,756
4	0,00	0,41	3,90	3,90	8,21	2,052	- 0,656
5	0,00	0,41	1,65	3,90	5,96	1,490	- 0,094
6	0,00	0,41	1,15	3,90	5,46	1,365	0,031
7	0,00	0,39	1,15	3,90	5,44	1,360	0,036
Soma	0,00	4,58	16,99	27,30	48,87		
Pontos de corte	0,000	0,654	2,427	3,900			

Fonte: Santos e Nicot (2015).

Os pontos de corte são obtidos ao dividir os valores correspondentes à soma dos valores de cada coluna entre o número de indicadores avaliados (neste caso 7) P é a média e N é o resultado de dividir a somatória das somas entre o produto do número de categorias de avaliação pelo número de indicadores, exemplo: 48,87/ (5 x 7) = 1,3962 (esse é o valor de N) e, (N – P) é a média que outorgam os expertos a cada indicador em consulta.

Os pontos de corte servem para determinar a categoria ou grau de adequação de cada indicador e, segundo a opinião dos expertos consultados, se comparados a cada (N-P) para cada indicador, se opera do seguinte modo:



De acordo com este operador, verifica-se o resultado estatístico obtido em cada experto consultado, conforme se lê a seguir·.

Indicador 1 (I_1): (- 0,116) Avaliado como Bastante Relevante

Indicador 2 (I_2): (- 0,889) Avaliado como Bastante Relevante

Indicador 3 (I_3): (- 0,756) Avaliado como Bastante Relevante

Indicador 4 (I_4): (- 0,656) Avaliado como Bastante Relevante

Indicador 5 (I_5): (- 0,094) Avaliado como Bastante Relevante

Indicador 6 (I_6): (0,031) Avaliado como Relevante

Indicador 7 (I_7): (0,036) Avaliado como Relevante

Portanto, nesse caso, é possível concluir que de acordo com as respostas dos expertos, os (05) cinco indicadores resultaram em Bastante Relevante (BT), já que o valor N-P de cada Indicador fica muito antes do “Ponto de Corte”, 0, 369 que é o limite para avaliar essa categoria de elementos “Bastante Relevantes”.

CONCLUSÃO GERAL

O Modelo Pedagógico proposto nesta tese, foi elaborado de modo sistêmico e estrutural, tendo como sustento pedagógico, a teoria de Aprendizagem Significativa.

Os resultados obtidos com a implementação de tal modelo, foram definidos pelo “Critério de Experto” (método Delphi) como “Bastante Relevantes” para o processo de ensino e aprendizagem da disciplina “Matemática Básica I”, da Licenciatura em Matemática, na Universidade Estadual de Roraima (UERR), *Campus* Rorainópolis.

Conforme o capítulo 3, o critério de “Expertos” (Método Delphi), avaliou o modelo pedagógico levando em conta alguns indicadores relacionados com alguns aspectos estruturantes do Modelo Pedagógico proposto nessa tese (ver p. 112).

De acordo com o “Critério de Expertos”, o modelo é bastante relevante tanto para o desenvolvimento intelectual dos estudantes, quanto para o elevo da qualidade do Processo de Ensino e Aprendizagem da disciplina “Matemática Básica I”, no Curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade Estadual de Roraima (UERR), Campus Rorainópolis.

De modo geral, reportando-se ao instante inicial do modelo proposto nesta tese (o planejamento), até o seu ponto culminante (execução), conclui-se que:

1. O Modelo Pedagógico proposto é dinâmico, sistêmico, abstrato e admite mudanças e melhorias de implementação que podem sugerir diferentes formas de organização e avaliação do processo de ensino e aprendizagem da disciplina “Matemática Básica I”, da Licenciatura em Matemática, na Universidade Estadual de Roraima, (UERR), Campus Rorainópolis.
2. O Modelo Pedagógico proposto favorece o uso de métodos ativos no Processo de Ensino e Aprendizagem e pode propiciar o afastamento da prática de ensino mecânico conhecido como “tradicional”, com o qual se utiliza o método de ensino por mera transmissão e se valoriza a aprendizagem mecânica, arbitrária e literal fundamentada no “Positivismo da” Ciência Moderna;
3. A implementação do Modelo Pedagógico proposto nesta pesquisa, subjaz em grande medida, às limitações das concepções teórico-didáticas existentes na sala de aula das escolas da atualidade, onde se inclui a Universidade Estadual de Roraima, UERR, Campus Rorainópolis.
4. De acordo com o Modelo Pedagógico proposto nesta tese, a adaptação e a aplicação das técnicas de ensino aprendizagem de matemática por meio do Método de Resolução de problemas, conforme utilizadas nesta pesquisas sugerem domínio conceitual, didático e metodológico que

apontaram para uma problemática que pode ser resolvida no processo de formação inicial e/ou continuada do professor de matemática;

5. O Modelo Pedagógico proposto nessa pesquisa atestou por meio de sua implementação e validação pelo critério de experto do Método Delphi que organização do processo de ensino aprendizagem de Matemática, a partir de um modelo pedagógico sistêmico, estruturado na base da resolução de Problemas de Matemático e fundamentado na Teoria da Aprendizagem Significativa, estimula o processo de formação crítica e reflexiva de conceitos, por parte dos discentes na disciplina “Matemática Básica I”, no Curso de Licenciatura de Matemática da Universidade Estadual de Roraima (UERR), Campus Rorainópolis;
6. A implementação do Modelo Pedagógico apresentado nessa pesquisa revelou que a aplicação das técnicas de “Retroalimentação” e “Automatização” do ensino aprendizagem através do Método de Resolução de Problemas estimula a aprendizagem dos estudantes de modo ativo e independente;
7. A análise dos resultados da implementação do Modelo Pedagógico, proposto nesta tese, atestam que o mesmo pode tornar o trabalho do professor mais significativo e mais proativo na disciplina “Matemática Básica I”, bem como, nas demais disciplinas da grade curricular do Curso de Licenciatura em Matemática da UERR/ Campus Rorainópolis.

Tais conclusões encerram o processo de implementação do modelo pedagógico proposto nessa tese e, respondem ao problema científico, confirmando que a organização do Processo de ensino e aprendizagem da Disciplina Matemática Básica I”, tendo como eixo direcionador, o método de resolução de problema, propicia a formação do conceito de função em matemática, mediante uma postura mais ativa, e mais responsável, da parte dos estudantes, com relação a própria aprendizagem em sala de aula.

Nesses termos, concluiu-se que os resultados apontam que o modelo proposto contribuiu para o elevo intelectual dos estudantes que demonstraram durante o Processo, uma postura mais crítica, mais reflexiva e mais responsável por sua própria aprendizagem, a cada novo conteúdo ensinado.

De modo decorrente, concluiu-se ainda, que o modelo proposto também contribuiu para a autonomia cognitiva dos estudantes que passaram a ter cada vez mais, gerenciamento sobre a sua própria aprendizagem.

Com base nos resultados do processo de execução, controle e avaliação do modelo pedagógico proposto nesta tese, concluiu-se que a aprendizagem produzida com o modelo pedagógico proposto nesta tese, é do tipo significativa, posto que era estabelecida de maneira autônoma por parte dos estudantes e, sempre partindo de um conteúdo relevante, já apreendido em sala de aula.

Tal conclusão está baseada na hierarquização dos conteúdos envolvidos no conceito de função matemática, tal qual favoreceu as ligações de relevância entre os conteúdos elaborados e favoreceram a elaboração de problemas relacionados com temas anteriores e com aplicação no contexto dos estudantes.

Aqui vale destacar que o Modelo Pedagógico, tal qual proposto nesta tese, possibilitou resultados favoráveis à aprendizagem significativa do conceito de função em matemática, sob a base do método de resolução de problemas. No entanto, tais resultados exigiram dos estudantes uma mudança na postura diante do Processo de Ensino e Aprendizagem, que consistiu na passagem de mero expectadores da sala de aula para autores da sua própria aprendizagem.

Por outro lado, o Modelo Pedagógico executado nesta tese, também sinalizou que o sucesso de sua implementação exigiu do professor que o efetivou, certo domínio técnico dos conteúdos e habilidade para elaborar e aplicar problemas, envolvendo criatividade, perspicácia e motivação.

Nesse sentido, orienta-se que para a aplicação do Método de resolução de problemas, o domínio técnico da disciplina é condição *sino que no*, mas o domínio teórico e pedagógico também é imprescindível.

Sobre a Resolução de Problemas, no caso dessa pesquisa, revelou-se um método ativo para o ensino de Matemática, que encontrou fundamentos na teoria de Aprendizagem Significativa. Embora a implementação da Resolução de problemas, tenha registrado desde o planejamento do modelo proposto, algumas complicações, os resultados obtidos com este método são bastante positivos no contexto de objetividade da pesquisa e, demonstraram que tais dificuldades podem ser perfeitamente superadas, quando se tem um fundamento teórico na base da prática docente.

Além disso, a manifestação de satisfação dos estudantes, por encontrar sentido para os seus conhecimentos já formados, é apenas uma das razões pelas quais, vale a pena praticar o Método de ensino aprendizagem por Resolução de problemas de Matemática, na sala de aula da atualidade.

No aspecto metodológico, o modelo pedagógico proposto nesta tese, introduziu duas técnicas para implementar o Método de Resolução de Problema, tendo como objetivo a formação do conceito de função em Matemática, sobre o sustento pedagógico da Aprendizagem Significativa.

Neste aspecto, a tese aqui defendida, contribui para novas proposta de investigação sobre o uso do método de Resolução de Problemas, tanto na matemática quanto em outro componente curricular, em outros níveis e modalidades de ensino. Nesse sentido, dá abertura para outras pesquisas que contribuam com a discussão em torno desse objeto, recorrendo novas técnicas e recursos pedagógicos, para a implementação da resolução de problemas em sala de aula.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AKKOÇ, H; TALL, D. **The simplicity, complexity and complication of the function concept**. In: (Ed.) Proceedings of the 26 the Annual Conference – PME 26. v2. 2002. United Kingdom, p. 25-32.

ANDRADE, S. **Ensino–Aprendizagem de Matemática via Resolução, Exploração, Codificação de Problema**. Rio Claro, 1998. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual Paulista.

ANTUNE, C. Vigotsky, **quem diria? Em minha Sala de Aula**. 2ª Ed. f.12. In: ___________ Na sala de Aula. Petrópolis - RJ, Editora Vozes, 2002.

AUSUBEL, D. P. **The psychology of meaningful verbal learning**. Nova York: Grune and Stratton, (1963).

________________. **Educational psychology:** A cognitive view. Holt, Rineheart and Winston, New York, 1968.

________________.;NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Educational psychology**. 2ª ed. Holt, Rinehart and Wilston, Nova Yuork; 1976.

ÁVILA, G. **Evolução do conceito de função e de integral**. In: Publicação da Sociedade Brasileira de Matemática. p. 14-46, julho 1985, São Paulo.

BEHRENS, M. A. **Paradigma da complexidade:** metodologia de projetos, contratos didáticos e portfólios. Petrópolis: Vozes, 2006.

BIANCHINI, B. L.; PUGA, L. Z. **Função: Diagnosticando registros de representação semiótica**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Departamento de Matemática, PUC, São Paulo, 2004.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução: Elza I. Gomide.2. ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1986.

BRAATHEN, P. C. **Aprendizagem Mecânica e Aprendizagem Significativa no processo de ensino-aprendizagem de Química.** Artigo. Revista Eixo, n.1, vol 1, jan-jun, 2012. Disponível em: http://revistaeixo.ifb.edu.br/index.php/RevistaEixo/article/download/53/29.

BRASIL, MEC, SEB. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. **Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, SEB, 2006.

______________, Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC, SEF, 1997.

______________, **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei nº 9394, 20 de dezembro de 1996.

BRUNER, J. **The process of education.** Cambridge: Harvard University Press, 1977.

BORDENAVE, Juan Díaz; PEREIRA, Adair Martins. **Estratégias de Ensino-Aprendizagem**. 2. Ed. Vozes. Petrópolis/RJ, 1978.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos fundamentais da matemática**. 9. Ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1989.

CHAGAS, E. M. P. de F. **O que está sendo ensinado em nossas escolas é, de fato, Matemática?** Artigo. Revista Iberoamericana de Educación, ISSN - e 1681-5653, Vol. 36, Nº. 3, 2005. Disponível na Web em: <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3158797>

CHAVES, M. I. de A.; CARVALHO, H. C. de. **Formalização do Conceito De Função do Ensino Médio:** Uma Sequencia de Ensino-Aprendizagem. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, 2004.

CHEMIN, B. F. **Manual da Univates para Trabalhos Acadêmicos:** Planejamento, Elaboração e Apresentação. 2. ed. Lajeado: Univates, 2012. E-book. Disponível em: <www.univates.br>. Acesso em: 20 jul. 2012.

CYRINO. E. G.; PEREIRA, M. L. T. **Trabalhando com estratégias de ensino-aprendizado por descoberta na área da saúde:** A problematização e a aprendizagem baseada em problemas. Artigo - Cad. Saúde Pública, Rio de Janeiro, 20 (3): 780-788, mai-jun, 2004. Disponível na Web. Último acesso, 12/09/2013.

COSTA, S. S. C. da.; MOREIRA. M. A. A **Resolução De Problemas Como Um Tipo Especial De Aprendizagem Significativa**. III Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, Peniche, Portugal, 11 a 15 de outubro de 2000: Cad. Cat. Ens. Fís., v. 18, n. 3; p. 263-277, 2001. Disponível na Web.

D’AMBROSIO, U. **Educação Matemática da Teoria à Prática**. Campinas, Papirus; 1996.

_______________. **Etnomatemática** – Elo entre as tradições e a modernidade. Ática, São Paulo; 1999.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. São Paulo: Ática, 2002.

___________. **Formulação e Resolução de Problemas de Matemática**: Teoria e Prática. 1. ed. São Paulo: Ática, 2010.

EVES, H. **Introdução a história da matemática**. 3. ed. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2002.

EZÍDIO, E. C.; SANTOS, R. A. **Obstáculos que se Apresentam no Processo de Ensino e Aprendizagem do Conceito de função na Universidade Estadual de Roraima (UERR) e Suas implicações didáticas**. Monografia. UERR; Rorainópolis, 2013.

GAZIRE, E. S. **Resolução de problemas: perspectivas em educação Matemática**. Rio Claro, 1989. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista.

GROWENVALD, C. L. O.; NUNES, G da S. **Currículo de Matemática no Ensino Básico**. A importância do desenvolvimento dos pensamentos de alto nível; Artigo. Revista Latinoamericana de investigação em Matemática Educativa, Março, Ano/volume 10, número 001, 2007. Disponível na Web.

HAUMAN, R. R. H. **A Resolução de Problemas no Processo de Ensino-Aprendizagem na e além da Sala de Aula**. 2006. 247 f. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática) – Departamento de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

LEAL, L. C. **Funções no terceiro ciclo do ensino básico - uma possível abordagem**. In: Revista Educação e Matemática, vol. 15, 5-15, 1990.

LIMA, E.L. et al. **A matemática do Ensino Médio**. 5. ed.In: Coleção do professor de matemática. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001.

LOPES, W. S. **A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função**: Uma proposta de ensino. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), PUC, São Paulo, 2003.

LUPINACCI, M. L. V. e BOTIN, M. L. M. **Resolução de problemas no ensino de matemática**. Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, p. 1–5, (2004).

NICOT, Y. E. **La Direción Del Método Experimental y su Influencia en el Desarrollo de Habilidades lógicas en los Estudiantes de La asignatura de Física Del 10º Grado**. 2011 (Tese de Doutorado) – Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul, Santa Maria, 2011.

NOVAK, J. D. (Artigo) - **Uma teoria de educação**. Tradução de MOREIRA, M. A, do original: A theory of Education, Ithaca: Cornell niversity Press. Pioneira, São Paulo, 1981.

NCTM. **An Agenda for Action**. Reston: National Concil of Teachers of mathematics, 1980.

MADRUGA A. **Aprendizagem pela descoberta frente à aprendizagem pela recepção:** A teoria da aprendizagem verbal significativa. In: Coll C, P. J.; MARCHESI, A. (Orgs). Desenvolvimento psicológico e educação. Porto Alegre: Artes Med; 1996. p. 68-78.

MEIRA, L. **Aprendizagem e ensino de Funções**. In: SCHLIEMANN, Analúcia (Org.). Estudos em Psicologia da Educação Matemática. 2 ed. Ampliada. Recife: Editora Universitária da UFPE, 1997.

MENDES, M. H. M. **O conceito de Função**: Aspectos Históricos e Dificuldades Apresentadas por Alunos na Transição do Segundo para o Terceiro Grau. Dissertação de Mestrado, PUC do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1994.

MENDONÇA, M. C. D. **Problematização:** Um caminho a ser percorrido em Educação Matemática. Tese (Doutorado em Educação). Campinas: UNICAMP, 1993.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa**: A teoria e textos complementares. 1 edição. São Paulo: Livraria da Física. 179 p.; 2012.

________________. **Mapas conceituais e aprendizagem significativa**, 199. Disponi vel em: <http://www.ufrgs.br/~moreira/mapasport.pdf> Acesso em 06 jun 2012.

________________; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa:** A teoria de David Ausubel. 2ª edição. São Paulo: Centauro, 111p, 2011.

________________. **A Aprendizagem Significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília. Editora Universidade de Brasília, 2006.

______________. **A Aprendizagem Significativa**. Brasília. Editora Universidade de Brasília, 1999.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

______________, ALLEVATO, N. S. G. **Novas Reflexões sobre o ensino – aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas**. In BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs). Educação Matemática: Pesquisa em Movimento. Cortez, São Paulo, 2004, p. 213 - 231.

OSBORNE A. e KASTEN M.B. **Opiniões sobre a resolução de problemas no currículo para os anos 80**: **um relatório**. In: A resolução de problemas na Matemática escolar. São Paulo: Atual, 1996.

PAIS, L. C. **A Didática da Matemática.** Uma análise da Influência francesa. Editora, Autentica; Belo Horizonte 2001.

PASK, G.; SCOTT, B. **Learning strategies end individual Competencies**. International Journaul of Man-machines Studies. 4 p. 217 – 253, 1972.

PENAFORTE J. **John Dewey e as raízes filosóficas da aprendizagem baseada em problemas**. In: MAMEDE, S.; PENAFORTE, J.; SCHMIDT. H, CAPRARA, A.; TOMAZ, J. B, S. H. (Orgs). Aprendizagem baseada em problemas: Anatomia de uma nova abordagem educacional. Editora Hucitec; São Paulo, 2001. p. 49-78.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: Um enfoque do método matemático. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1994.

PONTE, João Pedro; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia (2009). **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

ROSSINI, R. **Saberes docentes sobre o tema função**: Uma investigação das praxeologias. Tese (Doutorado em Educação Matemática), PUC, São Paulo, 2006.

SANTOS, R. A.; NICOT, Y. E. **A Teoria da Aprendizagem Significativa Como Referencial Para A Implementação do Ensino Aprendizagem e Avaliação de Matemática Através de Problemas**. (Artigo) - Seminário LASERA 2014, 21 a 24 de outubro, Cidade do México, DF, 2014.

SCHOENFELD, A. **Porquê toda esta agitação acerca da resolução de problemas?**. In: ABRANTES, P.; LEAL. L. C.; PONTE. J, P. (org.). Investigar para aprender matemática. Lisboa: Projecto MPT e APM. 1996. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/schoenfeld%2091. pdf> Acessado em: 10 maio 2014.

SCHWARZ, O. **Sobre as Concepções dos Alunos Ao Término do Segundo Grau**. Dissertação de mestrado. PUC de São Paulo, São Paulo, 1995.

SIERPINSKA, A. In: **The Concept of Function. On understanding the notion of function**. EUA: Concordia University, 1992, p. 25-58.

SILVA, C. C.; KALHIL, J. B. **O Processo Ensino Aprendizagem de Genética à Luz da Teoria Fundamentada**. (Tese de Doutorado) - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC), Universidade do Estado do Amazonas (UEA), 2014.

SFARD, A. **Operational Origins Matematics Objects and of Quandary of Reification – The Case of fuction**. In: The Concept of Function: Aspectos of Epistemology and pedagogy. Guershon Harel and Ed Dubinsky (Eds.). mathematics of Association of America, Vol. 25, 59-84, 1992.

SOUSA, A. B. de. **A Resolução De Problemas Como Estratégia Didática Para O Ensino Da Matemática**. 2007. Artigo da Web. Disponível em http:www.googleescool.com. Acessado em 14/08 2012.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. **Historical Perspectives on Problem Solving in the mathematical Curriculum**. In: TRAFTON,P. R.; SHULTE, A. P. (Eds) New Directions for Elementary Eschool Mathematics. Reston: NCTM, 1989. P. 31- 42.

TALL, D.; VINNER, S. **Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity, Educational Studies.** In: Mathematics, Dordrecht, vol. 3, n. 12, p. 151-169, 1981. Disponível na Web.

TRINDADE, J. A. de O. **Obstáculos Epistemológicos à Aprendizagem do Conceito de Função**. 1996, (Artigo) - II Seminário de Pesquisa em Educação (ANPED/Sul), Curitiba; s/d. Disponível na Web. http://www.portalanpedsul.com.br/1999/?link=eixos&acao=listar&nome=Educa%C3%A7%C3%A3o%20em%20Ci%C3%AAncias%20Naturais%20e%20Matem%C3%A1tica&id=33).

TRINDADE, J. A. O., MORETTI, M. T. Uma relação entre a Teoria Histórico-cultural e a Epistemologia Histórico-crítica no Ensino de Funções: a mediação. Revista Zetetiké. Campinas, SP. V. 8, Nº 13/14. p. 29-50, jan/dez. 2000. Disponível na Web: < www.google.com >.

VAN DE WALLE, M. E. Elementary and Middle school Matematics. Longman, New York, 2001.

VENTURELLI J. **Educación médica:** Nuevos enfoques, metas y métodos. Washington, DC: Organización Panamericana de la Salud/Organización Mundial de la Salud; 1997.

VERGNAUD, G. **Teoria dos campos conceituais**. In: Nasser, L. (Ed.) Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. p. 1-26, (1993).

YIN, R. K. **Estudo de caso: Planejamento e Métodos**. 2ª Ed. Porto Alegre. Editora: Bookmam. 2001.

ZUFFI E. M.; PACCA J. L. A. **Sobre funções e a linguagem matemática de professores do Ensino Médio**. Revista Zetetikê, CEPEM-FE/UNICAMP, n.13/14, p.7-27, jan/dez. 2000.

______________, E.M. et al. **Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função.** Educação Matemática em Revista, São Paulo, n. 9/10, p. 10-16, abril, 2001.

APÊNDICES

Apêndice 1 - Barreiras da implementação do Modelo Pedagógico.

Por se tratar de uma proposta de organização didática metodológica cujo objetivo geral foi provocar mudanças na prática docente, na lógica didática do processo de ensino aprendizagem e no trabalho independente e ativo dos estudantes da disciplina Matemática Básica I, registra-se, conforme foi previsto no projeto inicial da pesquisa, alguns aspectos intervenientes nessas diferentes ordens.

Com relação à etapa formativa, o complicador de destaque foi conseguir manter a frequência e a assiduidade dos professores nas oficinas, esse fato, por vezes provocou atrás ou modificações no cumprimento do horário e no período de tempo previsto para o acontecimento das oficinas, no início da intervenção.

Com relação ao professor, embora o mesmo demonstrasse ter noção da ideia sobre aprendizagem Significativa, essa noção se mostrou muito limitada, além disso, demonstrava ter

erros de concepção. Neste aspecto, a complicação foi realizar a mudança de conceito do professor, sobre a própria aprendizagem significativa.
Conforme os primeiros diálogos com o professor verificou-se que para o mesmo, a "Aprendizagem Significativa" está relacionada diretamente com os métodos que o professor utiliza para ensinar. Nas explicações dadas pelo professor, "Aprendizagem Significativa tem haver diretamente as formas de mediação do professor, no processo de ensino e aprendizagem", enquanto se sabe que na verdade, a Aprendizagem Significativa tem haver com as mudanças realizadas através dos métodos de ensino e aprendizagem, na estrutura cognitiva e, consequentemente, no comportamento do sujeito.
De acordo com o professor:

i) – [...] A Aprendizagem Significativa acontece quando o professor ensina algo que tenha relevância para a vida do estudante;
ii) – [...] É quando o estudante consegue ver no ensino do professor explicação para o mundo a sua volta;
iii) - [...] para o estudante aprender significativamente é preciso que o professor faça a contextualização do conteúdo com a realidade do aluno, ou da própria matemática, por exemplo: quando o aluno aprende a lógica de um exercício de matemática e depois consegui reproduzi-lo de outra forma, [...] pra mim, isso é "Aprendizagem Significativa".

Pelos registros desses depoimentos dados pelo professor, verificou-se que nesta ordem, a ausência de coerência na concepção equivocada do professor sobre os princípios da Aprendizagem Significativa constituíram um dos complicadores iniciais da implementação do modelo e, que foi a partir das oficinas formativas, sendo minimizada, mas exigiu que se mantivesse um olhar crítico permanente.
Durante a oficina três, o professor demonstrou bom nível de interesse e curiosidade sobre as técnicas de "retroalimentação" e "automatização" do processo de ensino aprendizagem por meio de Resolução de problemas. O professor revelou ainda, que não conhecia as abordagens práticas do método de Resolução de Problemas.
No entendimento deste professor: - "[...] o método de ensino por a Resolução de problemas, nada mais é, do que simplesmente verificar se os estudantes haviam aprendido dado conteúdo, pedindo aos mesmo que reapresentassem os exercícios de matemática contidos no livro didático e, que foram respondidos e explicados pelo professor em sala de aula, apresentando outra versão". Nesse caso, o professor supõe que: -[...] a aprendizagem possa ser verificada na capacidade do estudante reproduzir, versões variadas de um dado problema proposto pelo professor.
Neste aspecto, verificou-se que de modo análogo, a falta de afinidade do professor com a prática de ensino por Resolução de Problemas de Matemática, também constitui uma barreira na execução do modelo proposto nesta pesquisa.
Na base dos estudantes, a dificuldade foi convencê-los a aceitar a mudança metodológica do professor. Houve necessidade de se garantir aos estudantes, que a intervenção pedagógica não interferiria no rendimento dos mesmos na disciplina Matemática Básica I. Para tanto, foi necessário a assinatura de um termo de compromisso e consentimento e participação, entre professor, pesquisador e estudantes (ver anexo 1).
Ao iniciar a fase do desafio individual, os estudantes entravam em estado de torpor que transfigurava o impacto da mudança metodológica sobre eles. A princípio, a maioria dos estudantes tentou manter-se passiva, esperando que em dado momento o professor resolvesse o problema proposto, explicando como se dava resolução do mesmo.
Foi necessário reiterar o acordo pedagógico firmado, lembrando que pelo tal acordo, os mesmo deveriam atuar de forma ativa durante todo o processo de ensino aprendizagem. Reiterou-se ainda, sobre a dinâmica da técnica de ensino que deveria iniciar com a participação do estudante.
Quando finalmente os estudantes iniciaram às suas participações nos desafios, percebeu-se que o fator complicador nesse instante era concepção de erro formada por eles. Esse complicador foi detectado por meio da interação dos mesmos:

- Estudante "D": "Pode pesquisar no livro professor?";
- Estudante "F": "tem problema a resposta ser igual do livro?";
- Estudante "I": "tem apresentar mesmo professor, o Sr. não aceita só a resposta escrita? "Eu entrego na outra aula digitada e corrigida";

> - Estudante “J”: “dê uma olhadinha aqui professor se está certo.... pra eu poder lhe entregar, só lhe entrego se tiver certo”;
> - Estudante “B”: “Pode usar celular? Aqui tem “Wi-Fi” galera. O professor “X” deixa agente pesquisar na net!”

Estas manifestações registradas demonstraram um duplo complicador: Os estudantes não estavam acostumados (não sabiam), não gostavam e não queriam resolver problemas (pensar pra montar raciocínio de reposta lógica); Para aqueles estudantes, o erro é algo muito ruim, envergonha e torna-se motivo de preconceito e achincalhamento na escola.

Foi possível perceber ainda, que muitas vezes o complicador, está no trabalho paralelo por outros professores, que há anos, vêm acostumando os estudantes a reproduzir e decorar respostas prontas e acabadas e, dadas como “certas”. Esse costume dá maior sentido à concepção de erro verificada nos estudantes participantes.

Outro complicador verificado nessa ordem foi à concepção de erro trazida pelos estudantes participantes da pesquisa que, combinada com o costume de há muitos anos só reproduzir a resposta que o professor apresenta aos exercícios, dificultava que os mesmos, elaborassem as suas próprias respostas. Mesmo tendo subsunçores, os estudantes não aceitavam errar, de modo que só queriam apresentar suas respostas depois de o professor confirmar que a mesma estava conforme.

A assiduidade dos estudantes nas aulas também foi registrada como um complicador das técnicas de ensino aprendizagem aplicadas. Alguns dos estudantes por motivos particulares precisaram faltar às aulas, outros, por costume sempre chegavam atrasados ou não acompanhavam as aulas em sua sequência completa. Esse complicador se resolvia com o retorno do estudante aos grupos de estudo, dando-lhe oportunidade de se situar novamente no trabalho.

Apêndice 2. - Relatos sobre o Professor colaborador

Ao se dar inicio à implementação do modelo pedagógico elaborado, foi possível perceber que o professor ainda não se sentia seguro para aplicá-lo. Durante a aplicação da técnica de retroalimentação do ensino aprendizagem, o professor demonstrou limitação para mediar o trabalho dos estudantes que lhes pressionavam pelo adiantamento das soluções.

Para continuara o trabalho, o professor precisou ser encorajado, mas ao encerrar esse processo, a verificação do quadro comparativo do rendimento dos estudantes na disciplina lhe fez retomar o ânimo, de modo que se determinou a continuar a investigação.

O quadro oito (08), contém o comparativo do rendimento dos estudantes no início e no término da primeira unidade de ensino, na qual foi aplicada a técnica de retroalimentação do ensino aprendizagem por meio da Resolução de Problemas.

Quadro 8.

Estudante	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M
Rendimento anterior (pré)	56	67	54	77	80	67	72	69	76	82	87	79
Rendimento posterior (pós)	86	88	98	88	98	84	91	89	90	91	97	83

Comparativo do rendimento dos estudantes no pré e no pós-teste da primeira unidade.

O quadro oito demonstra pelo comparativo dos estudantes um aspecto dos dados da investigação que comprovam a validação do modelo pedagógico implementado.

Apêndice 3. Termo de consentimento livre e esclarecido

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
UNIVERSIDADE ESTADUAL DO AMAZONAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
REDE AMAZÔNICA DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Caro (a) estudante,

Saudações cordiais.

Estamos lhe convidando para participar da pesquisa intitulada: "**A IMPLEMETAÇÃO DO PROCESSO ENSINO APRENDIZAGEM E AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA, ATRAVÉS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, NA PERSPECTIVA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA**". Este trabalho faz parte da tese de doutorado desenvolvida na Rede amazônica de Educação em Ciências e Matemática - REAMEC, coordenada pelas Universidades (UFMT – UFPA – UEA) e tem como orientador Prof. Dr. Yuri Expósito Nicot. Conforme o título da pesquisa, o objetivo é construir e validar um modelo didático para o ensino aprendizagem e avaliação de matemática através de resolução de problemas, na perspectiva da Aprendizagem significativa. Para a construção de tal modelo, será a aproximação dos princípios norteadores da teoria da aprendizagem significativa às instruções sobre a prática pedagógico do método de resolução de problemas. Os primeiros testes desse modelo, deverão ser realizado com estudantes de licenciatura em matemática e posteriormente com estudantes de Ensino Fundamental e Médio. As experiências de teste com o modelo criado acontecerão em sala de aula e deverão ser gravadas. As observações e testes escritos serão realizados durante as aulas. Essas ações também serão registradas através de fotografias e filmagens para possíveis visualizações futuras. Todos os instrumentos a serem aplicados serão mantidos em sigilo, servindo apenas para os fins da pesquisa, não se revelando os nomes dos participantes. Os registros de voz e imagem serão transcritos para o papel e, após serem aprovados pelos pesquisados, serão deletados. Todos os registros ficarão de posse do pesquisador por cinco anos e após esse período serão incinerados.

A sua participação não oferece risco algum. Caso seja verificado algum constrangimento durante os encontros, o pesquisador irá intervir direcionando o assunto tratado. É-lhe garantido também, os seguintes direitos:

-De receber a resposta de qualquer pergunta, ou esclarecimento a qualquer duvida a cerca dos procedimentos, riscos, benefícios e outros assuntos relacionados com a pesquisa.

- De poder retirar seu consentimento a qualquer momento, deixando de participar do estudo, sem que isso traga qualquer tipo de prejuízo;

- De não ser identificado quando da divulgação dos resultados e que todas as informações obtidas serão utilizadas apenas para fins cientifico vinculados à pesquisa.

Informamos ainda, que quanto às custas das atividades de pesquisas, se existirem gastos adicionais, estes serão absorvidos pelo orçamento da pesquisa. Quanto à natureza deste termo, o mesmo foi construído a partir de um modelo aprovado em um Comitê de Ética e Pesquisa e, portanto, deverá ser assinado em duas vias, sendo que uma delas será retida pelo sujeito da pesquisa e a outra pelos pesquisadores. O responsável pela pesquisa é o

Doutorando Rossiter Ambrósio dos Santos, Fone: (095) 91387575.

- ✓ **Parecer do convidado**

Pelo presente termo, declaro que aceito participar da pesquisa e estou ciente de seus objetivos e procedimentos. Sendo assim, concordo com a realização dos procedimentos acima citados e com a utilização dos dados originados de tais procedimentos para fins didáticos e de divulgação em revistas científicas brasileiras ou estrangeiras, contanto que sejam cumpridas as condições conforme propostas acima.

Data______/____/____

______________________________ ______________________________

Assinatura do participante da pesquisa responsável **Assinatura do pesquisador**

Apêndice 4. ICD 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
UNIVERSIDADE ESTADUAL DO AMAZONAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
REDE AMAZÔNICA DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

INSTRUMENTO DE COLETA DE DADO I: (PRÉ-TESTE)

Problema 1:

Relacione as distinções entre plano cartesiano e produto cartesiano.

Problema 2:

Dados os conjuntos A = { 1,3} e B = {2,4,5}, verifique, e demonstre as condições nas quais é possível que:

a) **(AxB) = A^2;**

b) **{x,y} = {y,x};**

c) **(x,y) = (y,x).**

Data______/____/____

______________________________ ______________________________

Assinatura do participante da pesquisa **Assinatura do pesquisador responsável**

Apêndice 5. ICD 2: INSTRUMENTO DE COLETA DE DADO II: (PRÉ-TESTE)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
UNIVERSIDADE ESTADUAL DO AMAZONAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
REDE AMAZÔNICA DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Data: ....../......./.........

Problema - 2a

Qual dos conjuntos abaixo correspondem a (AXB), sabendo que A ={6, 9} e B={3, 6}?

a) A= {(1,3), (rt, 9)}

b) B= {(3, 6), (3, 9), (6, 6), (6, 9)};

c) C= {(3, 6), (6, 6), (6,9), (3,9), (6,3)}.

Problema - 2b:

Observe o quadro e encontre aspectos relacionais entre os conjuntos inscritos no quadro e o conjunto (BXA): Apresente suas descobertas utilizando a linguagem matemática de relação entre conjuntos.

E lembre: A ={6, 9} e B={3, 6}:

a) A = {3, 5)};	b) B={(3,6), (3,9)};
c) C= {(6,3), (3,3)};	d) D={(X, Y),(4,8)};
e) E={(3,6), (3,9), (6,6), (6,9)}	
f) F={(6,6)}	

Assinatura do participante da pesquisa **Assinatura do pesquisador responsável**

Apêndice 6. ICD 3

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
UNIVERSIDADE ESTADUAL DO AMAZONAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
REDE AMAZÔNICA DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

INSTRUMENTO DE COLETA DE DADO III: (PRÉ-TESTE)

Data: ....../......./.........

Problema – 4a

Dados os conjuntos A ={1, 2, 4} e B={1, 2}, calcule:

a) A^2; AxB; B^2

Problema – 4b

Determine em BXA, três relações a partir de leis como por exemplo:

a) R_1 = ((x,y) ϵ (BXA)/ y= 2x}.

Problema – 4c

Considere AXB e determine:
R_1 por y=2x;
R_2 por y ≠ x;
R_3 por y = 2x +1;
R_4 por y = x + 1 ;
R_5 por y = x – 1.

Problema – 4c

Represente por diagramas R_1, R_2, R_3, R_4 e R_5 **e analise as diferenças entre os resultados.**

Assinatura do participante da pesquisa	Assinatura do pesquisador responsável

Apêndice 7 - Sobre o autor (Memorial e Trajetória)

Definida como a ciência que estuda os padrões, as formas e as regularidades, a lógica e a abstração, a matemática possui vital importância para o desenvolvimento sociocultural e intelectual dos seres humanos.

Por esta razão, a escola entendida como o principal veículo do saber e da cultura dos povos, depois da família, jamais poderia prescindir de seu currículo a presença da matemática.

Uma vez voltado para a formação dos sujeitos sociais, o currículo escolar eminente se torna ultrapassado, insignificante e inadequado, dado que ao longo da história a sociedade tem vivido constantes avanços, tanto no campo da ciência, quanto no campo das tecnologias de informação.

Este fato supõe uma necessidade de constantes atualizações do currículo escolar e, portanto, da Matemática, visto que a escola está inserida em um contexto social que tem há tempos tem estabelecido os objetivos e métodos de ensino que devem ser efetivados na escola, com vista em seus ideais e perspectivas.

O currículo da matemática tem sofrido algumas alterações ao longo de sua história, no entanto, ainda se formulam muitas críticas ao ensino deste componente escolar, por conta de seus objetivos e métodos.

Neste contexto, este trabalho encerra um momento culminante da formação docente de seu autor, que desde quando estudante de ensino básico, tem se inquietado com os equívocos, inadequações e ineficácias dos processos de ensino aprendizagem de matemática na escola.

Ao se perguntar, sobre a real finalidade do ensino da Matemática na escola, bem como, sobre a utilidade do saber matemático no cotidiano, o autor *a priori* entende que as confusões presentes nos processos de ensino aprendizagem decorrem, em partes, “do trabalho dos professores”, visto que os mesmo demonstravam limitações para preencher a vaguidão de sentidos do ensino de matemática na escola.

Com estas visões o autor desenvolveu vocação docente, tornando-se professor de matemática e dedicando-se ao estudo dos métodos de ensino e aprendizagem deste componente curricular.

Em 1997, o autor iniciou sua carreira docente, como professor de Matemática, no município de Rorainópolis/RR e no ano seguinte (1998) deu continuidade à sua formação na Universidade Federal de Roraima - UFRR, onde obteve a Licenciatura para o ensino de Matemática em 2003.

Em suas primeiras experiências docentes, já percebeu que a falta de sentido no ensino de Matemática na escola tem consequências que vão além do prejuízo à aprendizagem, pois transforma a matemática no instrumento de domínio pelo qual os estudantes são submetidos a uma situação de submissão, humilhação e exclusão. Mais ainda, cria um clima tenso de confronto e resistência na sala de aula, que se transforma em um ambiente de insegurança e de incertezas para os sujeitos que ali atuam.

Assim sendo, o autor admite que a formação profissional dos professores de matemática é o caminho mais apropriado para solucionar esta situação e sugere que o problema não está no aluno e nem na disciplina, mas sim na forma como o professor presidi o processo de ensino aprendizagem, muitas vezes equivocado em seus objetivos, e agressor em sua prática.

Em 2006 o autor concluiu sua Pós-Graduação, em **Metodologias e Tecnologias para o Ensino de Ciências e Matemática** (ULBRA, Campus Canoas/RS). Nesse período deparou-se com as ideias de alguns pensadores, tais como; Maria Montessori, Paulo Freire, Célestin Freinet e passou a acreditar ainda mais na capacidade e na possibilidade de o professor criar novos métodos e atitudes eticamente corretas que deem sentido para o ensino de Matemática ter na escola.

Em 2006, engajou-se no mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, junto ao PPGECIM[4] (ULBRA, Canosa/RS), na linha de **Educação Matemática para a "Sustentabilidade".**

Seguindo esta linha, o autor se dedica à contextualização do ensino de matemática através do tratamento de questões socioambientais e para tanto segue a orientação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) de matemática, para o Ensino Fundamental, elegendo o tema transversal, **Estudo sobre Meio Ambiente**, como seu objeto de estudo.

Esta escolha foi devida à crença, do autor, no tratamento das questões socioambientais em sala de aula como uma possibilidade de tornar o processo ensino aprendizagem de matemática mais fértil, mais contextualizado e menos abstrato para os estudantes de matemática, de Ensino fundamental. Isso porque o tema transversal – "**Estudo do meio Ambiente**" - trata de questões polêmicas do cotidiano dos estudantes.

Por essa linha de pesquisa, o autor também se deparou com as tendências de educação matemática, das quais a modelagem matemática foi eleita como mais adequado para a efetivação de um ensino de matemática contextualizado e de caráter transversal, tendo a modelagem matemática como uma proposta de ensino aprendizagem, na qual os estudantes são colocados diante de problemas reais do cotidiano e instados a resolvê-los por meio do ferramental matemático.

As experiências com esse modelo de ensino aprendizagem, que combinava **modelagem matemática** e **Estudo do Meio Ambiente**, verificaram que essa combinação além de propiciar uma excelente contextualização para o processo de ensino aprendizagem, ainda corrobora com a prática da cidadania e do cuidado do meio ambiente, com vistas na garantia da qualidade de vida humana e da sustentabilidade do planeta.

Todavia, esse modelo pedagógico apresentava limitações impostas pelas políticas de gestão das escolas, que acabam favorecendo a permanência de "concepções primitivas" sobre as relações de ensino e aprendizagem nos espaços educativos.

---

[4] Programa de Pesquisa e Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA, Campus Canoas/RR.

Isso implica dizer, que ainda existe na comunidade escolar uma realidade que não favorece a prática da transversalidade na escola. Por um lado os professores se furtam dessas modalidades de ensino alegando falta de formação própria para essa prática pedagógica. Por outro lado, não existe entendimento dos pais dos estudantes para esta prática pedagógica.

Em decorrência, a gestão não exige este tipo de ação dos professores alegando que eles têm autonomia sobre seu trabalho docente. Dessa forma, a gestão mantém os professores numa zona de conforto e em contrapartida garante o controle sobre as ações deles e evita situações de embate com os pais dos estudantes.

Por estas e outras razões, o modelo de ensino aprendizagem conforme exposto anteriormente sofre anomalias e se torna impraticável a partir do ponto de vista das relações políticas e pedagógicas que persistem no espaço educativo.

Circunstancialmente, o modelo necessita ser retroalimentado de modo que possa superar as variáveis políticas pedagógicas que intervém no seu processo de efetivação. É exatamente esta ação que o autor aqui se propõe realizar, por meio de sua tese, quando o nível de sua formação alcança "*status* de doutorado".

Ao aprofundar suas pesquisas em Educação Matemática, percebe que a resolução de problemas é uma tendência de educação matemática que propicia a retroalimentação do modelo de ensino anteriormente idealizado, tornando-o um modelo didático, psicologicamente adequado e eficaz para estudantes de Ensino Fundamental, e pedagogicamente praticável.

Esta retroalimentação fica mais explicada a partir de dois pontos que aqui devem ser aqui considerados. O primeiro tem haver com a contextualização do ensino de matemática na escola; a) a contextualização do saber matemático não está limitada apenas á realidade cotidiana do estudante, pois também pode ser efetivada pela própria Matemática, pela História da Matemática e por suas trocas de subjetividades com outras áreas do conhecimento escolar. O segundo tem haver com os métodos de ensino de matemática aplicados em sala de aula. – b) existe um consenso de que a **Resolução de Problemas** deve ser o "motor propulsor" do ensino de matemática ao passo que o problema deve ser o "ponto de partida" de todo processo de ensino aprendizagem.

De fato as Referências e os Parâmetros curriculares Nacionais (brasileiro) para o ensino de matemática no Ensino fundamental, insta que o objetivo da matemática na escola deve ser; "Fazer o aluno pensar, isto é, desenvolver as habilidades lógicas" e isso não implica furta-se de sua função sócio-educativa.

O último destes pontos sugere que a resolução de problemas se sobressai diante de todas as propostas e tendências de ensino de matemática, isso significa que tanto a contextualização de conteúdos, quanto a modelagem matemática subjazem à resolução de problemas.

É exatamente a partir destes dois pontos que ocorre a retroalimentação do modelo de ensino aprendizagem anteriormente exposto e que dá lugar a um novo modelo de ensino aprendizagem e avaliação de matemática através de resolução de problemas.

A partir dessas compreensões, a resolução de problemas ganha maior atenção mediante uma abordagem metodologia, pois se acredita que a resolução de problemas tem em seu cerne o potencial de fertilizar todo e qualquer processo de ensino aprendizagem de matemática na escola.

Portanto, é a partir desses pressupostos que o autor apresenta sua tese centrada na resolução de problemas e que segue uma proposta de construção de um modelo de ensino aprendizagem e avaliação de matemática capaz de tornar os processos educativos mais eficazes e praticáveis.

Apêndice 8 –

Guia metodológica para análise avaliativa dos resultados propostos na pesquisa científica em educação através das valorações do grupo de “expertos” segundo o Método Delphi.

Autores: Rossiter Ambrósio dos Santos; Yuri Expósito Nicot.

Introdução:

De acordo com Groenwald e Nunes (2007) o conhecimento matemático pode constituir uma das formas de desenvolvimento do intelecto dos indivíduos e, manifestar-se através da linguagem oral, escrita e simbólica, com a qual se pode; organizar, interpretar e dar significado a muitos dos aspectos da realidade objetiva que tem haver com problemas que o homem enfrenta na sociedade, na natureza e no próprio pensamento.

Por extensão destas ideias, verifica-se, sobre a base das complexidades do sistema educacional contemporâneo brasileiro, que se exige da organização do pensamento, o tratamento de dados, as previsões, as estimativas de risco, bem como, a relação e aplicação do conhecimento já adquirido, em situações novas.

D’Ambrósio (1990) orienta que a presença da Matemática na escola contemporânea se justifica, por ser útil como instrumento para a vida, para o trabalho, por ser parte integrante de nossas raízes culturais e porque ajuda a pensar com clareza e raciocinar melhor.

As dificuldades decorrentes da prática do processo de ensino aprendizagem, no caso da Matemática, por mera transmissão do conhecimento, que se fundamenta nos princípios do paradigma positivista da ciência moderna, tem sido apontado, de acordo com Chagas (2007), como a principal causa do baixo índice de rendimento intelectual e acadêmico dos estudantes de matemática na escola.

Na atualidade existe um consenso nacional e internacional que reconhece a necessidade de mudanças nas formas de organização do processo de ensino aprendizagem de Matemática, frente às suas inadequações, visando perspectivas para a formação de um pensamento criativo nos indivíduos, que aprendem e exercitam com questões do conhecimento matemático, em função das demandas que a sociedade impõe à escola.

É exatamente no contexto de um processo de ensino aprendizagem da Matemática, ativo, fundamentado pedagogicamente através de paradigmas educacionais contemporâneos que toma sentido os debates e discussões acerca das formas de abordagem do conhecimento matemático na escola, onde, a implementação do método de Resolução de Problemas de Matemática pode ser inscrito como uma alternativa metodológica, capaz de romper com outros métodos tradicionais que advogam pela mera transmissão de conhecimentos matemáticos quando se precisa tornar a Matemática, mais significativa e mais contextualizada com a realidade objetiva dos estudantes.

As ideias do Grupo de Estudo e Trabalho em Resolução de Problemas (GTERP – UNESP), que segue uma perspectiva operacional, apresenta vários estudos e experiências sobre como ensinar matemática através da Resolução de Problemas e nos servem de referencia para estruturar uma didática específica na disciplina “Matemática Básica I” do Curso da Licenciatura em Matemática, oferecido pela Universidade Estadual de Roraima, UERR, Campus Rorainópolis.

O resultado do trabalho de pesquisa na área de educação matemática (PENAFORTE, 2001), orienta que o método de resolução de problemas tem origem na pedagogia do ensino aprendizagem por descoberta relacionada a John Dewey (século XIX – XX), aos movimentos da Escola Nova e o movimento Ativista (onde na aprendizagem por descoberta, o problema constitui uma ponte de ligação entre uma nova situação apresentada para ser resolvida em forma de problema docente e os saberes já constituídos pelos estudantes).

Sobre os contrapontos descritos anteriormente se trata de enfrentar e resolver o seguinte **Problema Científico**: A organização didática e metodológica atual do Processo de Ensino e Aprendizagem da disciplina “Matemática Básica I”, para alunos do Curso da Licenciatura em Matemática, da Universidade Estadual de Roraima, Campus Rorainópolis, favorece a formação do conceito “função matemática” a partir da noção de conjunto, com base na Resolução de Problemas de Matemática, no sustento pedagógico da Aprendizagem Significativa?

A forma adequada para da via a solução do problema foi dada pela proposta de um redirecionamento sistêmico e estrutural, partindo de um “Modelo Pedagógico” para organizar didática e metodologicamente o Processo de Ensino e Aprendizagem da disciplina "Matemática Básica I", através do Método de Resolução de Problemas de Matemática com sustento pedagógico na Aprendizagem Significativa.

Especificamente se trabalhou em diagnosticar e constatar a pertinência do problema científico da pesquisa; analisar o "estudo da arte" e os resultados relacionados com a pesquisa contemporânea envolvendo aspectos referentes à Resolução de Problemas e à Aprendizagem Significativa, priorizando resultados na Região Norte do Brasil; Elaborar um "Modelo Pedagógico" que permita orientar didática e metodologicamente o Processo de Ensino e Aprendizagem da disciplina "Matemática Básica I" através da Resolução de Problemas de Matemática, sobre a base da teoria da Aprendizagem Significativa; Estabelecer a metodologia para implementar o "Modelo Pedagógico" no Processo de Ensino e Aprendizagem da disciplina "Matemática Básica I".

Precisamente esta guia nos serve para procurar a validação dos resultados obtidos como a implementação do "Modelo Pedagógico" proposto, através das técnicas pertinentes.

Para os **testes de implementação** do modelo proposto utilizou-se as técnicas de **"Retroalimentação"** e **"Automatização"** para o Processo de Ensino e Aprendizagem através da **Resolução de Problemas de Matemática**. Nesse sentido, a **Validação** do modelo pedagógico proposto se reportou ao Estudo de Casos do tipo Dedutivo, com investigação ***ex-post facto***, na qual se utiliza o critério de avaliação através de "árbitros constituídos".

A tese a defender nesta pesquisa é que: "A organização didática e metodológica do Processo de Ensino e Aprendizagem das disciplinas de um Curso de Licenciatura em Matemática, através de um Modelo Pedagógico que tem base nas estruturas teóricas do Método de Resolução de Problemas de Matemática, e fundamentado na teoria da Aprendizagem Significativa, estimula o processo de formação reflexiva e consciente de conceitos por parte dos discentes".

O Aporte Teórico se dá em função da elaboração e orientação metodológica para implementar no Processo de Ensino e Aprendizagem um "Modelo Pedagógico" que tem como base o Método de Resolução de Problemas de Matemática e a Teoria da Aprendizagem Significativa.

Os estudos, análise e construções, bem como a metodologia da pesquisa que demonstram a validez dos resultados obtidos, são apresentados em um texto composto por: Introdução, quatro capítulos, considerações finais, referências bibliográficas e apêndices.

Os autores desta pesquisa decidiram aplicar o método teórico de validação dos resultados de uma pesquisa científica no campo das ciências sociais e humanas, conhecido como "Método Delphi", adaptado segundo o critério dos autores para comprovar:

1) Estruturação teórica das partes que compõem o Modelo Pedagógico proposto;
2) Visão dinâmica do modelo pedagógico para organizar didática e metodologicamente o Processo de Ensino Aprendizagem da disciplina Matemática Básica I.
3) Relevância do Modelo Pedagógico
4) Coerência dos elementos da metodologia de implementação do Modelo Pedagógico proposto com o Objetivo Geral da Pesquisa Desenvolvida.
5) Metodologia de implementação do modelo proposto.
6) Resultados docentes alcançados pelos estudantes.
7) Correspondência entre os resultados docentes alcançados pelos estudantes e a proposta de organização didática e metodológica do Processo de Ensino e Aprendizagem da disciplina Matemática Básica I.

MODELO PEDAGÓGICO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA DISCIPLINA MATEMÁTICA BÁSICA I.

Lupinacci e Botin (2004, p. 11) discutem que no processo de ensino aprendizagem, a Resolução de Problemas pode ser inscrita como uma alternativa metodológica, viável para se desenvolver o intelecto dos estudantes e motivá-los para o estudo da Matemática, através de desafios ou problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos.

Santos e Nicot (2014) destacam que no processo de ensino aprendizagem da matemática, os problemas exercem um papel importante, permite o aluno colocar-se diante de questionamentos e pensar por si próprio, possibilitando o exercício do raciocínio lógico e não apenas o uso padronizado de regras.

Nesse contexto, dá-se sentido às indagações da ordem referente a como organizar o processo de ensino aprendizagem de matemática a partir da Resolução de Problemas. Nesse sentido, o modelo pedagógico proposto por esta pesquisa, é apresentado como uma sugestão de resposta a essa questão.

O modelo pedagógico.

Como resposta ao problema científico desta pesquisa, propõe-se um modelo pedagógico, viável para favorecer o desenvolvimento intelectual dos estudantes da disciplina “Matemática Básica I”, do curso de Licenciatura em Matemática da UERR, Campus Rorainópolis, tendo em vista, o enfrentamento das dificuldades que estes estudantes têm apresentado durante o processo de ensino e aprendizagem desta disciplina, nos últimos quatro anos.

O modelo pedagógico proposto foi elaborado e organizado à luz da teoria da aprendizagem significativa, juntamente com as orientações teóricas e práticas do método de ensino aprendizagem através da Resolução de Problemas.

O modelo proposto é dinâmico e contém na sua estrutura a forma didática e a metodologia inserida no contexto dos debates e discussões sobre como é possível implementar o processo de ensino e aprendizagem de matemática, tendo a Resolução de Problemas, como eixo direcionador.

Penaforte (2001) destaca que a Aprendizagem Baseada na resolução de problemas possui suas raízes na aprendizagem por descoberta que tem como precedentes à teoria do conhecimento, relacionada ao americano John Dewey (XVIII – XIX).

Conforme Cyrino e Pereira (2004), na proposta de Dewey, a aprendizagem parte de Problemas ou situações que intencionam gerar dúvidas, desequilíbrios ou perturbações intelectuais. Nessa abordagem, o método “dos problemas” valoriza experiências concretas e problematizadoras, com forte motivação prática e estímulo cognitivo para solicitar escolhas e soluções criativas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), orienta que o valor de se utilizar a Resolução de Problemas como eixo direcionador do processo de ensino aprendizagem, está no potencial pedagógico da Resolução de Problemas para desafiar os estudantes a fazerem uso de suas faculdades físicas e intelectuais, com vistas na elaboração do pensamento lógico, envolvendo exercícios de meta cognição, elaboração e de análise de hipóteses, elaboração do discurso e de uso da linguagem e da fala, como forma de exposição e defesa do pensamento.

Sobre a Aprendizagem Significativa, Braathen (2012) considera que se trata de uma teoria cuja orientação pedagógica é que no âmbito da sala de aula, psicologicamente falando, só existem duas formas diferentes, mas não dicotômicas, de aprender que são, a Aprendizagem Mecânica e a Aprendizagem Significativa, e, portanto, todo intelecto estudantil se desenvolve num intervalo de aprendizagem designado por Ausubel (1978) de “intervalo mecânico significativo”.

Com base na visão da teoria da aprendizagem significativa, o modelo pedagógico proposto, segue a estrutura designada como <pedagogia do “conhecimento prévio”> que consiste na organização do processo de ensino aprendizagem, a partir daquilo que os estudantes já sabem. Esta pedagogia orienta-se pela ideia de “conceito subsunçor”, que de acordo com Ausubel (1978), consiste em um conhecimento já estabelecido na estrutura cognitiva dos estudantes e, que, funciona como âncoras, para a aprendizagem de um novo conceito.

Nessa abordagem, introduz-se a Resolução de Problemas como uma habilidade específica das disciplinas para facilitar o conhecimento matemático e como método de ensino e aprendizagem, facilitador da aprendizagem significativa, cuja execução exige que os estudantes verifiquem os conceitos envolvidos no cerne de um dado problema apresentado pelo professor e, elaborem um plano para resolvê-lo levando-se em consideração as ligações de relevância existente entre tais conceitos, ficando assim previsto, processos mentais favoráveis a uma aprendizagem matemática significativa.

A organização do processo de ensino aprendizagem a partir da Resolução de Problemas, torna o modelo em uma proposta que altera a lógica pedagógica e a estrutural didática e metodologia do trabalho docente na disciplina matemática Básica I, no Curso de Licenciatura em Matemática da UERR, Campus Rorainópolis.

Esta alteração consiste em tomar os problemas de matemática como ponto de partida e de chegada dos processos de ensino aprendizagem, ao invés da mera exposição de conteúdo seguida de uma lista de exercícios como forma de memorização dos mesmos. Consiste ainda, em considerar que o estudante precisa ser envolvido nesse processo, como um sujeito ativo e protagonista de sua própria aprendizagem. Dessa forma, acredita-se que o processo ensino aprendizagem torna-se mais propício ao desenvolvimento intelectual dos estudantes.

Tomando como referencia o modelo pedagógico apresentado por Nicot (2001), o modelo proposto ajuda a desenvolver a efetivação prática do processo de ensino aprendizagem da disciplina Matemática Básica I, por meio de um ciclo sistêmico invariante, composto por três fases designadas como <antes, durante e depois>.
Na fase "Antes", se realiza o planejamento das estratégias, bem como a elaboração dos problemas matemáticos que deverão ser utilizados para a aprendizagem desejada.
Na fase do planejamento, destaca-se a importância do papel do professor que deve elaborar os problemas com antecedência, tendo em vista a aprendizagem significativa dos estudantes. Nessa fase, tomando como base as orientações encontradas em Moreira (2006), o professor deve prover antecipadamente o material de ensino aprendizagem que seja potencialmente significativo. Para isso é necessário prever antecipadamente, as ligações de relevância entre os conceitos a serem aprendidos, bem como, as relações existentes entre a estrutura cognitiva dos estudantes e os novos objetos, conceitos ou fenômenos a serem aprendidos.
Nesse sentido, o modelo utiliza os "problemas de matemática" como material potencialmente significativo. A respeito do problema, Onuchic (1999), os define como sendo toda tarefa que o aluno não sabe como resolver, mas que deseja resolver. Sendo assim, realiza um esforço cognitivo no qual utiliza como energia, a lógica existente (relevância) entre os conceitos envolvidos na base da resolução de um dado problema de matemática, apresentado pelo professor, e a sua estrutura cognitiva.
A figura 1 ilustra a noção teórica de Onuchic (1999) sobre a aprendizagem durante a resolução de um dado problema.

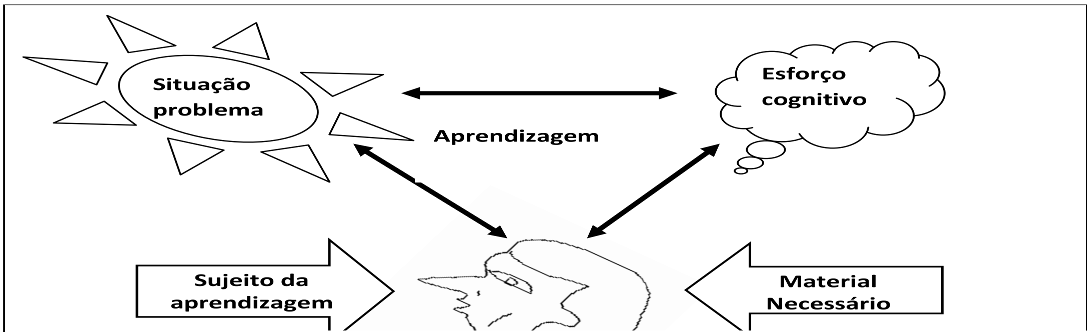


Figura 1 – A aprendizagem como resultante da interação entre o material cognitivo do sujeito, o problema a ser resolvido e o esforço do aprendiz para resolvê-lo. Uma adaptação do autor, a partir de Onuchic (1999).

Esta ideia de Onuchic (1999) dá sentido ao uso do problema como material potencialmente significativo e, facilitador da aprendizagem significativa. Por esta razão, os problemas a serem proposto aos estudantes durante a disciplina, devem ser planejados previamente, valorizando-se às ligações relevantes estabelecidas entre os conceitos e os campos de conceitos matemáticos presentes na ementa da disciplina Matemática Básica I.
A segunda fase (durante) corresponde à execução da prática docente que envolve as estratégias de ensino aprendizagem que, na perspectiva da Aprendizagem Significativa, depende das condições da estrutura cognitiva dos estudantes e da qualidade do material potencialmente significativo.
Na etapa final (depois), o modelo é avaliado tendo em vistas seus resultados mediantes às novas visões sócio-educativas, que podem surgir durante o percurso da disciplina, e que podem gerar novos problemas e, portanto, necessidade de novas estratégias e direcionamentos pedagógicos.
A figura 3 mostra um esquema que representa a ideia central do modelo, ilustra que a lógica que é utilizada nesse modelo de organização do processo de ensino aprendizagem, conforme o contexto de investigação dessa pesquisa.
A analise visual, da figura 3, revela que no modelo proposto, o objetivo do processo de ensino aprendizagem da disciplina "Matemática Básica I" não se limita apenas ao cumprimento de uma lista de conteúdos, mas avança para o campo das habilidades possíveis de serem desenvolvidas a partir de cada conteúdo previsto. Nesse sentido, é possível enunciar algumas premissas que se estabelecem no eixo central do modelo pedagógico proposto neste trabalho:
- Realizar uma adequada organização do processo ensino aprendizagem que permita aos estudantes, que desenvolvam habilidades do pensamento lógico;

- Alcançar, por meio da execução do processo ensino aprendizagem, que o processo de formação dos conceitos matemáticos, por meio da resolução de problemas, propicie a aprendizagem significativa;
- Selecionar genuínos problemas de matemática, cuja procura pela resposta certa ou o método de resolução favoreça aos estudantes o uso e a aplicação dos conceitos e experiências já consolidadas, na elaboração de estratégias de resolução de novos problemas;
- Realizar a atenção, o controle e a avaliação individualizada, das habilidades desenvolvidas pelos estudantes, favorecendo o trabalho sistêmico com os diferentes tipos de problemas e temas matemáticos.

A figura 2. Mostra no conjunto como essas premissas se relacionam no contexto pedagógico do modelo proposto nessa pesquisa.

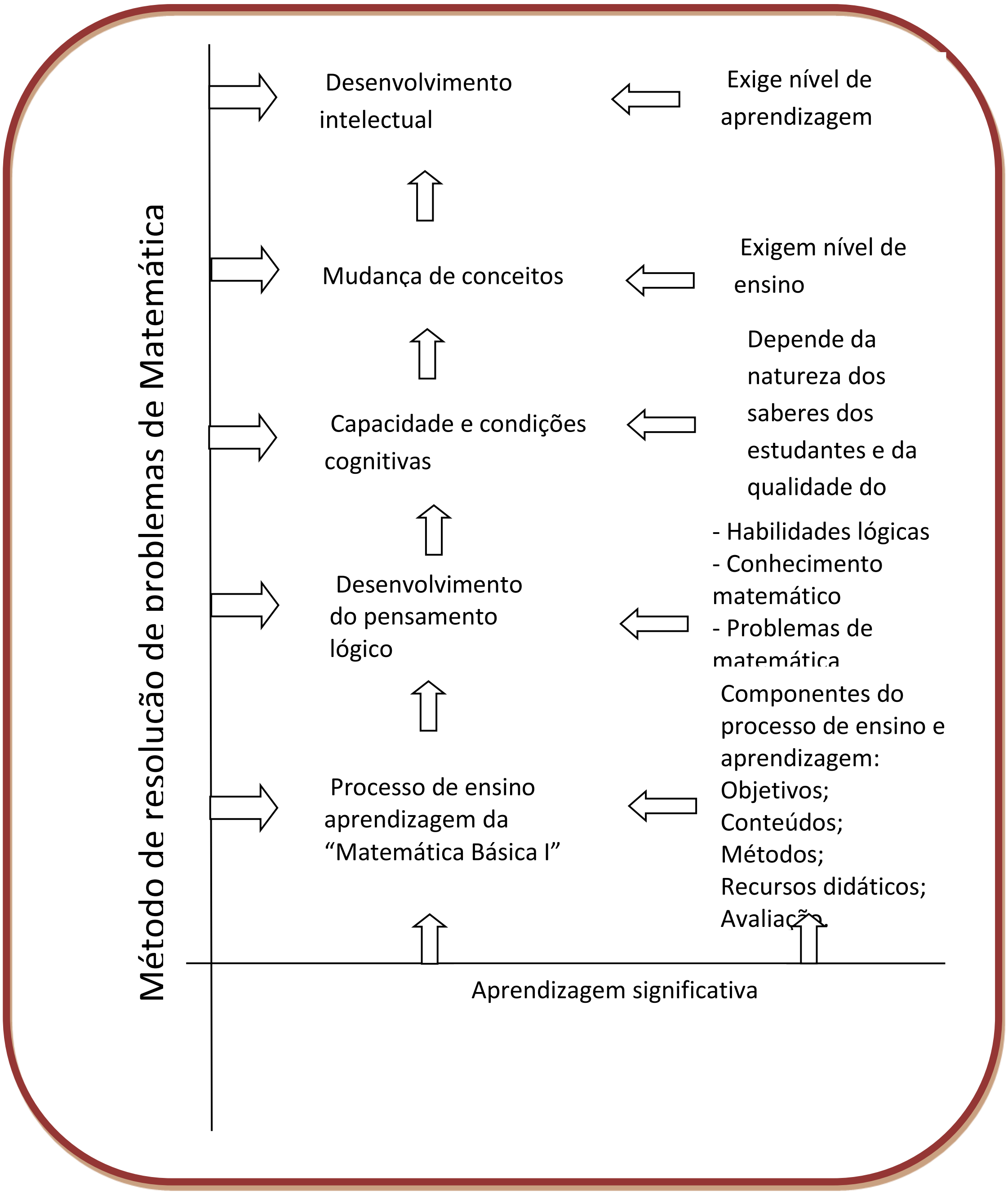


Figura 2 – Eixo central do modelo pedagógico elaborado. Adaptado pelo autor a partir do problema científico.

Com base na ideia central desse trabalho, o modelo pedagógico que permitiu melhor visão teórica para a solução do problema científico desta investigação se apresenta na figura 5.
De modo geral, o modelo estabelece a relação estrutural das premissas descritas anteriormente, de modo favorável à aprendizagem significativa dos estudantes da disciplina Matemática Básica I. Assim sendo, se dá destaque primeiramente para o planejamento, como um determinante da potencialidade do modelo para promover o desenvolvimento de habilidades lógicas, levando em conta os objetivos da disciplina, e as estratégias de desenvolvimento do mesmo, de modo atento às relações e aproximações dos conteúdos.
A respeito da segunda etapa, a figura 5 ilustra como devem ser planejadas e executadas as estratégias de ensino aprendizagem que, a partir de uma sondagem a cerca das condições cognitivas dos estudantes e do material de ensino. O objetivo da sondagem é o diagnóstico do nível relacional das estruturas cognitivas dos aprendizes com o conteúdo que se deseja ensinar, ou seja, as condições dos estudantes para a aprendizagem significativa.
Com base nas pesquisas de Santos e Nicot (2014), se verifica que na fase de execução das estratégias de ensino aprendizagem, o tipo de abordagem metodológica que o professor deve utilizar nos procedimentos de Resolução de Problemas, depende do resultado da sondagem. Nesta condição, o modelo orienta que a resolução de problema seja presidida de forma dirigida ou de forma autônoma. Nessa fase, inicia-se a avaliação dos estudantes, cujo resultado será utilizado na avaliação de todo o processo. Dessa forma encerra-se a organização do trabalho, independentemente dos resultados obtidos.

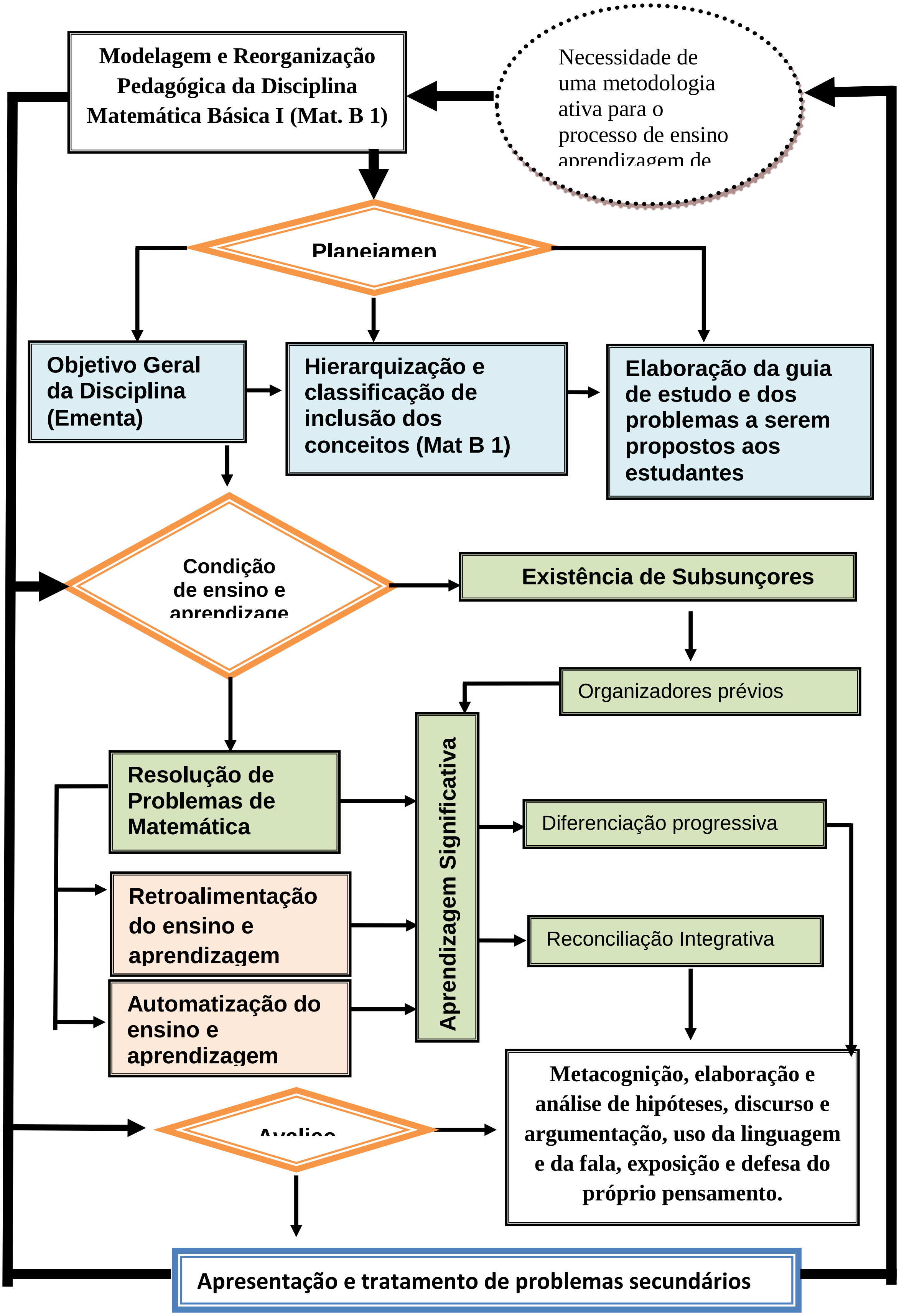


Figura 3 – Modelo pedagógico orientador do processo de “Matemática Básica I”, com base no Método de Resolução de Problemas, fundamentado na teoria de Aprendizagem Significativa. Adaptação do autor.

Metodologia de implementação do modelo

A metodologia de implementação do modelo proposto foi planejada de modo correspondente a um sistema de operações que se desenvolve por meio do cumprimento de cinco etapas de ações tendo como base referencial, Nicot (2001).

Por se tratar de um modelo pedagógico que propõe uma modificação na lógica da práxis docente, tais ações envolvem primeiramente uma etapa de oficinas formativas seguida de uma etapa de planejamento das estratégias de ensino aprendizagem, uma etapa de execução das estratégias de ensino aprendizagem e, por fim, uma etapa de avaliação e retroalimentação do modelo. As seções seguintes descrevem cada uma dessas etapas que compõem a metodologia de implementação do modelo proposto.

A etapa de formação

O objetivo desta fase é estabelecer por meio da execução de três oficinas formativas, as bases teóricas do modelo proposto. Implica envolver os professores participantes com os fundamentos do modelo elaborado tendo como veículo, o diálogo e a discussão sobre os aportes teóricos do modelo (AUSUBEL, 1978); (MOREIRA, 2006); (PASK E SCOTT, 1972); (ONUCHIC & OLEVATTO, 2005); (POLYA, 1993); (VERGNAUD, 1994); (BRAATHEN, 2012) pelos quais se estabelece a lógica pedagógica, didática e metodológica do modelo.

Dessa forma, o propósito da “oficina (01)” é o tratamento do aspecto conceitual do modelo, permitindo esclarecer aos professores participantes da pesquisa, a lógica pedagógica e o objetivo do modelo geral e os específicos, bem como, a o eixo direcionador da construção das estratégias de execução do processo ensino aprendizagem de acordo com a lógica do modelo proposto.

Por sua vez, a oficina (02), destina-se ao tratamento dos aspectos metodológicos do modelo, especificamente sobre às técnicas de abordagens metodológicas indicadas como viáveis para a execução do processo de ensino aprendizagem, de acordo com o contexto didático metodológico do modelo proposto.

Nesse sentido, considera-se imprescindível o estudo do roteiro de aula proposto por (ONUCHIC & ALLEVATTO, 2005) e o “roteiro de retroensino” proposto por Scote (2012, in Braathen, 2012). Tais estratégias são retomadas e tratadas com maior propriedade na etapa de execução das estratégias de ensino aprendizagem indicadas pelo modelo proposto.

Na oficina (03), deve-se dar atenção específica ao aspecto prático que envolve às técnicas de formação de grupos, da atenção, da orientação e da mediação e da condução do processos de ensino aprendizagem de modo ativo, que se exige do professor, no momento da execução da Resolução de Problemas, como método de ensino aprendizagem de matemática.

Finalmente, é importante destacar a importância da etapa de formação, é nessa etapa que se garante tanto a execução docente do modelo, quanto sua validação externa. Nessa etapa é que se prepara o professor que irá por em prática o modelo proposto e, os árbitros externos que no final da implementação, irão validar o modelo.

A etapa do Planejamento

O planejamento das ações docentes constituiu a segunda das etapas da metodologia de implementação do modelo e, envolve a participação de penas um professor de matemática, que juntamente com o pesquisador, participa da elaboração das estratégias, das técnicas e dos procedimentos metodológicos de ensino aprendizagem que traduzem na prática o modelo pedagógico proposto.

Embora haja consenso, de que o planejamento seja uma ação que antecede a todas as demais, a implementação do modelo exige que o planejamento tivesse caráter ostensivo, de fluxo contínuo em todas as etapas, não se limitando apenas à primeira etapa da implementação.

De acordo com Onuchic e Allevato *in* Bicudo e Borba (2005, p. 223), não há dúvida, ensinar matemática com problemas é difícil, “[...] as tarefas precisam ser planejadas ou selecionadas a cada dia, com antecedência, considerando a compreensão dos alunos e a necessidade do currículo”. Sem considerar que caso se utilize um livro-texto tradicional, torna-se, necessário fazer várias modificações.

Partindo dos princípios da aprendizagem significativa, vislumbram-se para o planejamento algumas premissas, com vistas estruturação lógica do modelo;

- Definição dos conteúdos de ensino e de suas respectivas habilidades previstas. No caso desta, pesquisa a ementa da disciplina “Matemática I”, fornece o tem Estudo do conceito de função matemática, a partir da ideia de conjunto;
- Organização hierárquica dos conteúdos envolvidos no campo conceitual do objeto de estudo, com vistas na aprendizagem significativa;

- Elaboração de uma estratégia de ensino aprendizagem e montagem de sequências didáticas;
- Elaboração de problemas para serem utilizados como matarias potencialmente significativo, com vistas na formação de conceito de função matemática por meio de diferenciações progressivas e de reconciliações integrativas dos conceitos a serem aprendidos;
- Elaboração de instrumentos, parâmetros ou critérios de avaliação;
- Sondagem das condições dos estudantes para aprendizagem significativa;

A etapa da execução do processo de ensino aprendizagem

Continuando na base da Aprendizagem Significativa, a etapa da execução do modelo inicia-se com o atendimento da primeira premissa prevista na etapa do planejamento. Para tanto, é necessário que se realize inicialmente a organização hierárquica dos conceitos contidos na ementa da disciplina Matemática Básica I, tendo enfoque no conceito de função matemática. A figura 4 mostra um organograma constituído pelo campo conceitual da disciplina;

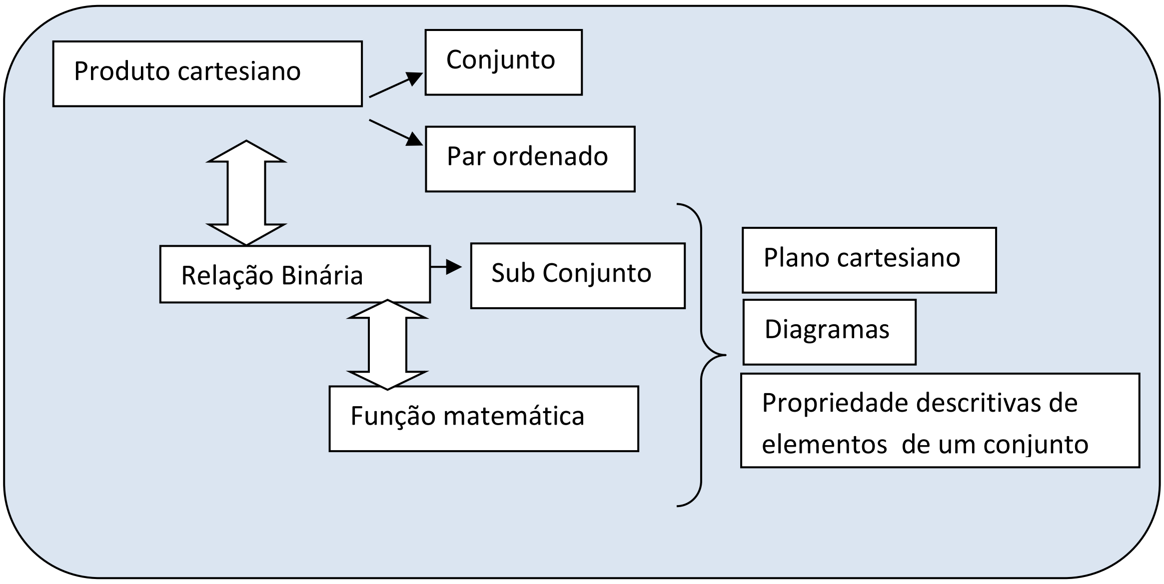


Figura 4 – Campo conceitual - Função matemática, a partir da noção de conjuntos. Adaptado por Santos (2014).

A hierarquização dos conceitos contidos no domínio do campo conceitual Função Matemática, é o que permite a classificação dos conceitos envolvidos no estudo do conceito função matemática, que do ponto da Aprendizagem Significativa podem ser entendidos como "mais inclusos" ou "menos inclusos". Tal classificação possibilita a elaboração de uma lista de problemas de matemática, preparados, para favorecer aos estudantes a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa dos conceitos de estudo no campo da disciplina.

A sondagem das condições cognitivas dos estudantes, naturalmente pode ter resultado satisfatório ou resultado frustrante, por essa razão é importante que se faça a previsão de pelo menos duas técnicas de ensino aprendizagem por problemas, que sejam diferentes.

A sugestão é que em casos em que os estudantes tenham condição de aprendizagem significativa se utilize a técnica de **Automatização do ensino aprendizagem e avaliação de matemática, por meio de problemas de matemática**. Esta técnica consiste numa adaptação de um roteiro de aula, conforme proposto por (ONUCHIC e ALLEVATO, 2005), para o ensino aprendizagem e avaliação de matemática, através de problemas.

O roteiro de aula proposto por (ONUCHIC e ALLEVATO, 2005) decorre das últimas pesquisas realizadas pelo Grupo de Estudos e Trabalhos sobre Resolução de Problemas – GTERP/ UNESP – Rio Claro (1999 – 2012). O quadro (01) mostra em resumo como é composto esse roteiro de aula.

ICD 1
• 1. Apresentação de um problema; • 2. Desfio individual: Alunos resolvem o problema individualmente; • 3. Desafio coletivo; Alunos resolvem o problema em grupos; • 4. Plenária de discussões

Quadro 1: Instrumentos de coleta de dados I. Adaptado por Santos (2014).

Nessa abordagem, após o trabalho coletivo dos estudantes, os mesmos devem ser convocados pelo professor para uma assembleia plena, considerando-se que, geralmente, ao findar seus trabalhos, os estudantes ficam ansiosos quanto à opinião do professor sobre os seus resultados e, desejam defender seus pontos de vista, e, portanto, devem ser oportunizados com um momento no qual possam expor seus resultados, tanto os certos quanto os errados .

Quanto à avaliação, sugere-se que seja realizá-la durante todo o processo com base nas manifestações dos estudantes, e com base nos resultados obtidos com o processo ensino aprendizagem, comparando as condições de inicio e fim desse processo.

Para casos em que os estudantes não apresentam condições para a aprendizagem significativa, a técnica sugerida por esta pesquisa, é a **Retroalimentação do ensino aprendizagem por meio de problemas de Matemática**, que consiste em uma sequência didática, adaptada a partir de (PASK e SCOTT, 1972, *apud* BRATHEN, 2012).

Essa técnica de ensino aprendizagem, também consiste em um sistema invariante de quatro etapas de ações, que conforme o quaro dois (2), são traduzidas da seguinte forma:

5) Ensejo de apresentação de um tema objeto de ensino aprendizagem;
6) Protocolo de registro das condições aprendizagem inicial dos aprendizes;
7) Retroensino por resolução de problemas, de forma dirigida;
8) Seminário de registro das condições finais de aprendizagem.

De acordo co Braathen (2012), esta técnica representa uma sequência didática que se inicia com uma apresentação do tema e dos conteúdos, realizada pelo professor e, se segue com os estudantes, organizados em grupo, que apresentam um seminário temático sobre o tema exposto. No seminário os estudantes devem ter liberdade para explorar o conteúdo e demonstrá-lo por meio de problemas matemáticos.

Após o seminário o professor deve realizar o retroensino, apresentando novamente o mesmo tema desenvolvido nas aulas dadas pelos estudantes. Tal procedimento deve ser feito com o objetivo de acrescentar camadas de significado aos conceitos envolvidos.

Feito o retroensino, o professor deve solicitar que os estudantes apresentassem novamente o mesmo tema, e finalmente se faz a avaliação da aprendizagem dos estudantes, sem abandono dos princípios da Aprendizagem Significativa.

Na técnica de retroalimentação do ensino aprendizagem por problemas de matemática, a avaliação dos estudantes deve ocorrer durante os seminários (1) e (2), seguindo como parâmetro as demonstrações e as argumentações dos estudantes sobre as caracterizações dos conceitos envolvidos, bem como, sobre as relações entre eles.

Seguindo essa abordagem, o professor deve fazer a intermediação, permitindo que os estudantes arrazoem sobre a natureza do problema e, quando necessário, apenas complementa ou redireciona o pensamente dos estudantes quanto ao plano de resolução de um problema apresentado, tomando sempre como referência, a resposta dos problemas anteriores, já resolvidos.

A figura em questão ilustra o caminho que é percorrido pelo professor, bem como, as possibilidades de resultados da aplicação de ambas as técnicas, sem deixar de tomar como referência, os princípios da aprendizagem significativa.

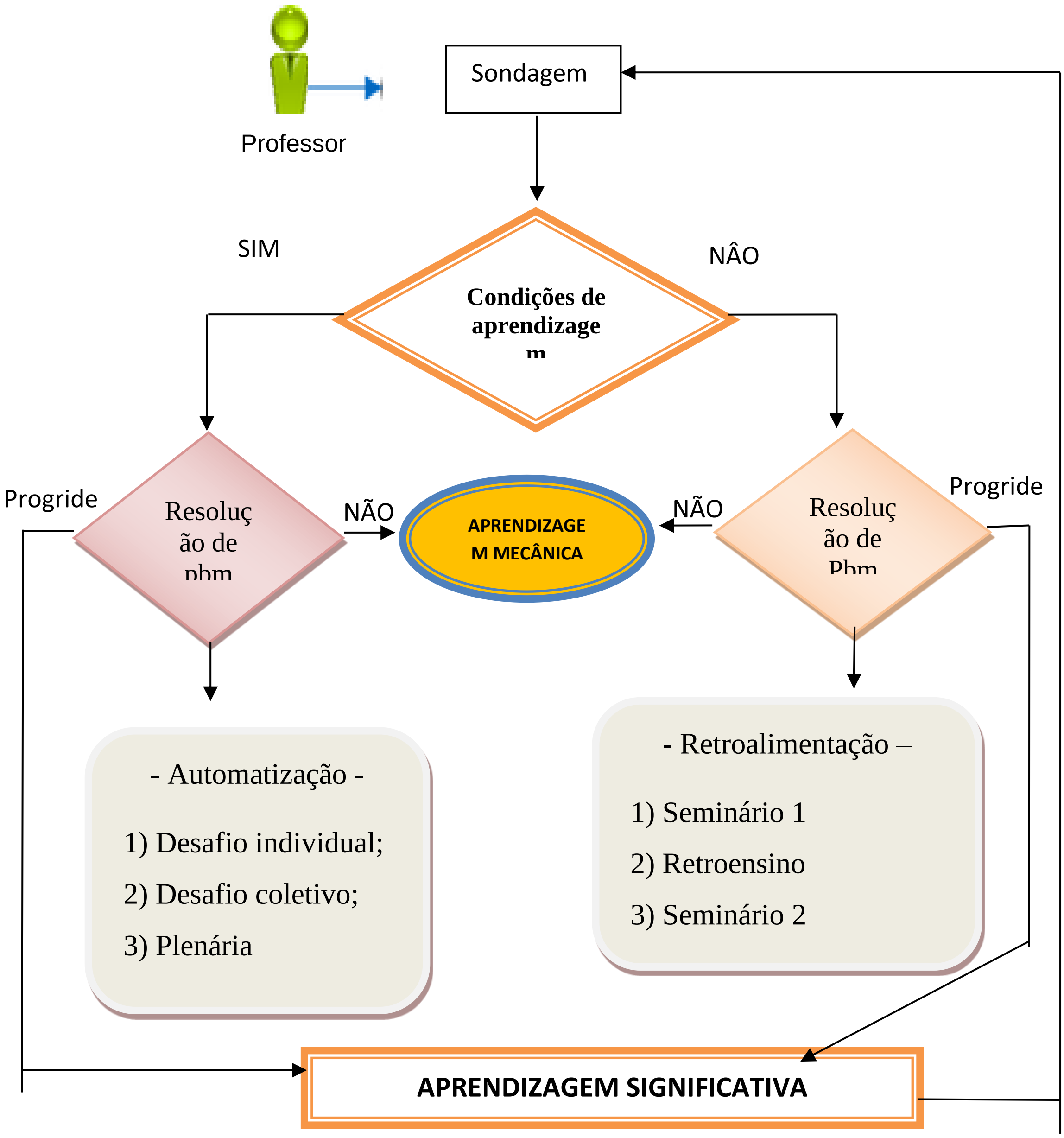


Figura 5 – Estratégias Metodológicas de aplicação da Resolução de Problemas no Ensino Aprendizagem de Matemática. Adaptado por Santos (2014).

Resultados docentes

4.2 Resultados da técnica de retroalimentação do ensino aprendizagem por meio de Resolução de problemas de Matemática.

A ideia fundamental da retroalimentação de ensino aprendizagem por resolução de problemas de matemática é contrapor as ideias dos estudantes acrescentando a elas, camadas de significados. No primeiro painel, apresentação dos estudantes demonstrou que os mesmo traziam na bagagem, uma aprendizagem mecânica decorrente das leituras realizadas para a apresentação do primeiro painel temático.

Durante a retroalimentação do tema, o professor acrescentou camada de significados aos conceitos discutidos pelos estudantes no primeiro painel e, propiciou aos estudantes a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa dos conceitos estudados, que caracterizaram a aprendizagem significativa dos conceitos estudados.

O gráfico 1 foi elaborado para ilustrar como ocorreram as mudanças de aprendizagem durante a execução da retroalimentação de ensino aprendizagem por resolução de problemas de matemática.

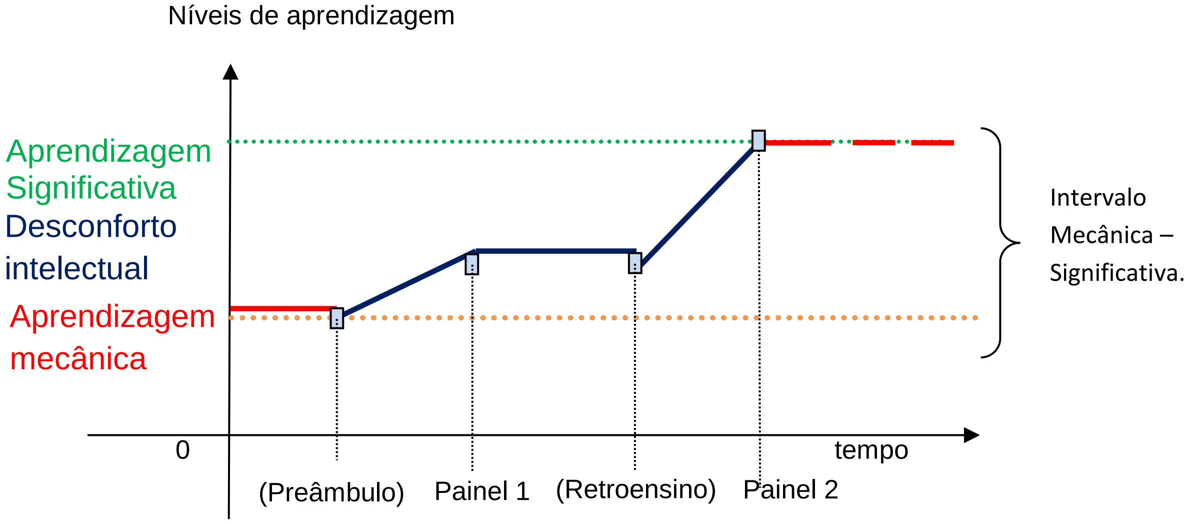


Gráfico 1. Intervalo mecânico/significativo, quando a técnica de retroalimentação de ensino aprendizagem por resolução de problemas de matemática. Adaptado por Santos e Nicot (2014).

Na retroalimentação de ensino aprendizagem por resolução de problemas de matemática a avaliação foi feita por meio da análise comparativa dos resultados dos dois painéis apresentados pelos estudantes.

De acordo com Moreira (2006), o preâmbulo do tema realizado pelo professor, cumpriu a função de organizador prévio do tipo “expositor / ilustrativo”. Durante este momento foi possível perceber que a aprendizagem dos estudantes sobre o tema função, era do tipo mecânica, de acordo com as representações feitas pelos estudantes durante a exposição do professor, que permitiram tal conclusão.

> Estudantes “C”: – De acordo com o que os meus professores me ensinaram, pra calcular o gráfico de uma função basta ter os valores de X e de f(x).
> Estudantes “F”: – Mas na função de segundo grau, sempre tem que calcular Báskara?
> Estudante “B”: - Professor! Os livros sempre ensinam por Báskara.
> Estudantes “A” – Basta calcular o Delta.
> Estudante “G”: - digamos que função é quando elementos de partida de um conjunto se correspondem com elementos de chegada em outro.
> Estudantes “L” – O domínio sempre é o x e a imagem o y. E o contradomínio?

As manifestações dos estudantes durante o preâmbulo, conforme apresentados acima, se dividiam em duas categorias de análise: “Aprendizagem arbitral reflexiva” (por exemplo - estudante C, F, B) e, “Aprendizagem literária fragmentada” (por exemplo - estudantes G e L), pois não conseguiam aplicar de forma consensual.

Tal verificação permitiu concluir que no momento da preambulação, os estudantes manifestaram um conhecimento aprendido de forma mecânica, ao qual Ausubel (1986) designa de “Aprendizagem Mecânica”, com a qual contrapões à “Aprendizagem Significativa”.

Durante a resolução de problemas que se deu de forma conjunta, o professor permitiu que os estudantes fossem acrescentando camadas de significados aos conceitos discutidos durante o painel temático 1.

Um exemplo de como isso ocorreu, pode ser ilustrado a partir da interação com o estudante “J” durante a resolução de um problema de matemática que tratava da representação de uma função a partir da ideia de conjunto.

Problema:

Sabe-se que A= {0,1,2,3,4}, B ={ -1, 6} e, que f(x) = 6 é subconjunto de (AXB). Verifique se é possível representar o gráfico de f(x) em forma de conjunto, utilizando a propriedade que expressa seus elementos e explique sua resposta.

Este problema foi apresentado com o objetivo de demonstrar para os estudantes, a lógica de uma das particularidades das funções matemáticas bem conhecida dos estudantes - “toda função é uma relação, porém nem todo relação é uma função”.
Após deixar os estudantes pensarem sobre a solução do problema proposto, o professor demonstrou no quadro a solução (f(x) = {(x,y) ϵ (AXB) / x ϵ A, y = 6}), e em seguida solicitou que os estudantes comentassem sobre o que pensavam a cerca do exposto. Foi exatamente nesse momento, que o estudante “J” fez as seguintes declarações.
- Legal profº, ... até que em fim uma aula diferente! [...] eu não imaginava que função tivesse algo haver com conjuntos, sempre pensei que tivesse haver somente com gráfico e com as contas.
Estudante “C”: – mas isso vale pra toda e qualquer função profº?
Estudante “H”: – [...] Claro que tem haver! Não tem o conjunto domínio e o conjunto imagem?
Estudante “D”: - Interessante Brother! Legal é que vale pra toda função! [...] porque os caras não ensino isso, desse jeito, lá no ensino Médio?
Estudante “B”: – [...] agora faz sentido porque “toda função é uma relação, porém nem todo relação é uma função”.
A partir desse diálogo, o professor encerrou a retroalimentação e, encomendou dos estudantes um novo painel temático, tendo em vistas que eles o professor havia dados novos significados ao assunto estudado. Para enriquecimento do tema o professor sugeriu que os estudantes lessem outros livros didáticos e comparassem as abordagens encontradas para um mesmo tema.
Dessa forma, no segundo painel temático, os estudantes apresentaram um nível satisfatório de argumentação e de demonstração dos conceitos estudados. Apresentaram vários comentários baseados nas ligações de relevância existentes entre os conceitos e sempre se reportavam ao que aprenderam na retroalimentação, comparando com outras leituras realizadas durante a preparação da apresentação do segundo painel.
Um exemplo desse avanço na qualidade da aprendizagem dos estudantes é a demonstração do estudante B, sobre o conceito de função;
- Estudante B: “[...] Professor! Então veja se minha de definição de função matemática está conforme”: “Sendo A e B dois conjuntos, chama-se função matemática à todo subconjunto de (A x B), onde ocorre a relação de (x, y) sendo que x ϵ A e Y ϵ B, de forma que para todo x ϵ A, existe um único Y ϵ B”.
Esta definição do estudante “B” revela que o mesmo conseguiu formar o conceito de função com significado, a partir da noção de conjunto. Neste resultado verifica-se que o conceito de função apresentado pelo estudante “B” consiste numa definição não-literária e não-arbitral, pelo qual o estudante demonstrou autonomia de raciocínio de modo lógico e subjetivo e, conforme a teoria da Aprendizagem Significativa.
Foi interessante notar que no instante do segundo painel, os estudantes se preocuparam em apresentar problemas que envolvessem a realidade do cotidiano, buscando maior significado para o tema de estudo.
Nesse sentido, registrou-se como exemplo os seguintes problemas;

- Sobre relação:
João tem dois carros em sua garagem carro 1 e carro 2, ambos flex. Apresente o conjunto de combinações que João pode realizar, com seus carros e com o combustível utilizados;
Na sua coleção de camisa dos times, Marcos tem uma camiseta do Vasco, uma do Flamengo, uma do Santos, uma do são Paulo e uma do Cruzeiro, pretendendo usar uma por dia, na escola, a diretora permitiu com uma condição, que marcos não vestisse bermuda, apenas calça jeans azul. Represente a relação que marcos pode montar com sua coleção de camisetas de time.

Na primeira unidade de ensino o tema estudado foi o conceito de função a partir da noção de conjunto. A avaliação da aprendizagem dos estudantes foi feita utilizando-se a técnica de comparação do nível de representação, argumentação e aplicação apresentado pelos estudantes durante o trabalho individual e em equipes.
A validação do modelo de ensino aprendizagem por Resolução de Problemas de Matemática, combinado com a técnica de retroalimentação, foi realizada pelo método de “árbitros externos”.
Esse método consistiu em apresentar as transcrições dos resultados dos painéis temáticos a cinco “árbitros externos” (constituído durante a etapa de formação) e, em seguida solicitar que os mesmos utilizassem uma escala likert 5: (-2 = não concordo fortemente; -1 = não concordo;

o = não opino; 1 = concordo; 2 = concordo fortemente) para responder se os resultados obtido com os estudantes a partir da técnica de retroensino correspondiam à Aprendizagem Significativa do conteúdo de estudo.
A opinião dos árbitros foi colhida para tabulação e, em seguida organizada em um gráfico de barras para análise e discussão. O gráfico que ilustra a opinião dos árbitros constituídos é apresentado a seguir.

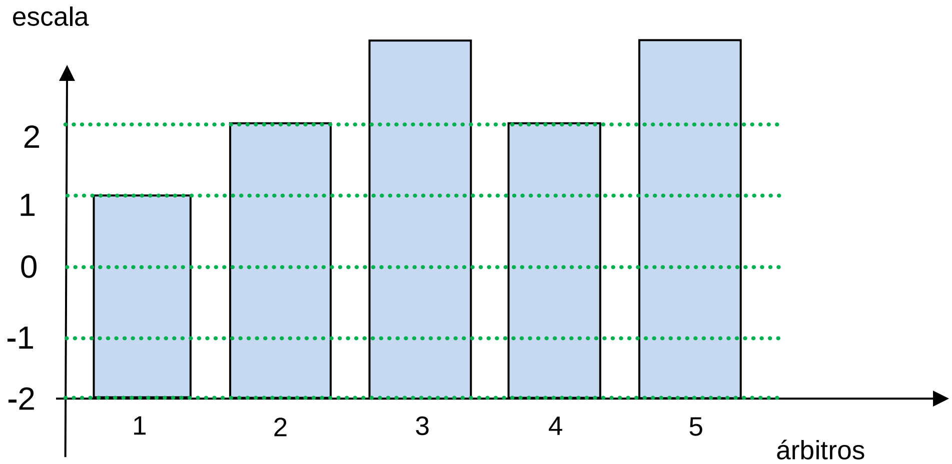


Gráfico 2. – Avaliação dos árbitros externos. Adaptado por Santos Nicot (2014).

De acordo com a interpretação deste gráfico, a maioria dos árbitros concordou que os estudantes apresentaram os resultados da teoria da aprendizagem significativa durante o intervalo da primeira unidade da disciplina.
Apenas um árbitro resolveu não opinar, justificando que se tratava de um caso complexo e que, ainda se sentia inseguro para emitir uma opinião. No conjunto, os demais árbitros opinaram concordando com que as técnicas e o desenvolvimento docente favoreceram à aprendizagem significativa dos estudantes.
O arbitro quatro argumentou que na fala dos estudantes era possível verificar que a retroalimentação do ensino favoreceu aos estudantes a diferenciação progressiva dos conceitos estudados, bem como, de reconciliação integrativa.
O método de árbitros externos foi importante para a validação externa dos resultados obtidos e, para dar maior confiabilidade à investigação, posto que tal critério ajudou evitar que se fizesse uma análise tendenciosa dos resultados, com base apenas no ponto de vista do pesquisador e do professor que colaborou para por em prática o modelo proposto.
Dessa forma, a validação do modelo ocorreu mediante uma avaliação interna e uma avaliação externa que garantem a confiabilidade e a validação do modelo proposto.

4.3 Resultados da técnica de automatização do processo de ensino aprendizagem da disciplina Matemática Básica I a través do método de Resolução de Problemas de Matemática.

A técnica de automatização do ensino aprendizagem por Resolução de Problemas de Matemática foi adaptada a partir de Santos e Nicot (2014), para atender aos estudantes na medida em que os mesmo fossem apresentando condições para aprendizagem significativa.
Vale destacar que esta condição não foi verificada no instante quando feita a sondagem das condições apresentadas pelos estudantes antes de se dar início ao processo de ensino aprendizagem. Por esta razão, apenas a partir da segunda unidade de ensino, foi possível aplicar a técnica de automatização do ensino aprendizagem por Resolução de Problemas de Matemática**,** dado que nesse instante, os estudantes já haviam feito, por meio da técnica de retroalimentação do ensino aprendizagem por Resolução de Problemas de Matemática, a desfragmentação de seus conhecimentos matemáticas que estabelecem subsunçores relevantes para o tema da disciplina da pesquisa.
A aplicação da técnica de automatização foi realizada à luz da proposta de (ONUCHIC E ALLEVATO, 2005) seguindo um roteiro de aula de quatro etapas invariantes de ações: Apresentação do Problema; desafio individual; desafio coletivo; assembleia geral sobre a resolução do problema.

Nessa técnica, o processo de ensino aprendizagem sempre negou o método de mera exposição seguida de exercício, de modo que as aulas sempre foram iniciadas com a apresentação de um dado problema e encerradas com a proposição de um novo problema, secundário, decorrente do problema proposto inicialmente. Nesse sentido não se utilizou o parâmetro da aula-hora e sim da aula-tema (problema).
Nessa dinâmica, uma aula-tema correspondeu ao intervalo de tempo de duas hora-aula, ou seja: cada hora-aula durava 4h, um dia por semana e, uma aula-tema, durava 8h, e sempre exigia duas semanas.
Para o desafio individual, os estudantes foram preparados para utilizar a ideia do ciclo heurístico de Polya (1993) sobre como resolver um problema: Analise e compreensão do problema; elaboração de um plano para resolver o problema e verificação das respostas dadas ao problema.
Após apresentar um dado problema aos estudantes, o professor permitia que os mesmo realizassem todo esse ciclo heurístico de Polya (1993) e em seguida se juntassem em grupos para compartilhar as suas ideias de respostas para o problema.
Nesta abordagem o professor sempre motivou os estudantes a pensar sobre o que tratava o problema e, como resolvê-lo. Por sua vez, os estudantes mobilizavam os seus conhecimentos já constituídos, a partir dos quais elaboraram hipóteses de respostas para o problema e, verificaram suas respostas a partir dos testes das hipóteses elaboradas.
A verificação das hipóteses sempre exigiu dos estudantes a mobilização dos conhecimentos prévios, o uso da meta-cognição e da habilidade de análise comparativa mais aguçada.
Na fase do desafio coletivo, os estudantes foram organizados em grupos de trabalho, com no máximo quatro componentes. Nos grupos de trabalho os estudantes eram sempre motivados a fazer uso da fala e da linguagem matemática, para argumentar suas respostas entre si e, por último, na assembleia geral.
Nas assembleias gerais, que aconteciam após a resolução dos problemas pelos estudantes, verificou-se que a maioria dos estudantes apresentava bom grau de participação e vontade de expor suas respostas e demonstrar aos colegas, como a construíram.
As considerações de Novak (1981), que afirma que a resolução de problemas, por exigir que os estudantes mobilizem seus conhecimentos prévios relevantes para a solução de uma situação nova, constitui-se em um tipo especial de aprendizagem significativa, ganharam maior sentido durante a aplicação da técnica de automatização do ensino aprendizagem por resolução de problemas de matemática.
A contextualização desse entendimento de Novak (1981) valida em parte a importância do modelo pedagógico proposto. Através da técnica de automatização do método de resolução de problemas tornou-se favorável à Aprendizagem Significativa dos estudantes na disciplina Matemática Básica I.
Outros aspectos que também dão maior comprovação a esse fato, são as argumentações dos estudantes na solução de um problema, pela qual se verifica maior confiabilidade ao processo e validação do modelo por meio da técnica de automatização.
Exemplo 1, pergunta problema: **Explique qual a diferença entre Plano Cartesiano e produto Cartesiano?**
Resposta do estudante “L”, apresentado após o desafio coletivo;
A resposta do estudante apresenta um grau de argumentação que reporta a solução do problema de modo seguro e autônomo e ilustrativo;
- “[...] De acordo com o que aprendemos das pesquisas nos livros didáticos, o Plano Cartesiano consiste num sistema de eixos de setas ortogonais e perpendiculares e, que se utiliza para localizar de modo representacional os elementos de uma dada relação cujos elementos são os pares ordenado (x,y). - - “[...] os eixos que forma o plano cartesiano se identificam como eixos “x” e eixo “y” que são os elementos que forma os pares ordenados, elementos de um subconjunto do produto (A X B) \ x ϵ A e y ϵ B”;
- “[...] O produto cartesiano é o resultado da operação de multiplicação entre dois conjuntos A e B. Essa multiplicação forma os pares ordenados de forma biunívoca entre os elementos x do conjunto A e os elementos y do conjunto B. O resultado dessa operação gera o Conjunto (AXB) que chamamos de Produto cartesiano.
- “[...] Portanto, agente usa o plano cartesiano pra fazer o gráfico do produto cartesiano. No Plano cartesiano o eixo de “x” é chamado de eixo das Abscissas e o eixo “Y”o é chamado de eixo da Ordenadas”.

Conforme foi destacado, o estudante “L” teve destaque na turma, o mesmo se identificou bastante com o método de Resolução de problemas de Matemática e apresentou um resultado bastante relevantes para a validação do modelo implementado.

Outro dado comprovador da validação do modelo pedagógico proposto, é referente a resposta apresentada pelo estudante “E” ao seguinte problema:

Exemplo 2, pergunta problema: **Segundo os conjuntos A = { 1,3 } e B = { 2, 4, 5}, em quais condições é possível afirmar que os casos abaixo é verdade? Verifique um a um separadamente.**

b) $(A \times B) = A^2$; b) A = {x,y} = B = {y;x}; c) A (x,y) = B (y, x)

Resposta dada pelo Estudante “E” durante o desafio individual:

d) Se A e B são dois conjuntos diferentes $(AxB) = (AB) \neq A^2$. Se somente se A = B, será possível termos $(A \times B) = A^2$;

e) Se A = {x,y} e B = {y;x} são dois conjuntos de elementos iguais, a ordem dos elementos não altera a igualdade desses conjuntos, nesse caso, independente da ordem de seus elementos A sempre será igual a B;

f) A(x,y) e B (y, x) são pontos distintos com coordenadas x e y, esses pontos serão iguais, se somente se, x = y.

Nesse caso, verificou-se que o estudante “E” também apresentou resposta de acordo com a Aprendizagem Significativa, pois sua resposta achou relevância na ideia de igualdade entre conjuntos.

Apêndice 9 – Respostas dos possíveis "expertos"

Tabela 5. Resultado da Valoração do grau de influência.

Possível experto 1			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.			X
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.		X	
Possível experto 2			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.	X		
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.			X
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.		X	
Possível experto 3			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.			X
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.		X	

Fonte: Santos e Nicot (2015).

Continuação da Tabela 5

Possível experto 4			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.	X		
Sua experiência.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.		X	
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.	X		
Sua intuição.		X	
Possível experto 5			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.		X	
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.		X	
Possível experto 6			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.			X
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.		X	

Fonte: Santos e Nicot (2015).

Continuação da tabela 5.

Possível experto 7			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.			X
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.			X
Sua intuição.			X
Possível experto 8			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.	X		
Sua experiência.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.		X	
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.	X		
Possível experto 9			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.			X
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.		X	

Fonte: Santos e Nicot (2015).

Continuação da Tabela 5.

Possível experto 10			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.			X
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.		X	
Possível experto 11			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.	X		
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.		X	
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.		X	
Possível experto 12			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.	X		
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.		X	
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.		X	

Fonte: Santos e Nicot (2015).

Continuação da tabela 5.

Possível experto 13			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.		X	
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.		X	
Possível experto 14			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.	X		
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.			X
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.		X	
Possível experto 15			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.	X		
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.			X
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.	X		
Sua intuição.		X	

Fonte: Santos e Nicot (2015).

Continuação da tabela 5.

Possível experto 16			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.	X		
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.		X	
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.		X	
Possível experto 17			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.		X	
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.		X	
Possível experto 18			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.	X		
Sua experiência.	X		
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.		X	
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.		X	

Fonte: Santos e Nicot (2015).

Continuação da Tabela 5.

Possível experto 19			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.			X
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.		X	
Possível experto 20			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.	X		
Sua experiência.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.	X		
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.		X	
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.		X	
Possível experto 21			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.		X	
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.		X	

Fonte: Santos e Nicote (2015).

Continuação da tabela 5.

Possível experto 22			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.			X
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.	X		
Possível experto 23			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.			X
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.			X
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.			X
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.		X	
Possível experto 24			
Fontes de argumentação:	ALTO	MEDIO	BAIXO
Analises teórico realizado por você.		X	
Sua experiência.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores nacionais.		X	
Conhecimento de trabalhos referenciados por autores estrangeiros.			X
Seu próprio conhecimento acerca dos temas.		X	
Sua intuição.		X	

Fonte: Santos e Nicot (2015).

Apêndice 10 –

Tabela 7. Resultado das respostas dos 24 expertos segundo o método Delphi.

Nº de Indicadores*	Experto 1				
	BR	R	MR	PR	NR
1	X				
2		X			
3	X				
4	X				
5	X				
6		X			
7			X		
Experto 2					
Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1		X			
2		X			
3		X			
4		X			
5		X			
6		X			
7		X			
Experto 3					
Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1	X				
2		X			
3		X			
4			X		
5			X		
6		X			
7	X				
Experto 4					
Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1		X			
2		X			
3	X				
4	X				
5	X				
6		X			
7		X			

Experto 5

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1				X	
2			X		
3			X		
4			X		
5				X	
6			X		
7			X		

Experto 6

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1	X				
2		X			
3	X				
4	X				
5	X				
6		X			
7		X			

Experto 7

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1	X				
2	X				
3	X				
4	X				
5	X				
6		X			
7		X			

Experto 8

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1		X			
2		X			

3		X			
4	X				
5	X				
6		X			
7		X			

Experto 9

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1		X			
2		X			
3	X				
4		X			
5		X			
6		X			
7		X			

Experto 10

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1			X		
2		X			
3		X			
4		X			
5		X			
6		X			
7		X			

Experto 11

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1			X		
2			X		
3			X		
4			X		
5			X		
6				X	
7				X	

Experto 12

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1	X				
2	X				
3	X				
4			X		
5			X		
6			X		
7			X		

Experto 13

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1		X			
2		X			
3		X			
4		X			
5		X			
6		X			
7		X			

Experto 14

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1		X			
2		X			
3		X			
4			X		
5			X		
6			X		
7			X		

Experto 15

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1	X				
2		X			
3	X				
4	X				
5	X				
6		X			
7		X			

Experto 16

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1			X		
2		X			
3			X		
4			X		
5			X		
6				X	
7				X	

Experto 17

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1		X			
2		X			
3		X			

4	X				
5	X				
6		X			
7		X			

Experto 18

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1	X				
2	X				
3	X				
4	X				
5	X				
6		X			
7		X			

Experto 19

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1		X			
2		X			
3		X			
4		X			
5		X			
6			X		
7			X		

Experto 20

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1			X		
2		X			
3			X		
4			X		
5			X		
6				X	
7				X	

Experto 21

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1	X				
2		X			
3	X				
4	X				
5	X				
6		X			
7		X			

Experto 22

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1	X				
2	X				
3			X		
4			X		
5			X		
6			X		
7			X		

Fonte: Santos e Nicot (2015).

Experto 23

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1	X				
2		X			
3	X				
4	X				
5	X				
6		X			
7		X			

Experto 24

Nº Indicadores*	BR	R	MR	PR	NR
1		X			
2		X			
3		X			
4		X			
5		X			
6		X			
7		X			

Fonte: Santos e Nicot (2015).

Apêndice 11 –

Resultado obtido com o primeiro questionário

Tabela 3. Respostas dos possíveis expertos**.**

Possíveis expertos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1									X		
2									X		
3										X	
4									X		
5								X			
6								X			
7									X		
8											X
9										X	
10									X		
11									X		
12								X			
13										X	
14									X		
15								X			
16								X			
17										X	
18									X		
19								X			
20									X		
21									X		
22										X	
23											X

24								X			

Fonte: Santos e Nicot (2015).

ANEXOS

ANEXO 1. Plano de ensino da Disciplina Matemática Básica I

PREÂMBULO
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Disciplina: Matemática Básica I		Professor: “LM - X”
Período: 2014.2		**CARGA HORÁRIA: 72 há**
Dias das aulas: terça-feira -	**Local: UERR, Rorainópolis – sala: 18**	**Turno: vespertino** **Horário: 13:30h - 17:30h**

EMENTA
Conjuntos numéricos. Operações e propriedades. Cálculo algébrico. Razão. Proporção. Porcentagem. Regra de três simples e composta. Equações do 1º e 2º grau com uma variável. Inequações. Sistemas de equações de 1º e 2º grau. Resolução de problemas.

OBJETIVO
Propiciar aos futuros professores um ambiente de aprendizagem no qual se estimule o desenvolvimento de habilidades docentes necessárias para o ensino dos conceitos elementares presentes no currículo do Ensino Fundamental Maior.

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO	
Conjuntos numéricos.	**Estudo das Funções**
2. Operações e propriedades no conjunto dos numéricos Reais; 3. Problemas envolvendo Conjuntos.	- Produto Cartesiano; - Relações matemáticas; - funções matemáticas; – Partes de uma função; - Gráfico de uma função; – Tipos de funções; - Problemas de Matemática envolvendo Funções.

METODOLOGIA DE ENSINO
Para a aprendizagem significativa, do conceito de função através da Resolução de problemas de Matemática, as aulas serão presididas a partir da noção de conjunto. Isso implica que a aprendizagem dos conteúdos deverá ser um processo no qual o papel do professor deverá encontrar-se com o do aluno em uma perspectiva do modelo construtivista de ensino e aprendizagem. As aulas serão guiadas pelas técnicas de automatização e/ou retroalimentação do ensino aprendizagem de matemática através de Resolução de problemas de matemática, posto que esta metodologia é pertinente e muito apropriada para o ensino e aprendizagem de Matemática. Fica Condicionalmente prevista a utilização de recursos audiovisuais com a intenção de ampliar a compreensão dos problemas que serão propostos a turma.

PROCEDIMENTOS AVALIATIVOS
De acordo com a metodologia, a avaliação será feita de modo individual e coletivo, por meio dos seguintes instrumentos: 1. Relatórios orais e escritos das exposições do professor e das atividades realizadas; 2. Resolução de problemas por meio de desafios individuais e/ou coletiva; 3. Realização de pesquisas; 4. Apresentação de seminários; Parâmetro quantitativo para cálculo da média para aprovação: (A1=100) + (A2 =100) + (A3=100) / 3 = **MP** **(MP+E/2)= MF.**

BIBLIOGRAFIA BÁSICA
ALENCAR FILHO, Edgar de. **Teoria Elementar dos conjuntos.** 15. ed. São Paulo: Nobel, 1974.

BEZERRA, Manoel J. **Matemática, Volume Único.** São Paulo: Editora Scipione, 1996.

GIOVANI, José Ruy, CASTRUCCI, Benedito; GIOVANI JR., José Ruy. **A Conquista da matemática: Teoria e aplicação.** São Paulo: FTD, 1992.

GÓES, Hilder Bezerra e TONAR, Ubaldo. **Matemática para concursos. 7. ed.** São Paulo Fortaleza: ABC Editora, 2004.

LEITHOLD, Louis. **Matemática Aplicada à Economia e Administração.** São Paulo: Harbra,1988.

Local e Data : ………………., ... de .... de……

Assinatura do Professor (a)

Assinatura do(a) Coordenador(a) do Curso.

Anexos 2: Guia de estudo da Disciplina Matemática Básica I.

UNIDADE I			
DATA	C/H	CONTEÚDOS	PROCEDIMENTO

2014		Estudo de conjuntos	Trabalhos individuais: Resolução de problemas em grupo seguido de um teste de conhecimento: (Av 1).
05/08 a 26/08	16h	1.Noção de conjuntos numéricos;	
		2. Operações e propriedades nos conjunto dos numéricos Reais;	
		3. Problemas envolvendo Conjuntos.	
UNIDADE II			
DATA	**C/H**	**Conteúdos**	**Procedimentos**
02/09 a 21/10	32 h	**Cálculo algébrico**	Trabalhos individuais: Resolução de problemas em grupo seguido de um teste de conhecimento: (Av 2).
		3.Cálculo Algébrico: Simplificação e redução de polinômios;	
		4.Operações com polinômios;	
		5.Proporcionalidades;	
		6.Porcentagens;	
		7.Regra de Três Simples;	
		8.Regra de Três compostas.	
UNIDADE III			
DATA	**C/H**	**Conteúdos**	**Procedimentos**
28/10 a 02/12	24h	**Equações**	Trabalhos individuais: Resolução de problemas em grupo seguido de um teste de conhecimento: (Av 3) e exame final (E)
		9-Equação de Primeiro Grau;	
		10- Equação Quadrática;	
		11- Sistemas de Equações;	
		12- Problemas com equações de 1º Grau;	
		13-Problemas com equações de 2º Gra;	
		14-Representações gráficas de equações e sistemas de equações.	

Local e Data : ………………., ... de .... de……

Assinatura do Professor (a)

Assinatura do(a) Coordenador(a) do Curso.