



REDE AMAZÔNICA DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA – PPGECM
POLO ACADÊMICO UEA

SABRINA DE SOUZA RODRIGUES

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR AMAZÔNICO:
MOVIMENTOS DE APRENDIZAGEM COM TECNOLOGIAS E ABORDAGENS
PEDAGÓGICAS ALTERNATIVAS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – PPGECM, da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática – REAMEC, como parte dos requisitos para obtenção de título de Doutorado.

Linha 02: Fundamentos e Metodologias para a Educação em Ciências e Matemática

Manaus – AM

2025



SABRINA DE SOUZA RODRIGUES

**EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR AMAZÔNICO:
MOVIMENTOS DE APRENDIZAGEM COM TECNOLOGIAS E ABORDAGENS
PEDAGÓGICAS ALTERNATIVAS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – PPGECEM, da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática – REAMEC, como parte dos requisitos para obtenção de título de Doutorado.

Linha 02: Fundamentos e Metodologias para a Educação em Ciências e Matemática

Data de Aprovação: 08 de setembro de 2025.

Banca Examinadora

Profa. Dra. Daise Lago Pereira Souto – UNEMAT / Barra do Bugres, MT.

Prof. Dr. José Ricardo e Souza Mafra – UFOPA / Santarém, PA.

Prof. Dr. Helber Rangel Formiga Leite de Almeida – UFCG / Pombal, PB.

Profa. Dra. Débora da Silva Soares – UFRGS / Porto Alegre, RS.

Profa. Dra. Debora Erileia Pedrotti Mansilla – UFMT / Cuiabá, MT.

Manaus – AM

2025



Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Sistema Integrado de Bibliotecas da Universidade do Estado do Amazonas.

R696e	Rodrigues, Sabrina de Souza Educação Matemática no ensino superior amazônico: movimentos de aprendizagem com tecnologias e abordagens pedagógicas alternativas / Sabrina de Souza Rodrigues. Manaus : [s.n], 2025. 244 f.: color.; 21.0 cm. Tese - Doutorado em Educação em Ciências e Matemática da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática- Universidade do Estado do Amazonas, Manaus, 2025. Inclui Apêndice. Orientador: Souto, Daise Lago Pereira. 1. Educação Matemática. 2. Miniciclones de transformações expansivas. 3. Tecnologias. 4. Equações Diferenciais Ordinárias. 5. Sistema Seres-Humanos-Com-Mídias. I. Souto, Daise Lago Pereira II. Daise Lago Pereira Souto (Orient.) III. Universidade do Estado do Amazonas. IV. Título CDU(1997)502:51(043.2)
-------	--



AGRADECIMENTOS

Meu primeiro agradecimento é direcionado Aquele que é meu alicerce e que sempre me fortaleceu: Deus. Pai, diariamente você transforma a minha vida e alimenta o meu coração. Eu te pedi que sustentasse a minha fé e o Senhor me segurou pelas mãos. Tudo aquilo que sou e tenho é graças a Ti. Ao Senhor toda honra e toda glória, sempre.

Agradeço imensamente a minha família, e de maneira mais especial, a minha pequena, meu amor, minha filha Anna Valentina, e ao meu companheiro e esposo Marcos. Sei que não foi fácil encarar minha ausência mesmo eu estando presente fisicamente. Obrigada pela compreensão de cada passeio que não pude ir, por cada filme que não pude assistir e pelas brincadeiras que não consegui participar. E mesmo com a expressão do seu rostinho filha querendo que eu fosse, você me abraçava e me dava um beijo. Esse gesto de generosidade significava muito para mim e me deu forças para seguir em frente. A ti Marcos, meu parceiro e maior confidente, obrigada pelo colo que sempre estava ali a minha disposição para me afagar e consolar. Obrigada por me entender, acalmar e cuidar de mim com tanto amor. Vocês dois são presentes de Deus em minha vida.

Foram quatro anos de intensa dedicação para a concretização desse sonho, que não é só meu. Mãe (*in memoriam*), ah minha mãe, você foi a pessoa que mais me incentivou nos estudos, aquela que dizia que era pela e com a Educação que nossas vidas seriam transformadas. Você tinha razão Dona Ray! Obrigada por ser o meu maior exemplo e inspiração, como mulher, mãe e trabalhadora. Você vive em mim. Como me orgulha ser tua filha.

Ao meu pai José e aos meus irmãos Raianne e José Alfredo Filho minha gratidão. Em particular, a ti minha irmã, obrigada pelos incentivos contínuos, pelas conversas e por sempre acreditar em mim, você embarcou comigo em todos os meus maiores sonhos.

A Professora Dra. Daise Lago Souto, obrigada pela oportunidade ímpar que tive em ser sua orientanda. Se eu pudesse, escolheria você, você e de novo você. Obrigada pela dedicação, pelo cuidado não só com cada etapa da pesquisa, mas o cuidado e carinho que tem para comigo. Obrigada por me entusiasmar nos encontros, pelas trocas mútuas e pelas reflexões proporcionadas. Obrigada por escutar as minhas ideias e principalmente por me incentivar e orientar o meu caminhar. Obrigada por me apresentar a sua visão de conhecimento sobre as tecnologias, que hoje é a mesma da qual compartilho. Obrigada por me colocar em um miniciclone e por transformar qualitativamente a minha prática docente. Minha admiração por



você vai além do olhar para a Professora Pesquisadora Daise, ela se entende ao ser humano que você é.

Aos professores José Mafra, Helber Rangel, Débora Soares e Debora Erileia Pedrotti Mansilla, muito obrigada pela leitura cuidadosa, pelos diálogos, considerações e sugestões valiosas, que contribuíram significativamente para a completude deste estudo. Ao professor José Fernandes Cunha que também me proporcionou reflexões sobre os agenciamentos das mídias na atividade humana, deixo aqui registrado meu agradecimento.

Aos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Amazonas - Centro de Estudos Superiores de Tefé, que participaram da pesquisa, minha eterna gratidão. Obrigada pelo compromisso, paciência, dedicação e carinho manifestados ao longo de toda a produção dos dados. Agradeço também ao monitor da disciplina, Anderson, que me deu apoio e suporte no Laboratório.

Ao Grupo de Estudos e Pesquisas em Ensino com Tecnologias Digitais (GEPETD) obrigada pelas observações realizadas em cada apresentação, desde o projeto inicial até o último estágio da pesquisa. Obrigada pela amizade construída, pelo apoio, críticas e pelas leituras e discussões compartilhadas. Vocês foram fundamentais nesse processo e eu aprendi muito com cada um de vocês.

Agradeço também ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – PPGECEM, da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática.

Sempre foi minha intenção que essa pesquisa pudesse contribuir de maneira mais específica com a Educação no interior do estado do Amazonas, considerando as especificidades e singularidades que nos são próprias. Desde pequena vivencio o que é estudar em uma cidade interiorana do Amazonas e conheço com propriedade as dificuldades que enfrentamos para prosseguir com nossos estudos. Assim, agradeço a Universidade do Estado do Amazonas, instituição da qual faço parte, por permitir que a pesquisa fosse desenvolvida no meu ambiente natural de trabalho e pela dispensa de um semestre de minhas atividades docentes para concluir a escrita da tese.



RESUMO

Essa pesquisa teve como objetivo compreender como se desenvolveram os processos de aprendizagem expansiva em uma disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias, no curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade do Estado do Amazonas, utilizando tecnologias e abordagens pedagógicas alternativas. O paradigma de investigação foi qualitativo e os procedimentos empregados para a produção dos dados foram a observação participante; notas de campo; grupo focal, grupos de *WhatsApp* e registros das atividades dos alunos manuseando o computador, com gravação de tela e áudio, por meio do *software OBS Studio*. A base que orientou a análise dos dados foi a Teoria da Atividade e o Sistema Seres-Humanos-Com-Mídias. As ideias imbricadas no Sistema S-H-C-M permitiram olhar para os diferentes papéis que as tecnologias desempenharam no desenvolvimento das atividades, dispostas em dois episódios: i) pensando-com-ChatGPT na construção de campos de direções e ii) pensando-com-*Modellus* na análise de resfriamento de objetos. Os movimentos de expansão que ocorreram ao longo da disciplina, foram influenciados pelo uso do ChatGPT, *Modellus*, *GeoGebra*, *VS Code*, *Wolfram Alpha*, calculadora, entre outros. Este conjunto de tecnologias evidencia o protagonismo desse ator não humano e os caminhos alternativos percorridos pelos estudantes na aprendizagem de EDO. Os miniciclones de aprendizagem expansiva e as manifestações discursivas de contradições internas foram as ferramentas analíticas utilizadas no âmbito deste trabalho. Os resultados indicaram algumas expansões nos papéis das tecnologias, o ChatGPT por exemplo, assumiu a função de objeto, regras e comunidade, já a *internet* desempenhou um duplo papel de artefato e comunidade, enquanto o *Wolfram Alpha* se deslocou para a posição de objeto e o *Modellus* para sujeito e objeto. A proposta de estudo mostrou aos estudantes que dependendo do que é planejado, as tecnologias nem sempre fornecem respostas prontas, ao contrário, elas podem impulsionar discussões e direcionar esse coletivo para algo ainda não conhecido ou pensado por eles. Todas as manifestações discursivas de contradições internas foram identificadas, ao todo foram dez situações de dilema, nove de conflito, três de conflito crítico e quatro de beco sem saída. Também foram percebidas contradições primárias, secundárias e terciárias. Concluímos que as múltiplas tecnologias usadas ofereceram caminhos alternativos para que a aprendizagem de EDO ocorresse nesse coletivo pensante.

Palavras-Chave: Educação Matemática. Miniciclones de Transformações Expansivas. Tecnologias. Equações Diferenciais Ordinárias. Sistema Seres-Humanos-Com-Mídias.



ABSTRACT

This research aimed to understand how the processes of expansive learning developed in an Ordinary Differential Equations course, within the Mathematics Teaching Degree program at the State University of Amazonas, through the use of technologies and alternative pedagogical approaches. The research paradigm was qualitative, and the procedures employed for data production included participant observation; field notes; focus groups; *WhatsApp* groups; and records of students' activities while using the computer, with screen and audio recordings made via the OBS Studio software. The framework guiding the data analysis was Activity Theory and the Human-with-Media System. The ideas embedded in the System S-H-C-M allowed for an examination of the different roles technologies played in the development of activities, organized into two episodes: (i) thinking-with-ChatGPT in the construction of direction fields, and (ii) thinking-with-*Modellus* in the analysis of object cooling. The expansive movements that occurred throughout the course were influenced by the use of ChatGPT, *Modellus*, *GeoGebra*, *VS Code*, *Wolfram Alpha*, calculators, among others. This set of technologies highlights the prominence of this non-human actor and the alternative paths students followed in learning ODEs. The analytical tools employed in this study were the minicyclones of expansive learning and the discursive manifestations of internal contradictions. The results indicated some expansions in the roles of technologies; for example, ChatGPT assumed the function of object, rules, and community; the *internet* played a dual role as artifact and community; *Wolfram Alpha* shifted to the position of object; and *Modellus* to both subject and object. The proposed study showed students that, depending on what is planned, technologies do not always provide ready-made answers; on the contrary, they can foster discussions and guide the collective toward something not yet known or conceived by them. All discursive manifestations of internal contradictions were identified, totaling ten dilemma situations, nine conflicts, three critical conflicts, and four deadlocks. Primary, secondary, and tertiary contradictions were also observed. We conclude that the multiple technologies used offered alternative paths for ODE learning to take place within this thinking collective.

Keywords: Mathematics Education. Expansive Learning Mini-Cycles. Technologies. Ordinary Differential Equations. System-Humans With-Media.



LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Principais elementos que caracterizam as cinco fases das TD.....	32
Figura 2 - Representação ato simples	35
Figura 3 - Representação do ato complexo mediado.....	36
Figura 4 - Esquema da hierarquia da atividade.....	40
Figura 5 - Representação do sistema de atividade	42
Figura 6 - Ideias centrais das três gerações da TA.....	43
Figura 7 - Ciclo de aprendizagem expansiva	44
Figura 8 - Ilustração das bases do Construto Seres-Humanos-Com-Mídias	48
Figura 9 - Duplo papel das mídias no sistema S-H-C-M.....	52
Figura 10 - Representação do Sistema S-H-C-M.....	54
Figura 11 - Pontos centrais imbuídos no Sistema S-H-C-M.....	56
Figura 12 - Resultados encontrados na primeira busca da revisão de literatura	60
Figura 13 - Resultados encontrados na segunda busca da revisão de literatura	60
Figura 14 - Resultados encontrados na última busca da revisão de literatura	61
Figura 15 - Dificuldades enunciadas sobre o ensino e aprendizagem de EDO	77
Figura 16 - Contribuições e tecnologias utilizadas nas pesquisas.....	78
Figura 17 - Centro de Estudos Superiores de Tefé.....	82
Figura 18 - Representação dos movimentos dos miniciclones	90
Figura 19 - Representação de um miniciclone de aprendizagem expansiva	92
Figura 20 - Níveis de contradições dentro do sistema de atividade humana.....	94
Figura 21 - Metáfora do “descascar a cebola”	97
Figura 22 - Sistema de Atividade Idealizado	108
Figura 23 - Primeiras interações da equipe 01 com o <i>ChatGPT</i>	109
Figura 24 - Resposta do <i>ChatGPT</i> sobre a analogia.....	111
Figura 25 - ChatGPT como sujeito da atividade – Equipe 01	115
Figura 26 - Ilustração do Movimento do <i>ChatGPT</i>	118
Figura 27 - Campo de direções gerado pela equipe no <i>Visual Studio Code</i>	120
Figura 28 - Campo gerado após a alteração do valor máximo do eixo p	122
Figura 29 - <i>Feedback</i> do ChatGPT referente ao diálogo 06	123
Figura 30 - Sistema Constituído por A1, A2 e A3 – Episódio 01.....	124
Figura 31 - Campo de direções gerado pelo <i>Write Anything</i>	126



Figura 32 - Registros do uso do <i>ChatGPT</i> anterior a aplicação da proposta.....	128
Figura 33 - Resposta do <i>ChatGPT</i> sobre a possibilidade de gerar gráficos	131
Figura 34 - Imagem da <i>internet</i> sobre campos de direções	133
Figura 35 - Diagrama do movimento da <i>internet</i> e do miniciclone – Equipe 02.....	134
Figura 36 - Contradição Secundária entre artefatos e objeto – Equipe 02	135
Figura 37 - ‘Adicionar vetores’ versus ‘inserir campo de direções’	136
Figura 38 - <i>ChatGPT</i> no papel de regras	137
Figura 39 - Campo de Direções da Equipe 02	139
Figura 40 - Representação do Sistema Constituído – Equipe 02	142
Figura 41 - Primeira interação da equipe 03 com o <i>ChatGPT</i>	143
Figura 42 - Possibilidades de construção – Equipe 03	144
Figura 43 - Movimentos de rotação e translação – Equipe 03.....	146
Figura 44 - <i>Feedback</i> do <i>ChatGPT</i> sobre como utilizar o <i>Cinderella</i>	147
Figura 45 - Aplicações das EDO – exemplos dados pelo <i>ChatGPT</i>	148
Figura 46 - Tentativa da Equipe 03 com uso do <i>GeoGebra</i>	150
Figura 47 - Conversa do <i>WhatsApp</i> – Equipe 03	151
Figura 48 - Campo de Direções no <i>Wolfram Alpha</i> – Equipe 03.....	152
Figura 49 - Contradição secundária sujeitos e regras – Equipe 03	153
Figura 50 - Exemplo pesquisado por A6 – Equipe 03.....	154
Figura 51 - Família de solução da equação logística – Equipe 03	155
Figura 52 - Incerteza sobre o papel do <i>Wolfram Alpha</i> – Equipe 03	158
Figura 53 - Cálculo do Limite no <i>Wolfram Alpha</i> – Equipe 03.....	159
Figura 54 - Interação com o <i>ChatGPT</i> população limitante – Equipe 03	160
Figura 55 - Resposta do <i>ChatGPT</i> com outras condições iniciais	162
Figura 56 - Resposta do <i>ChatGPT</i> se a população poderia aumentar	164
Figura 57 - Reformulando a pergunta ao <i>ChatGPT</i>	165
Figura 58 - Sistema Constituído – Equipe 03	167
Figura 59 - Interação da Equipe 01 com o <i>ChatGPT</i> – Lei de Resfriamento.....	170
Figura 60 - Resposta do <i>ChatGPT</i> - aplicável para resfriamento e aquecimento	171
Figura 61 - Representação do movimento de rotação do miniciclone em formação .	174
Figura 62 - Simulação do instante em que o bolo atinge 33°C – Equipe 01.....	175
Figura 63 - Resolução da Equipe 01.....	176
Figura 64 - Simulação da Equipe 01 em relação a constante de proporcionalidade..	179



Figura 65 - Tabela do <i>Modellus</i> com informações sobre tempo e temperatura.....	181
Figura 66 - Possível duplo do papel desempenhado pelo <i>Modellus</i>	182
Figura 67 - Simulação do item c no <i>Modellus</i> pela Equipe 01	184
Figura 68 – Simulação da situação de aquecimento no <i>Modellus</i> , pela Equipe 01....	185
Figura 69 - Sistema constituído – Equipe 01 - <i>Modellus</i>	186
Figura 70 - <i>Feedback</i> do <i>ChatGPT</i> referente a lei de resfriamento	187
Figura 71 - Outras explicações do <i>ChatGPT</i> sobre a lei de resfriamento de Newton	188
Figura 72 - Modelo da Lei de Resfriamento de Newton fornecido pelo <i>ChatGPT</i> ...	190
Figura 73 - Ambiente de simulação <i>Modellus</i>	191
Figura 74 - Contradição Secundária impulsionada pelo uso do <i>Modellus</i>	192
Figura 75 - Tela <i>Modellus</i> - Equipe 02.....	195
Figura 76 - Comparando as soluções – Equipe 02.....	197
Figura 77 - Simulação no <i>Modellus</i> para valores de k - Equipe 02.....	199
Figura 78 – Deslocamento do <i>Modellus</i> para a condição de objeto da atividade	200
Figura 79 - Simulação com alterações na condição inicial - Equipe 02.....	202
Figura 80 - Analisando a temperatura do refrigerante.....	203
Figura 81 - Sistema Constituído - Equipe 02 - Episódio 2	204
Figura 82 - Contradição Secundária – Equipe 03	207
Figura 83 - Recortes do ambiente do <i>Modellus</i> – Equipe 03	208
Figura 84- Gráfico do Modelo da Lei de Resfriamento – Equipe 03.....	209
Figura 85 - Gráfico obtido na simulação (constante k) - Equipe 03	212
Figura 86 - Última simulação no <i>Modellus</i> - Equipe 03.....	214
Figura 87 - Interação da Equipe 03 com o <i>ChatGPT</i> – surpresa.....	215
Figura 88 - Sistema Constituído - Equipe 03 - Episódio 2	216
Figura 89 - Movimentos dos miniciclones e as contradições internas	219



LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Trabalhos levantados para a revisão de literatura.....	61
Quadro 2 - Tipos de manifestações discursivas de contradições	99
Quadro 3 - Analogia para campos de direção.	111
Quadro 4 - Problema proposto aos estudantes	119
Quadro 5 - Tarefa proposta aos estudantes	169



LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CDI – Cálculo Diferencial e Integral

CEST – Centro de Estudos Superiores de Tefé

EDO – Equações Diferenciais Ordinárias

GD – Geometria Dinâmica

GEPETD – Grupo de Estudos e Pesquisas em Ensino com Tecnologias Digitais

IA – Inteligências Artificiais

M. T. E – Miniciclones de Transformações Expansivas

MA – Metodologias Ativas

ProInfo – Programa Nacional de Informática na Educação

S-H-C-M – Seres-Humanos-Com-Mídias

TA – Teoria da Atividade

TD – Tecnologias Digitais

TI – Tecnologias Informáticas

TIC – Tecnologias da Informação e Comunicação

TMCC – Teoria Matemática no Contexto das Ciências

UEA – Universidade do Estado do Amazonas

UEPS – Unidade de Ensino Potencialmente Significativa

UFAM – Universidade Federal do Amazonas

ZDP – Zona de Desenvolvimento Proximal



SUMÁRIO

1. Introdução.....	15
1.1 O encontro das águas: minha trajetória e a pesquisa	22
1.2 Visão geral das seções da tese	25
2. Referencial Teórico	28
2.1 Tecnologias Digitais (TD).....	28
2.2 Teoria da Atividade e suas ramificações.....	35
2.2.1 Lev Semenovich Vygotsky (1896-1934) – 1ª Geração.....	35
2.2.2 Alexei Nikolaevich Leontiev (1903-1979) – 2ª geração.....	38
2.2.3 Yrjö Engeström – 3ª geração.....	41
2.3 Bases do Construto S-H-C-M: Tikhomirov (1981) e Lévy (2010)	45
2.4 Construto Seres-Humanos-Com-Mídias	49
2.5 Sistema Seres-Humanos-Com-Mídias	52
3. Revisão de Literatura	58
4. Aspectos Metodológicos da Pesquisa	80
4.1 Miniciclones de transformações expansivas (M.T.E).....	90
4.2 Manifestações Discursivas de contradições internas	93
4.3 Aspectos Metodológicos do Ensino.....	100
4.3.1 Metodologias Ativas	100
4.3.2 Abordagens Pedagógicas Alternativas.....	103
5. Apresentação e Análise dos Dados.....	107
5.1 Episódio 01: Pensando-com-ChatGPT na construção de campos de direções	108
5.1.1 Equipe 01 (A1; A2 e A3)	109
5.1.2 Equipe 02 (A4 e A5).....	127
5.1.3 Equipe 03 (A6; A7 e A8)	142
5.2 Episódio 02: Atividade com o <i>software Modellus</i>	169
5.2.1 Equipe 01 (A1, A2 e A3)	169



5.2.2 Equipe 02 (A4 e A5)	187
5.2.3 Equipe 03 (A6, A7 e A8)	205
6. Avanços teóricos na ferramenta analítica dos miniciclones de aprendizagem expansiva.....	218
7. Considerações Finais	221
Referências Bibliográficas	228
Apêndice A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.....	238
Apêndice B – Episódio 01	241
Apêndice C – Episódio 02	242



1. Introdução

As Equações Diferenciais Ordinárias (EDO), estão dispostas nas estruturas curriculares de cursos das áreas de Ciências Exatas (Melo, 2021). Um dos motivos para isso reside nas múltiplas possibilidades de aplicação, principalmente no que concerne à compreensão de fenômenos físicos e naturais. As equações diferenciais são usadas para modelar, descrever, interpretar e analisar dinâmicas, fenômenos e seus comportamentos. Como um bom exemplo que evidencia esses usos, podemos citar o contexto pandêmico da COVID-19, em que se empregou um modelo matemático baseado em equações diferenciais para estudar a propagação do vírus (Araújo, 2020).

Mesmo diante da variedade de problemas existentes descritos por uma equação diferencial, seu ensino permanece predominantemente pautado em abordagens numéricas e algébricas. Essa predominância, está relacionada a questões que permeiam a formação inicial do professor, suas concepções de ensino e o tempo dedicado a preparação e planejamento das atividades (Dullius *et al.*, 2013). Em consequência, os alunos se concentram em métodos e técnicas de resolução e deixam de lado a compreensão e atribuição de significados no tocante ao comportamento das soluções do fenômeno estudado (Javaroni, 2007).

Em Oliveira e Igliori (2013, p. 2) é sinalizado que “em muitas situações os alunos dominam as técnicas de resolução, porém têm dificuldades em identificar como aplicar as Equações Diferenciais na resolução de problemas”. Assim, ao serem submetidos a questões contextualizadas, os estudantes enfrentam obstáculos na interpretação e no estabelecimento de soluções para o que foi proposto (Melo, 2021).

Psicologicamente, o conhecimento é o reflexo de algumas relações essenciais entre os objetos circundantes. É um sistema de generalizações. Quando uma pessoa aprende “mecanicamente”, ela verifica apenas a conexão entre a pergunta e a resposta (outra questão é que, em sua forma pura, esse fenômeno raramente é visto) [...] (Tikhomirov, 1981, p. 267-268).

À luz dessa citação, é plausível considerar que o uso exclusivo de técnicas analíticas nas aulas é insuficiente para que os alunos resolvam situações problematizadas. Com essas constatações e considerando que já atuo há doze anos como docente do Curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade do Estado do Amazonas (UEA), em disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) e EDO, me vejo a reproduzir essa prática encapsulada, centrada em métodos e técnicas de resoluções.

Ainda que, ao apresentar nas aulas de EDO, exemplos de livros textos, sobre análise comportamental, circuitos elétricos, problemas de mistura, entre outros, com a intenção de



engajar os alunos na aprendizagem da disciplina, observei que, apesar de se tratar de aplicações, elas ainda eram distantes da realidade dos alunos. A esse respeito, Engeström (2002) argumenta que a aprendizagem que abrange fenômenos e problemas, sem estendê-los a contextos mais amplos, é denominada de aprendizagem corriqueira e se assemelha a aprendizagem escolar tradicional (aqui entendida como restrita ao uso de quadro, livro, lápis, papel e *datashow*). Com essa visão crítica, percebi que minha prática pedagógica, gerou aprendizes corriqueiros.

Interessa sublinhar que, ao longo das experiências advindas de minha formação inicial em Licenciatura em Matemática, observei que uma parcela significativa de estudantes, paralisavam frente às extensas listas de exercícios de CDI e correlatos, e gradualmente, o quantitativo de estudantes diminuía a cada semestre.

A abordagem dessas componentes curriculares, carregam aspectos de precisão, rigor e exatidão, o que é visto pela maioria dos universitários como disciplinas maçantes, que podem levar à desmotivação pelos estudos, e consequentemente alavancar elevados índices de desistências, trancamentos e reprovação (Wobeto *et al.*, 2018). Esses fatos apontam para um ensino que privilegiou relações de causa-efeito e não o processo, a compreensão e o significado.

Vários são os questionamentos dos estudantes, no que se refere ao ensino de EDO e CDI, entre eles: Qual a necessidade de memorizar fórmulas, se já existem meios digitais disponíveis para consultá-las a qualquer momento? Por que fazer tantas contas a “mão”, quando há tecnologias que podem realizar os cálculos e de maneira rápida? (Dullius *et al.*, 2011). Ao levantarem essas perguntas, que implicitamente se resumem em, ‘por que não usar as tecnologias digitais (TD) nas aulas’, os estudantes revelam que tanto o perfil das pessoas mudou, quanto suas necessidades e aspirações, mas, ao que parece, há um descompasso entre o modo como temos ensinado e o ritmo dessas transformações.

A meu ver, não há justificativa de “paralisarmos” a forma de ensinar. Se atualmente, existem tecnologias que favorecem a aprendizagem dos alunos, por que não fazer uso em sala de aula? Na pesquisa de Silva (2015), por exemplo, é pontuado que as TD são usadas esporadicamente no ensino das EDO, contudo, o autor sinaliza para necessidade e importância das mídias informáticas estarem mais presentes nas aulas.

Já em Oliveira e Igliori (2013, p. 21) é mencionado que, “o próprio enfoque que vem sendo dado ao conteúdo não propicia a compreensão do mesmo, o que pode acarretar aos alunos dificuldade em conceber o que é uma Equação Diferencial e, por conseguinte, em sua aplicação [...]”. Para as autoras, a opção por uma abordagem qualitativa disposta de forma contextualizada e com o uso de *softwares* computacionais, pode minimizar as dificuldades citadas.



Ampliando essa discussão, Kenski *et al.* (2019, p.146) defendem que no Ensino Superior, os espaços de ensino e aprendizagem precisam “[...] contribuir minimamente para que os estudantes desenvolvessem capacidades de selecionar, mapear e articular a informação disponível no ciberespaço com as estruturas cognitivas e culturais de que os estudantes dispõem”. A autora traz ao debate, que as instituições de ensino precisam preparar e orientar os alunos a lidarem de forma consciente e crítica com as informações e artefatos digitais.

Não se trata apenas de inserir uma TD, é necessário planejar e organizar as tarefas ou atividades matemáticas, de acordo com as tecnologias disponíveis, e avaliar quais delas melhor se adequam aos objetivos de ensino. Caso contrário, existe o risco de domesticar o uso das tecnologias, que nada mais é do que transferir práticas arraigadas no uso de outras tecnologias, a exemplo do quadro branco e o *datashow* (Souto, 2013; Borba; Penteado, 2019).

Entendo que não há receitas e nem uma metodologia que resolva todos os problemas de aprendizagem dos alunos, no entanto, corroboro com D’Ambrósio (2012, p.56) que “os educadores devem adotar a teleinformática sem restrições, como o normal no momento, pois de outra maneira se distanciarão da realidade vivida pelos alunos”.

Na Educação Matemática, vários autores assinalam as contribuições do uso das TD nos processos de ensino e aprendizagem (*e.g.*, Kawasaki, 2008; Souto, 2013; Soares e Souto, 2014; Costa, 2017; Borba *et al.*, 2021; Borba *et al.*, 2022). Para Souto (2013), o uso combinado de mídias pode ocasionar múltiplos caminhos na busca de soluções para um problema matemático, o que impacta na produção de diferentes tipos de conhecimento.

Paralelamente, a utilização de *smartphones*, *apps*, *e-reader*¹ e computadores impregnados no cotidiano dos estudantes, em ressonância com abordagens pedagógicas que adotam o uso dessas e outras tecnologias em sala de aula, impulsionariam a meu ver, a criatividade, a autonomia e o protagonismo desses atores no processo de aprendizagem matemática. Isto porque, o acesso às informações facilitada pela *internet* e demais mídias, provocam mudanças nas formas de comunicar, interagir, interpretar e aprender. Em razão disso, não reconhecer ou rejeitar a utilização das TD no processo de produção do conhecimento matemático é antagônico frente a uma sociedade que vive conectada.

Convém pontuar que, o conceito de tecnologias assumido nesta tese abrange todo “conhecimento adquirido e sua aplicabilidade ao planejamento, à construção e à utilização de um certo objeto para uma determinada ação, além do próprio objeto” (Almeida, 2015, p. 227).

¹ O *e-reader* é um dispositivo desenvolvido para leitura digital, que oferece maior conforto visual durante esse tipo de prática.



Em outras palavras, a tecnologia não é somente o produto, mas a totalidade daquilo que a ação cognitiva produz, transforma ou aprimora para sobreviver e/ou transcender como espécie humana.

O avanço das tecnologias se entrelaça ao desenvolvimento e às transformações da sociedade ao longo da história, e à medida que os seres humanos interagem com elas, eles são mobilizados a outras formas de pensar e se organizar (Souto, 2013). Na relação homens e mídias, um influencia o outro. A utilização de *smartphones*, por exemplo, alterou a forma de comunicação humana, ao passo, que nossas necessidades também alteraram esses dispositivos, desde o *design* às suas funcionalidades. Com isso, “tecnologias, em particular as TD, são parte constitutiva do ser humano, de ser humano, elas nos moldam, são desenvolvidas e moldadas por nós” (Borba *et al.*, 2022, p. 73).

Esse processo de moldar e ser moldado é denominado de moldagem recíproca (Borba, 1999). O termo moldar denota a relação recíproca entre atores humanos e atores não humanos (mídias), em que os *feedbacks* dados pelas tecnologias influenciam o raciocínio humano, e na mesma proporção às tecnologias são modificadas de acordo com o uso que dela fazemos. Nesse processo de influências mútuas ocorrem reorganizações no pensamento humano (Souto; Borba, 2013).

Para Borba *et al.* (2022), o poder de ação de um agente não humano ficou em evidência com o vírus da SARS-CoV-2, porque ele foi responsável por desencadear uma série de mudanças nas relações sociais e de trabalho, com aumento expressivo do uso das TD. Na Educação, a mudança aconteceu independente da resistência ou não de professores às TD, com a participação e protagonismo de diversas mídias informáticas: mesas digitalizadoras, plataformas virtuais, aplicativos de mensagens instantâneas e vídeos digitais. Posto isso, houve transformações nos espaços de aprendizagem, o que vai ao encontro das proposições defendidas por Sannino (2015) sobre poder de ação transformador.

[...] “o ser humano, ao lidar com motivos conflitantes, utiliza meios culturais auxiliares [artefatos] para tomar decisões e transformar essas decisões em ações” (Sannino, 2015 a) [...]. A ideia de introduzir um artefato como estímulo auxiliar para sair de um conflito paralisante de motivos, é um dos elementos chaves da noção de poder de ação transformador (Cunha; Borba, 2023, p. 41).

A colocação dos autores indica que as mídias podem manifestar poder de ação, na medida em que, os *feedbacks* provocam reorganizações de pensamento. Há assim, reciprocidade entre seres humanos e coisas, e com essa implicação *agency* são desenvolvidos.



Em Cunha (2023), foi constatado que esse agenciamento coparticipativo provoca alterações no sistema de atividade.

Em virtude do exposto defendo assim como os autores, que o conhecimento matemático decorre de uma produção coletiva constituída por seres humanos e tecnologias. A reunião das ideias de moldagem recíproca e produção coletiva é articulada no construto Seres-Humanos-Com-Mídias (S-H-C-M), desenvolvido por Borba (1999) e refinado por Borba e Villarreal (2005).

O construto S-H-C-M carrega forte inspiração da Teoria da Atividade (TA) e das interpretações de Tikhomirov (1981) e Lévy (2010a)², no que tange às tecnologias. Nele, a unidade básica de conhecimento é o pensar coletivo do ser-humano-com-tecnologias, isto porque a acepção assumida é de que “as mídias são impregnadas de humanidade, e seres humanos, entranhados de tecnologias” (Borba *et al.*, 2022, p. 71).

Com efeito, o papel desempenhado pelas mídias na produção do conhecimento matemático se tornou objeto de estudo de vários pesquisadores, como é o caso de Souto e Araújo (2013), Souto (2013) e Souto e Borba (2013; 2016). Esses autores argumentam que, as mídias não se restringem ao papel natural de artefatos em um sistema de atividade humana.

A exemplo disso, Souto (2013) apresenta o sistema Seres-Humanos-Com-Mídias, e nele, as mídias podem assumir diferentes papéis, devido às interações humanos-tecnologias, que agem, influenciam e moldam a produção de conhecimentos (Chiari *et al.*, 2019). É pertinente frisar que, a base teórico-metodológica adotada nessa investigação qualitativa é o Sistema S-H-C-M.

Souto (2015) enfatiza a necessidade dos aspectos metodológicos e proposta pedagógica, base teórica e visão de conhecimento do pesquisador estarem em sintonia. Devido a isso, a abordagem didática seguiu a visão de não encapsulação da aprendizagem proposta por Engeström (2002) e a perspectiva de Borba e Villarreal (2005) e Souto (2013) sobre o protagonismo das TD na produção do conhecimento matemático.

A não encapsulação da aprendizagem se opõe a aprendizagem corriqueira, por defender que “os aprendizes precisam, antes de tudo, ter uma oportunidade de analisar criticamente e sistematicamente sua atividade presente e suas contradições internas” (Engeström, 2002, p. 192). Dito de outro modo, a ação pedagógica precisa impulsionar o aluno para o protagonismo de sua aprendizagem.

² O primeiro lançamento dessa obra foi publicada no ano de 1993. Essa observação é pertinente porque algumas das ideias presentes nela, se configuram como um dos pilares do construto S-H-C-M.



Ao encontro disso, as metodologias de aprendizagem ativa carregam como fio condutor o estudante como o principal agente de sua aprendizagem, enquanto o professor assume o papel de mentor desse processo (Almeida *et al.*, 2023). Ao longo deste texto é utilizado o termo metodologias ativas (MA), em referência às estratégias pedagógicas que colocam os aprendizes no centro do processo de ensino e aprendizagem, e por considerar que essa é a expressão mais recorrente encontrada na literatura brasileira.

As MA são propostas pedagógicas que tem por finalidade, criar situações e condições de ensino que promovem o engajamento dos estudantes, para participar efetivamente das atividades (Valente *et al.*, 2017). Essa metodologia conduz o aluno a se colocar no lugar de principal responsável pela produção do seu próprio conhecimento, incentivando-o a buscar soluções inovadoras para as situações-problema apresentadas.

Dessa maneira, as MA despontaram como uma alternativa para responder satisfatoriamente o (re)pensar das funções e métodos empregados na Educação, especialmente, na ênfase dada a centralidade no aluno no processo de aprendizagem, o que se opõe às abordagens pedagógicas denominadas “tradicionais”, tipicamente ligadas a lógica de transmissão de conhecimento (Ferreira *et al.*, 2022).

As MA transcendem modismos que por vezes distancia o professor desse tipo de abordagem pedagógica, pois tão importante quanto conhecer as teorias, é essencial saber implantá-las em nossas ações (Diesel *et al.*, 2017). Sob este prisma, adotamos a essência e aspectos das MA, sem, entretanto, nos “engessar” a nomenclaturas específicas das MA, como “sala de aula invertida”, “*design thinking*” entre outros, com a finalidade de não nos afastarmos dos nossos objetivos de ensino.

Em virtude do exposto, empregamos abordagens pedagógicas alternativas para representar o conjunto de fatores (TD, MA, ruptura da encapsulação da aprendizagem) que nos motivou a elaborar essa proposta de trabalho. Ao discutir a encapsulação da aprendizagem, Engeström (2002, p. 192) ressalta a necessidade de oportunizar aos estudantes a elaboração e implementação “na prática um caminho alternativo”. É esse trilhar alternativo, que inspirou o uso do termo adotado nessa pesquisa, “abordagens pedagógicas alternativas”.

Essa pesquisa objetivou *compreender como se desenvolveram os miniclonos de aprendizagem expansiva em uma disciplina de EDO no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Amazonas, utilizando tecnologias e abordagens pedagógicas alternativas.*



Os miniciclones de aprendizagem (ou transformações) expansivas são uma reinterpretação dos ciclos de aprendizagem expansiva de Engeström (1987) em ressonância com a perspectiva de Borba (1999) sobre as reorganizações de pensamento que ocorrem nas interações entre atores humanos e atores tecnológicos. Eles foram desenvolvidos por Souto (2013) e se apresentam como uma ferramenta de análise para o Sistema S-H-C-M, em especial, por contribuírem na leitura de como os atores tecnológicos influenciam e participam do processo de aprendizagem matemática.

Os movimentos de um miniciclone de aprendizagem expansiva podem impulsionar, paralisar, ou ainda, interromper o sistema de atividade (Souto, 2013). Assim, para analisar as ocorrências de movimentos que levaram ou não o sistema à mudança, foi necessário, olhar para as tensões, influências e manifestações que foram geradas ou constituídas a partir de fatores externos e internos ao sistema de atividade no coletivo de S-H-C-M.

Para tanto, busco analisar como se constituíram, foram superadas ou estagnadas, as tensões durante o desenvolvimento da disciplina de EDO; identificar os movimentos gerados com base em dúvidas, críticas, mudança de regras, quebras de *scripts*, experimentações, simulações, análise de conjecturas, ao incluir tecnologias não usuais (para os alunos) e abordagens pedagógicas alternativas; além de verificar os elementos sociais, históricos, culturais e/ou outras influências externas que contribuíram, de forma positiva ou não, para a aprendizagem de EDO.

Entendemos como tecnologias não usuais, aquelas em que os estudantes têm pouco ou quase nenhum contato com elas na sala de aula para fins de aprendizagem. Isso não significa, necessariamente, que sejam novas tecnologias no sentido de emergentes, mas novas em relação à experiência dos estudantes com elas.

Ante ao exposto, a análise dos dados foi fundamentada no Sistema S-H-C-M e direcionada para responder à pergunta: “como ocorre a aprendizagem na disciplina de EDO em coletivos de humanos-com-tecnologias e abordagens pedagógicas alternativas no ensino superior amazônico?”. Considero da mesma forma que Engeström (2016, p. 379), que na aprendizagem expansiva, nos “processos de aprendizado [...] o próprio sujeito da aprendizagem é transformado de indivíduo isolado em coletivos e redes”. A ideia de coletividade imbuída aqui, vislumbra a perspectiva de Borba e Villarreal (2005) e Souto (2013), de que atores tecnológicos e atores humanos participam conjuntamente na produção de diferentes tipos de conhecimento.



Esse caminho, de compreender os movimentos dos miniciclones de aprendizagem expansiva favoreceu a interpretação de como ocorreu a aprendizagem de EDO, no coletivo humanos-com-tecnologias e abordagens pedagógicas alternativas. Na pergunta de pesquisa é enunciada que as reflexões e discussões pautadas se referem à aprendizagem de EDO, e essa escolha se entrelaça a minha trajetória de pesquisadora, que apresento brevemente no tópico seguinte.

1.1 O encontro das águas: minha trajetória e a pesquisa

No ano de 2008 conclui o Curso de Licenciatura em Matemática na UEA de Parintins, e no ano subsequente fiz uma especialização de ensino de Matemática pela mesma instituição. No trabalho de conclusão da especialização abordei os teoremas e aplicações das integrais triplas.

Em 2012, fui aprovada em concurso público para carreira de magistério no Ensino Superior, pela UEA. Ao tomar posse, no ano de 2013, passei a residir em outro município do estado do Amazonas, Tefé. Junto a mudança de cidade, veio a responsabilidade de trabalhar com a formação inicial de professores de Matemática. Até então, a experiência que eu carregava, eram todas advindas das práticas de Estágio Supervisionado na graduação, e de algumas disciplinas que ministrei de forma modular, em instituições privadas no Ensino Superior.

Muitas eram as incertezas e inquietudes na construção de minha identidade docente, mas na memória, eu carregava os desafios e as dificuldades enfrentadas para ter acesso à educação, o que se assemelha a realidade de outras pessoas que aqui vivem. Isto sem dúvida, me mobilizava como educadora e como mulher amazônida.

Em meados de 2016, após a conclusão do estágio probatório, ingressei no Mestrado em Matemática na Universidade Federal do Amazonas (UFAM), *campus* Manaus. Na dissertação, discuti as aplicações dos teoremas de ponto fixo para as Equações Diferenciais Parciais. Até então, não havia no interior do estado do Amazonas, cursos de pós-graduação *Stricto Sensu*, e isto assinala um dos desafios que se tem aqui, para a continuidade da formação acadêmica.

Pouco tempo depois, no ano de 2020, iniciava a pandemia da Covid-19, que se estendeu fortemente até o ano de 2022. Durante o ano de 2021, ingressei no Doutorado em Matemática pela UFAM, na mesma linha do Mestrado, onde cursei pouco mais de um semestre. Nesse mesmo tempo, surgiu a oportunidade de ingressar em outro programa de pós-graduação, que era ligeiramente diferente do caminho que eu estava trilhando.



Na seleção era necessário apresentar um projeto voltado à área de Ensino de Ciências e Matemática. Assim, em face da calamidade assolada mundialmente com a ação do vírus da Covid-19, que provocou mudanças na minha prática pedagógica, associada a uma necessidade pessoal e profissional, de estudar e me aprofundar nos processos que abrangem o ensino e a aprendizagem de Matemática, encontrei-me imersa nas leituras sobre MA.

Nesse momento de turbulência que passávamos, percebi que os papéis de professora e estudantes, foram aos poucos reconfigurados, nas aulas ministradas com meios digitais. As interações não eram iguais. Na sala de aula presencial, as reações dos estudantes davam um indicativo sobre o interesse e a compreensão da explicação. Já nas chamadas de videoconferência, isto se tornou menos evidente, devido à instabilidade de conexão de *internet* que praticamente impossibilitava a abertura das câmeras. Em contrapartida, recorri a tecnologia disponível e mais acessível para os estudantes, que era o *WhatsApp*, e foi assim, que esse aplicativo se tornou o principal meio de comunicação para as aulas.

As avaliações também ganharam outras dimensões, que iam além do lápis e papel. Este detalhe me chamou atenção, pois a meu ver, existe uma certa predileção, entre professores (as) de Matemática, por modelos de provas convencionais (objetivas e/ou dissertativas com lápis e papel). Confesso que há algum tempo, estes tipos de testes já haviam deixado de ser minha preferência, porém, vi muitos questionamentos sobre como seriam as avaliações, já que o ambiente não era mais “controlável”.

De repente, estava eu, consultando vídeos do *YouTube*, para aprender a gravar aulas, utilizando um aparelho de celular. Os primeiros vídeos produzidos foram extensos, afinal eram aulas de cinquenta minutos, e eu precisava ensinar equações de Bernoulli, equações exatas, entre outras (assim eu pensava). Como consequência, a maioria dos estudantes não conseguiu baixar as aulas, e eu novamente recomecei, na busca por alternativas de ensinar EDO, Análise Matemática etc.

Nesse cenário, percebi que, apesar das limitações de acesso à *internet* existentes no interior do estado do Amazonas, as TD me possibilitaram experimentar outras formas de ensinar e aprender Matemática. Reconheço, que parte desse movimento foi impelido pelo agente mobilizar do vírus da Covid-19, entretanto, me apoio em D’Ambrósio (2012) para dizer que, na medida em que vamos exercendo a prática docente, ao incorporarmos a ela, críticas e reflexões teóricas, novos subsídios são gerados para aprimorá-la.

A partir do exposto, decidi escrever o projeto de pesquisa voltado para a sala de aula invertida na Educação Superior, com foco na aprendizagem de EDO. Com a aprovação no



programa, outros sujeitos apareceram nesse processo: a orientadora e o Grupo de Estudos e Pesquisas em Ensino com Tecnologias Digitais (GEPETD). Desse momento em diante, minha compreensão sobre o papel das tecnologias na produção do conhecimento matemático foi qualitativamente alterada.

Faço agora, uma digressão para explicar a escolha do subtítulo desta seção: o encontro das águas. Essa analogia situa a confluência entre a minha trajetória e a pesquisa. Em poucas palavras, o encontro das águas é um fenômeno natural que ocorre entre dois rios. No Amazonas, o mais conhecido, acontece em Manaus, na união dos rios Negro e Solimões, que, a princípio não se misturam, porém no decorrer desse encontro se unem e formam o Rio Amazonas, no território brasileiro.

Entendo que esta tese é resultado de dois grandes encontros: da pesquisadora e da pesquisa. De um lado, estavam minhas experiências, expectativas, tensões e um projeto inicial; do outro lado, diferentes vozes (participantes, orientadora, grupo de pesquisa, literatura, base teórica), que no começo, assim como no encontro das águas, corriam lado a lado, sem, contudo, se fundir completamente.

Outro ponto de similaridade, é a própria navegação nos rios. Aqui, os canoeiros conduzem as remadas de acordo com os banzeiros, correntezas e calmarias, ao longo de toda a travessia. Considero que na pesquisa, estamos constantemente nesse ciclo transitório, com momentos de agitação e atenção (correntezas) na escrita, na elaboração e na execução do projeto. Em outros momentos, lidamos com as incertezas, hesitações e mudanças (banzeiros) que surgem no desenvolvimento da pesquisa, e há ainda, momentos de equilíbrio (calmaria), encontrados nas orientações, nas discussões do grupo de pesquisa e nos seminários, que viabilizavam uma visão mais ampla e amadurecida das ideias.

Em ambos os casos, seja em uma viagem ou na pesquisa, sempre há um ponto de partida e um ponto de chegada. Em minha interpretação, a trajetória de pesquisadora e a própria pesquisa, com todos os seus ‘fenômenos’, se aproximaram de forma gradual e se integraram até se materializarem nesta tese - meu Rio Amazonas.

Para Bicudo (1993, p. 19), é indispensável que o pesquisador persiga uma interrogação que tenha sentido para ele, sem esquecer que o significado atribuído à essa interrogação, é uma construção coletiva, com o outro, “com as pesquisas já elaboradas, com o contexto social onde está com a região de inquérito [...]”. Desse modo, me propus a construir uma pesquisa que contribuísse com a formação de futuros professores de matemática no interior do Estado do Amazonas. Somado a isso, assumi o compromisso de elaborar uma abordagem pedagógica que



colocasse o estudante com as tecnologias que dispõe, como protagonista do processo de aprendizagem, respeitando as especificidades desse coletivo pensante.

Por último, não menos relevante, discuto na tese, que a gênese dos miniciclones de aprendizagem expansiva se aproxima das ideias das MA, principalmente porque, o miniciclone incita o estudante a buscar algo novo, a estar em movimento, no centro do processo de aprendizagem. Ainda que haja na literatura, pesquisas que usam as tecnologias no ensino das EDO (Javaroni, 2007; Oliveira, 2014; Barros, 2017 entre outros), e que de certa maneira, indicam a participação ativa do estudante, em nenhuma delas, foi encontrado uma aproximação dos miniciclones com as MA.

Ensinar Matemática a partir de suas aplicações torna a aprendizagem mais instigante, pois a todo o momento, as pessoas se deparam com situações desafiadoras e são instigadas a resolvê-las, o que exige a realização de certos tipos de operações, como calcular a distância de um trajeto ou inferir o custo-benefício de um produto. Ao longo de 12 anos de atuação no Ensino Superior, na formação de professores de Matemática, procuro de forma vigilante, orientar a ação docente para essa realidade. Ainda assim, em várias ocasiões, me encontrava (in)conscientemente apegada às práticas pedagógicas encapsuladas em técnicas e métodos de resolução.

É nessa perspectiva, que os participantes da pesquisa, foram os acadêmicos do 5º período do curso de Licenciatura em Matemática da UEA, do Centro de Estudos Superiores de Tefé, matriculados na disciplina de EDO, no ano/semestre 2023/2, em que fui professora ministrante. Com os erros e acertos, tenho convicção de que esta investigação me colocou em movimento enquanto professora e pesquisadora. E assim, como acontece no desenvolvimento de um miniciclone em um sistema de atividade, em que a atividade não retorna para o mesmo lugar em que ela esteve anteriormente (Souto; Borba, 2016), eu também me vi transformada nesse processo, especialmente no que se refere à maneira como enxergo o papel das TD, na produção do conhecimento matemático. Adiante, apresento uma visão geral das seções que constituem a estrutura desta tese.

1.2 Visão geral das seções da tese

Esta pesquisa está estruturada em seis seções. A primeira delas, corresponde a parte introdutória, onde apresento o objetivo geral e seus desdobramentos, a relevância da temática para a Educação Matemática e a pergunta de pesquisa. Em linhas gerais, também abordo nessa seção, os motivos que orientaram minhas escolhas e que me envolveram progressivamente com o objeto de pesquisa, em especial, utilizo um raciocínio metafórico para estabelecer as relações



da minha trajetória com a pesquisa. Findo esta primeira parte com um panorama das seções seguintes.

A segunda seção estabelece os fundamentos teóricos que alicerçaram esta investigação. Ela foi subdividida em cinco subseções: TD; TA e suas ramificações; Bases do construto S-H-C-M; Construto S-H-C-M e Sistema S-H-C-M. Na subseção das TD, situo o leitor sobre a visão de tecnologias da qual compartilho e sobre as cinco fases das TD na Educação Matemática, de modo a salientar os aspectos e elementos que as caracterizam. Adiante, na subseção da TA e suas ramificações é explanado as principais proposições e contribuições das três gerações da TA, que a meu ver abrangem: o conceito de mediação (1ª geração); a distinção entre ação individual e atividade coletiva (2ª geração); e o sistema de atividade com os cinco princípios que o envolve (3ª geração).

A quarta subseção aborda as inspirações teóricas imbricadas no construto S-H-C-M: o sistema ser-humano-computador de Tikhomirov (1981), nas interpretações da estrutura da atividade intelectual humana, reorganizada pelas interações com o computador; e a concepção de Lévy (2010a) de que há um coletivo misto e pensante constituído por homens-coisas.

Na quinta subseção, é tratada de forma mais específica, a perspectiva do construto S-H-C-M elaborada por Borba (1999) e sistematizado por Borba e Villarreal (2005), que articula as noções do sistema ser-humano-computador e do coletivo pensante, para o âmbito da Educação Matemática, e amplia essa compreensão na conceituação de moldagem recíproca.

A última subseção da segunda seção, é reservada ao Sistema S-H-C-M, que destaca o protagonismo das mídias em um sistema de atividade, a tal ponto em que elas podem ocupar a posição de quaisquer vértices do sistema, ou ainda, desempenhar nele, um duplo papel.

Na sequência, a terceira seção é dedicada à revisão de literatura, que foi realizada de forma sistemática, com base nas pesquisas disponíveis na plataforma de Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Este estágio possibilitou olhar com profundidade para o ensino das EDO com as TD, e nessa medida, o objeto de pesquisa foi refinado. Paralelamente, a revisão também elucidou as nuances entre a literatura existente e essa investigação.

A quarta seção anuncia os enfoques metodológicos da pesquisa. Nela discorro sobre a escolha pela abordagem qualitativa, os procedimentos e técnicas empregados na produção dos dados, o contexto e os participantes da pesquisa, e o tipo de análise adotado. É pertinente enfatizar que, a postura metodológica assumida se harmoniza com o referencial teórico da tese,



e por esse motivo a metodologia de pesquisa não é engessada a um molde de classificações, o que não anula e tampouco compromete, o cuidado e o rigor com as questões metodológicas.

A quarta seção inclui três subseções: a primeira delas aborda a ferramenta analítica dos miniclones de transformações expansivas (M.T.E), enquanto a segunda discute as manifestações discursivas de contradições internas, e a terceira elucida os aspectos metodológicos de ensino, em que são discutidas as MA, isto porque, a abordagem construída para esta tese carrega influências deste tipo de vertente.

Na quinta seção, os dados da pesquisa foram apresentados em conjunto com as análises e interpretações qualitativas. A organização desta seção foi subdividida em duas partes, denominadas de episódios. O primeiro episódio retrata a produção dos dados relativo a atividade com o ChatGPT, enquanto, o segundo episódio, discorre sobre a atividade com o *software Modellus*. Apesar dos episódios anunciarem duas tecnologias específicas, os movimentos por elas desencadeados fizeram com que os estudantes experimentassem outras TD, e com isso, seus entendimentos matemáticos foram gradualmente reorganizados.

A sexta e última seção, discorre sobre as considerações finais. Nela, retomo a pergunta de pesquisa em conjunto com os dados e significados produzidos, para assim, expor minhas compreensões sobre como a aprendizagem de EDO ocorreu nos coletivos de humanos-com-tecnologias e abordagens pedagógicas alternativas.

Em seguida, proponho algumas reflexões sobre o uso das Inteligências Artificiais (IA) e defendo a perspectiva de que, ao invés de nos distanciarmos dessa realidade nas salas de aula é preciso caminhar em direção a ela, no sentido de orientar o percurso, de criar problemas de investigação Matemática para o coletivo pensante seres-humanos-com-IA e assim, amplificar ainda mais as formas de produção matemática. Penso, assim como Souto *et al.* (2025), que o uso das IA já assinalam um marco para uma nova fase das TD na Educação Matemática e nas considerações finais justifico esse entendimento.



2. Referencial Teórico

Esta seção aborda as lentes teóricas assumidas na pesquisa. Inicialmente é destacada a visão de tecnologias que compartilho, e na sequência, discorro sobre as cinco fases das TD no âmbito da Educação Matemática. Logo após, é apresentado um “*feed*”³ sobre as três gerações da TA e suas contribuições, sobretudo no que tange à compreensão do desenvolvimento da atividade humana e as dimensões que nela estão imbricadas: aspectos sociais, culturais, históricos, emocionais, políticos entre outros.

2.1 Tecnologias Digitais (TD)

A circulação de notícias e informações difundidas em tempo real aliadas à facilidade de interação entre sujeitos situados em lugares distintos, mostram a velocidade que ocorrem os avanços tecnológicos na sociedade. Este desenvolvimento traz implicações para a cultura, educação e para o grau de riqueza e crescimento de um país.

No entanto, os níveis de desenvolvimento podem ser diferenciados inclusive dentro de um mesmo país. No Brasil, “alguns espaços sociais acompanham e protagonizam as mudanças e evoluções das tecnologias de última geração, outros [...] estão à margem das tecnologias mais avançadas e suas funcionalidades” (Kenski *et al.*, 2019, p. 144). Os autores explicam que essa desigualdade é reflexo de fatores, sociais, econômicos, entre outros, logo o acesso as tecnologias de ponta, é concentrado naqueles que têm maior renda e escolaridade.

É preciso discutir e implementar políticas públicas, que viabilizem não só o acesso e domínio técnico às TD, mas também a formações que possibilitem aos indivíduos se apropriar e usar as tecnologias de forma crítica e transformadora. Para Kenski (2012), um dispositivo que conecta poder, conhecimento e tecnologias é a educação, visto que age diretamente no desenvolvimento humano.

Ainda segundo a autora, as instituições educacionais são espaços em que várias relações de poder se estabelecem, tanto no que diz respeito aos conhecimentos quanto no uso das tecnologias, percorrendo desde a escolha de um currículo a sua materialização por meio do projeto político pedagógico de um curso. Já na prática docente, as relações de poder são constituídas entre o que será ensinado e as tecnologias empregadas com vistas a otimizar a aprendizagem dos alunos (Kenski, 2012).

³ A palavra estrangeira *feed* pode significar alimentar ou fornecer, em geral, nas redes sociais elas indicam uma página ou seção que apresenta fluxos de informações sobre diversos tópicos.



É bom lembrar que, a sinergia entre as tecnologias e os jovens está consideravelmente, mais acentuada, o que acarreta mudanças no comportamento humano. Isso se deve ao fato de que, ao explorar ao máximo as tecnologias disponíveis a sua volta, novas circunstâncias e demandas são estabelecidas aos seres humanos, e nessa medida, o modo de viver, de pensar e se organizar individual e coletivamente também é alterado (Souto, 2013).

Prova disso são as profissões, que em alguns casos, caíram em desuso (datilógrafo, telefonista, ...), em outros, despontaram para novas possibilidades (desenvolvedores, gestão de segurança da informação...). Outro exemplo, pode ser observado nos cursos à distância, que têm conquistado mais espaço e adeptos, ou ainda, na crescente procura por ambientes virtuais que simulam a realidade, devido à imersão proporcionada pelas plataformas, que incluem estímulos que aguçam os sentidos e fazem com que o usuário tenha a sensação de estar em outro lugar, sem mesmo se deslocar geograficamente.

De qualquer maneira, se as tecnologias impactam no desenvolvimento de um povo ao ponto de mudar significativamente uma cultura, sua caracterização não pode ser restrita a máquinas, aparelhos e equipamentos eletrônicos. Para Santos *et al.* (2023, p. 35) o conceito de tecnologias possui uma dimensão histórica, e se “[...] institui a partir das necessidades do ser humano em melhor conhecer a realidade em que habita”. Como observam os autores, o histórico revela que a ligação entre os seres humanos e a natureza é intrinsecamente existencial, em que um é parte constitutiva do outro, isto porque, as ações humanas refletem na realidade, modificando-a, e ao mesmo tempo, o novo estado gerado influencia nas ações humanas.

Para Kenski (2012, p.23), “o conceito de tecnologias engloba a totalidade de coisas que a engenhosidade do cérebro humano conseguiu criar em todas as épocas, suas formas de uso, suas aplicações”. A colocação da autora, evidencia que os seres humanos articulam um conjunto de conhecimentos, para planejar, desenvolver e criar artefatos que melhorem as condições de vida, e a esse conjunto de coisas a autora denomina de tecnologias.

Convergindo para as ideias defendidas, compreendo que as tecnologias são a reunião de tudo aquilo que a inteligência humana inventa e produz para modificar o meio, motivada por suas necessidades, que variam e se correlacionam com os interesses, vontades, convenções, valores, culturas, e demais fatores imbricados no núcleo de uma sociedade. Apesar das tecnologias serem caracterizadas, em geral, como contemporâneas, Kenski (2012, p. 25) argumenta que para qualificá-la como “nova”, é necessário olhar para a “natureza técnica” e para as “estratégias de apropriação e de uso”. Isto quer dizer que o conceito de novas tecnologias



se adapta aos diferentes períodos e contextos em que as pessoas se encontram, bem como as formas com que elas fazem uso das tecnologias.

Para Almeida (2015) há muito tempo as tecnologias transformam a vida das pessoas, seja na confecção de roupas para proteger do frio, nas lanças projetadas para caça na pré-história, no desenvolvimento de ábacos, lápis, cadernos de anotações, ou ainda, nas páginas da *internet*. O autor considera que as tecnologias, sejam digitais ou não, se complementam em favor da produção de meios necessários para a subsistência humana.

Nesse cerne, as tecnologias são evolutivas e desempenham um papel fundamental na produção do conhecimento. Em particular, na Educação Matemática, o protagonismo das TD é objeto de várias investigações (e. g., Borba e Penteado, 2019; Borba e Villarreal, 2005; Borba, Malheiros e Amaral, 2021; Souto, 2013; Cunha, 2023). Nelas, os resultados convergem para a existência de uma participação e colaboração mútua de atores humanos e atores tecnológicos na produção do conhecimento matemático, em que as possibilidades e restrições de uma dada tecnologia reorganizam as atividades em sala de aula, em contextos presenciais *e online*, e influenciam na produção matemática resultante.

Para dar ênfase a história e o papel que as TD têm desempenhado na Educação Matemática, Borba *et al.* (2021) sistematizaram o uso da TD em quatro fases, e posteriormente, Borba *et al.* (2022) apresentaram a quinta fase.

A primeira fase, acontece em meados dos anos de 1980, e teve como principal característica o uso do *software LOGO*, onde as investigações matemáticas se voltavam para construções de objetos geométricos, o que explica de certo modo, o construcionismo como paradigma teórico-pedagógico adotado nas abordagens didáticas com o *LOGO*. Havia a perspectiva de aproximar o pensamento matemático à linguagem de programação, por intermédio das experimentações e interações do usuário com o *software*.

Outro ponto a destacar na primeira fase, foi o movimento que ocorreu em torno da viabilidade ou não da implementação de laboratórios de informática nas escolas. Nesse momento, a sigla de tecnologias informáticas (TI) começava a ser utilizada em referência a computadores e *softwares* (Borba *et al.*, 2021).

A segunda fase, ocorre por volta dos anos de 1990 e é caracterizada pelo uso de *softwares* de geometria dinâmica (GD) e sistemas de computação algébrica. Parte desses *softwares* não exigiam conhecimentos de linguagem de programação e apresentavam dinamicidade para as construções, com as funcionalidades de mover e arrastar. Neste período, a aquisição de computadores estava mais popular, e ainda que muitos professores e



pesquisadores preferissem não utilizar em contextos educacionais, por motivos diversos, outros reconheciam o impacto e as transformações que as TI causavam no meio cultural e social, e nessa medida, vários *softwares*, foram criados com finalidades didáticas.

A terceira fase surge no início do ano de 1999 e é marcada pela disseminação da *internet*, e, com ela, emergem os cursos *online* e os ambientes virtuais de aprendizagem. Aqui o termo TI dá espaço a uma nova denominação, as tecnologias da informação e comunicação (TIC). Como o próprio nome sugere, sua natureza era comunicar e informar, o que nos cursos *online* se dava nas trocas de *e-mails*, *chats* e outras formas de interação virtual.

A quarta fase, desponta por volta de 2004 com a *internet* rápida. Nela, a adesão ascendente das tecnologias móveis ou portáteis, aliada a qualidade da *internet* ofertada, democratizaram o acesso às publicações de materiais digitais. É também nesta fase, que a terminologia Tecnologias Digitais (TD) começa a ser utilizada e abrange uma variedade de aspectos, tais como: a multimodalidade, o *GeoGebra*, novos *designs* e interatividade, performance e performance matemática digital (Borba *et al.*, 2021).

Enquanto as fases anteriores são caracterizadas pelo uso frequente de certas TD e pela natureza de suas atividades, a quinta fase traz consigo o momento pandêmico do coronavírus instaurado no ano de 2020. Esta fase destaca as mudanças e impactos que um agente não-humano (vírus) causou na sociedade, inclusive, na expansão da hibridização da Educação Matemática. Outro símbolo dessa fase foram os vídeos digitais, isto porque, mais do que consumi-los, professores e estudantes começaram a produzir seus próprios vídeos para expressar ideias matemáticas.

Ainda no que se refere a quinta fase, Borba *et al.* (2022, p. 106) argumentam que “as tecnologias, assim como os humanos, possuem *agency*, são protagonistas e agentes mobilizadores”. Essa citação expressa que coisas vivas e não vivas têm poder de nos colocar em movimento, assim como ocorreu na pandemia, onde os agentes humanos precisaram se mobilizar e usar as tecnologias disponíveis para enfrentar as condições impostas pela emergência sanitária da Covid-19.

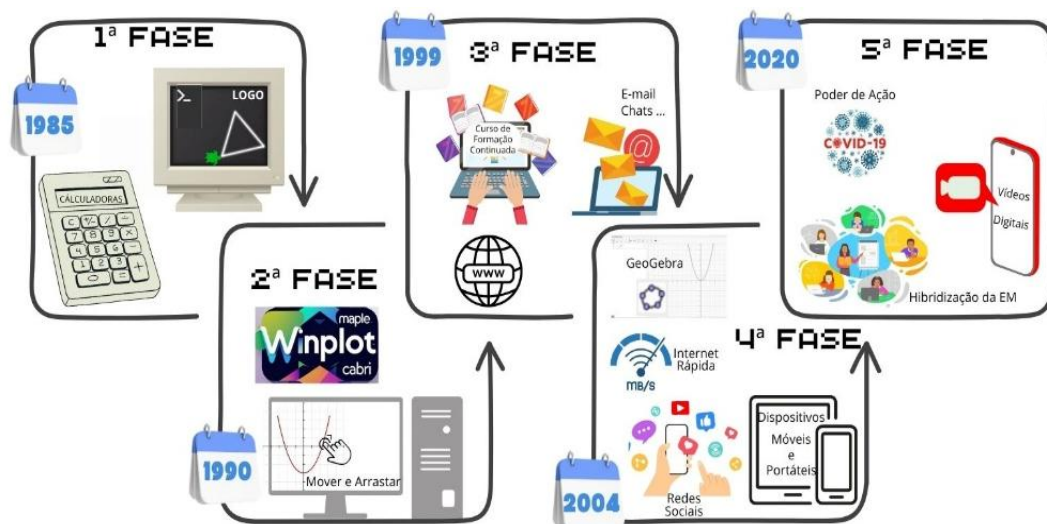
[...] a capacidade de produzir ações (*agency*) assume intensidades distintas em diferentes agentes: coisas naturais, coisas culturais, seres vivos, seres não vivos etc. Entendemos que a noção de *agency* deva ser vista como algo “difuso”, cuja intensidade se traduz em uma Matemática não determinística, em que podemos ter graus ou nuances de *agency* (Borba *et al.*, 2022, p. 115).

Para os autores, o poder de ação tem intensidades e nuances distintas, e isso varia de acordo com cada agente considerado. No caso das TD, em situações de aprendizagem, a



intensidade com que esse poder de ação é manifestado, depende de outros fatores, tais como: atividades planejadas, tecnologias utilizadas e *feedbacks* fornecidos. No que segue, a Figura 1 traz os principais elementos que simbolizam cada uma das cinco fases citadas.

Figura 1 - Principais elementos que caracterizam as cinco fases das TD.



Fonte: Elaborado pela autora, baseado em Borba *et al.* (2021) e Borba *et al.* (2022).

Cada fase representada na Figura 1, realça uma manifestação expressiva do uso de determinadas TD em certa época, no contexto da Educação Matemática. Na primeira fase, aparecem como principais elementos o *LOGO* e as calculadoras simples, já na segunda fase são os *softwares* de Geometria Dinâmica e *softwares* gráficos. Na terceira fase tem-se a *internet*, os cursos de Educação a Distância e as formas de comunicação *online* (e-mails, fóruns e *chats*). Já a quarta fase, está associada a *internet* rápida, as redes sociais, aos dispositivos móveis portáteis e ao *GeoGebra*, enquanto a quinta fase destaca o poder de ação de agentes não humanos, bem como, seus desdobramentos: intensificação na hibridização da Educação Matemática e no uso de vídeos digitais.

Existe uma interconexão entre as fases das TD, logo nenhuma delas substitui à anterior, ao contrário, elas se relacionam e se integram quase que naturalmente (Borba *et al.*, 2021). Os vídeos digitais por exemplo, já apareciam na quarta fase, porém ganharam maior visibilidade na quinta fase, em decorrência da pandemia da Covid-19. Nessa ocasião, os vídeos se incorporaram à rotina de professores, alunos e pais, que produziam, compartilhavam e consumiam essa mídia intensivamente. A quinta fase, portanto, traz atributos da quarta fase.

[...] muito dos aspectos que surgiram nas três primeiras fases são ainda fundamentais dentro da quarta fase. Muitas das tecnologias “antigas” ainda são utilizadas. Embora, já tenhamos muitas questões sobre as TD, diversas perguntas que surgiram nas fases



anteriores estão ainda em aberto. Problemas ou atividades têm sido reestruturados ou apenas adaptados ao uso de TD (Borba *et al.*, 2021, p. 45).

Conforme discorrem os autores, o surgimento de uma nova fase não invalida a fase precedente, isto quer dizer, que embora as TD estejam organizadas em diferentes fases, quaisquer uma delas podem fazer parte das atividades da sala de aula, independente de aspectos temporais. Com efeito, alguns problemas inéditos surgem com a chegada de uma nova tecnologia, outros pertencentes as fases anteriores, são redefinidos ou permanecem em aberto, e nessa medida, mais cenários se abrem como alternativas para o ensino de Matemática.

Mediante ao exposto, a sociedade emerge por cidadãos mais conectados, criativos, bem-informados e críticos. É importante que o sistema educacional, em todas as suas esferas, esteja em sintonia com essas necessidades, de forma a inserir nos espaços formativos as TD, para fortalecer o protagonismo e a responsabilidade desses atores frente à cultura digital.

Na Resolução CNE/CP nº 4/2024 que define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e que institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores na Educação Básica (BNC-Formação), é explicitada que as instituições de Ensino Superior devem assegurar e garantir:

Art. 7º [...] VI - o uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação - TDIC, possibilitando o desenvolvimento de competências digitais docente, para o aprimoramento da prática pedagógica, e a ampliação da formação cultural dos professores e licenciandos [...] XIV - o desenvolvimento, a execução, o acompanhamento e a avaliação de projetos educacionais, incluindo o uso de tecnologias educacionais e diferentes recursos e estratégias didático-pedagógicas [...] (Brasil, 2024, p. 5-6).

Esse trecho do documento normativo preconiza que as TD estejam integradas às componentes curriculares dos cursos de formação de professores, de tal maneira que os estudantes aprendam e se sintam confortáveis em utilizá-las na ação educativa. Interessa sublinhar que, além de aprender a usar, é fundamental que o estudante desenvolva e adote uma postura crítica perante a pluralidade de informações que transitam nos meios digitais.

Em seu artigo 10º, a resolução estabelece, que ao final do curso o egresso consiga “recontextualizar a linguagem dos meios de comunicação à educação, nos processos didático-pedagógicos, demonstrando **domínio das tecnologias digitais** de informação e comunicação para o desenvolvimento da aprendizagem [...]” (Brasil, 2024, p. 9, grifo nosso). O grifo na citação não foi fortuito, especialmente por considerar os desafios enfrentados na pandemia do coronavírus, em que presenciamos um sistema educacional distante das abordagens pedagógicas que abrangem as TD.



Sob os efeitos da pandemia e com a Portaria nº. 343 do Ministério da Educação, datada em 17 de março do ano de 2020, as instituições de ensino precisaram se adequar quase que instantaneamente ao ensino remoto emergencial. Em síntese, a portaria previa a substituição das aulas presenciais por aulas em meios digitais, enquanto perdurasse a crise sanitária, e embora as TD não fosse algo novo, a falta de familiaridade com as TD ficou latente entre professores, escolas e universidades.

Daí emerge a urgência que o “domínio” citado na resolução, de fato se torne efetivo, tanto do ponto de vista do acesso e trabalho com as TD na formação inicial de professores, quanto na consolidação das práticas pedagógicas em contexto escolar. No entanto, o uso pedagógico exige planejamento, objetivos definidos (Bragagnollo *et al.*, 2020) e alinhados ao pensar criativo, o que inclui desde a formulação de problemas para serem resolvidos coletivamente (humanos-tecnologias), até a avaliação da aprendizagem, que a propósito precisa ser condizente à essa perspectiva.

Ao experimentar e se familiarizar com as TD na formação inicial, os professores adquirem mais segurança em desenvolver projetos e atividades matemáticas que incluem as TD, isto gera movimentos de reestruturação da prática pedagógica e reflete diretamente em outras formas de aprendizagem. Convém ressaltar que, a inserção das TD nos espaços formativos traz mudanças qualitativas na dinâmica e nos papéis desempenhados por estudantes e professores. O uso de plataformas virtuais de aprendizagem, por exemplo, permite ao professor acompanhar o progresso dos estudantes por meio de fóruns de discussão, *chats*, entre outros, e ao aluno mais introspectivo pode promover uma desinibição.

Existem tecnologias que ainda geram divergências quanto ao aceite de sua utilização na sala de aula, como é o caso, dos aparelhos celulares e calculadoras, com isso, é preciso ter cautela e aprofundar o debate sobre as vantagens e desvantagens que cada tecnologia pode oferecer à Educação (Borba *et al.*, 2021). Nesta direção, Kenski *et al.* (2019) observam que não há um roteiro ou receita a ser seguida nas atividades de ensino com TD, isto porque, compete ao professor (re)pensar sua ação didática e olhar para as possibilidades, condições de acesso e particularidades do meio circundante e da disciplina específica que trabalha.

Ao que parece, o uso de tecnologias em todo e qualquer nível de ensino, se permeado à ação pedagógica, faz com que o educador não tenha que se deparar abruptamente a aprender a trabalhar com elas, seja no manuseio de uma mesa digitalizadora, nos ambientes virtuais de aprendizagem, na produção (animação e compactação) de vídeos, dentre outras situações vivenciadas no período pandêmico. Na especificidade desta tese, para além da aprendizagem



em EDO, espero que os estudantes (futuros professores de matemática) se sintam confiantes em planejar as aulas com uso de TD.

2.2 Teoria da Atividade e suas ramificações

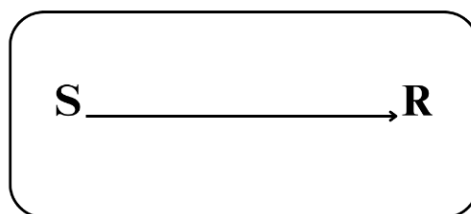
Partimos do entendimento que a TA se desenvolveu e continua em constante evolução, pelas aproximações, influências, e avanços de várias gerações. Engeström (1987) assinala três gerações, a começar por Vygotsky (1998), depois Leontiev (1978) e em seguida, o próprio Engeström (1987). O construto S-H-C-M carrega referências da TA, assim como o Sistema S-H-C-M Borba (2016; 2018), que amplia a compreensão sobre o papel das tecnologias no sistema de atividades, ao reconhecer que atores humanos e atores não humanos atuam como protagonistas nesse processo. E para elucidar, o que nos fundamenta como base teórica, abordaremos nesta seção as ideias e contribuições de cada uma dessas gerações, as bases do construto S-H-C-M, o construto S-H-C-M e o Sistema S-H-C-M.

2.2.1 Lev Semenovitch Vygotsky (1896-1934) – 1ª Geração

A TA assenta-se na sólida teoria Histórico-Cultural de Lev Semenovitch Vygotsky (1896-1934), que defende que as relações do homem com o mundo ocorrem de maneira mediada. Isso contrasta com a visão behaviorista predominante na época, que cerceava o comportamento humano, a correspondência direta S (estímulo) → R (resposta), sem considerar a complexidade do processo mental e fatores determinantes como a cultura.

Vygotsky (1998) argumenta que a unidade $S \rightarrow R$, se restringe a ato simples, de outro modo, delineia formas elementares do comportamento, um movimento mais instintivo, onde o sujeito responde de modo direto aquilo que o meio externo lhe coloca como mecanismo de estímulo. No que segue, é apresentado na Figura 2, o esquema da relação, defendida pelo behaviorismo.

Figura 2 - Representação ato simples



Fonte: Elaborado pela autora, baseada em Vygotsky (1998).



A representação da Figura 2 remete a exemplos de reações rápidas, como é o caso dos reflexos simples, que ocorrem quando tocamos em superfícies quentes ou geladas, ou ainda, quando espirramos, onde o organismo responde imediatamente aquilo que nos causou dor ou irritação. Todavia, Vygotsky (1998) observou que quando a ação se torna mais complexa, esta representação se mostra fragilizada.

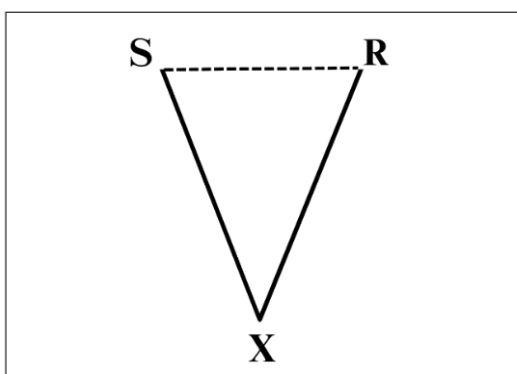
Cenci e Damiani (2018) discorrem em outro exemplo, que o homem ao sentir fome e ao ver a comida em um dado estabelecimento, não irá simplesmente pegar e comer o alimento, pois entende que necessita de dinheiro para adquiri-lo. Nesse caso, o estímulo caracterizado pela comida não irá levar a uma reação imediata que é comer, logo, o processo comida → comer deixa de ser direto e passa a ser mediado por outro elemento, caracterizado pelas convenções sociais.

Com essa visão de comportamento, Vygotsky (1998) defende a tríade sujeito, objeto e artefato de mediação. A partir dessa ideia, a compreensão sobre o indivíduo é indissociada dos meios culturais, e da mesma maneira, a compreensão da sociedade é indissociada à ação dos indivíduos, que por sua vez, produzem e utilizam artefatos (Engeström, 2016).

Uma das teses centrais de Vygotsky é que os processos mentais mudam nos seres humanos à medida que mudam os seus processos de atividade prática (isto é, os processos mentais tornam-se mediados). O signo (linguagem, signo matemáticos, meios mnemotécnicos, etc) funde-se como tal em um elo mediacional. A linguagem é a forma mais importante do signo. Ao usar meios e sinais auxiliares (por exemplo, ao fazer um entalhe numa vara para lembrar), os humanos produzem mudanças nas coisas externas; mas essas mudanças subsequentemente afetam seus processos mentais internos [...] (Tikhomirov, 1981, p. 270, tradução nossa)

A luz dessa citação, quando introduzimos ou mudamos os processos da atividade prática, os processos mentais também são alterados, o que indica que eles foram mediados. Essa ruptura do processo linear estímulo-resposta permitiu a elaboração de uma nova estrutura de ação, agora entendida como complexa e mediada, conforme ilustrado na Figura 3.

Figura 3 - Representação do ato complexo mediado



Fonte: Elaborado pela autora, baseada em Vygotsky (1998).



Muito além de um formato diferente, o tracejado da Figura 3 sinaliza a ruptura da relação direta estímulo-resposta postulada pelo behaviorismo. Para isso, Vygotsky (1998), adiciona um elo intermediário na mediação, o elemento X, que é introduzido por signos ou ferramentas. Esse elemento causa transformações na mente e influencia a atividade humana. Os signos e ferramentas agem de forma diferente na orientação do comportamento, no entanto independente do elemento considerado, ambos são fundamentais para expandir a ação do sujeito.

A função do instrumento é servir como um condutor da influência humana sobre o objeto da atividade; ele é orientado *externamente*; deve necessariamente levar a mudanças nos objetos. Constitui um meio pelo qual a atividade humana externa é dirigida para o controle e domínio da natureza. O signo, por outro lado, não modifica em nada o objeto da operação psicológica. Constitui um meio da atividade interna dirigido para o controle do próprio indivíduo; o signo é orientado internamente. (Vygotsky, 1998, p. 72-73)

Essa citação expressa a distinção entre o papel desempenhado pelas ferramentas e pelos signos na atividade humana. De forma mais geral, a ferramenta age para fora, o que implica modificações no objeto e no meio, enquanto os signos, compreendidos como sistemas, não geram mudanças no objeto, pois agem para dentro, isso reestrutura o processo psicológico, e viabiliza ao indivíduo o controle sobre o próprio comportamento. A união entre signos e instrumentos na atividade psicológica é denominada por Vygotsky (1998) como função psicológica superior ou comportamento superior.

Os signos auxiliares ocasionam no ser humano a ascensão de algumas funções cognitivas, como é o caso da atenção e da memória, que possibilita a realização de atos mais complexos. Na solução de um problema psicológico, por exemplo, a mediação dos signos se apresenta nos atos de comparar, escolher, descrever, entre outras situações (Vygotsky, 1998).

Essa explicação elucida que o desenvolvimento não é linear, o meio e a linguagem são fatores determinantes no desenvolvimento da criança, o meio porque interfere e caracteriza fases do desenvolvimento o que pode causar ou não transformações nos indivíduos, enquanto a linguagem estabelece conexões entre o meio e os processos do desenvolvimento.

Da teoria Histórico-Cultural também culminou um dos princípios da filosofia marxista: o modo com que se produz na vida material reverbera na vida cultural, histórica e social do homem. Tais características indicam um movimento que modifica a natureza por meio da atividade (Grymuza; Rêgo, 2014).

Nesse sentido, a ação humana é mediada, um processo dinâmico em que o sujeito precisa estar empenhado para criar uma integração entre situação estimuladora e resposta. Os signos e os instrumentos são elos desse processo, que provocam transformações respectivamente,



interna (direcionada ao sujeito) e externa (direcionada ao ambiente), de modo a refletir na ação. Sua unidade de análise era centrada primordialmente no indivíduo, e isto se caracterizou como uma limitação da 1ª geração da TA.

2.2.2 Alexei Nikolaevich Leontiev (1903-1979) – 2ª geração

A 2ª geração da TA é marcada pelos trabalhos de Leontiev (1978), aluno e seguidor de Vygotsky. Leontiev (1978) expande a unidade de análise, antes canalizada nos indivíduos, de maneira a destacar historicamente como a divisão do trabalho possibilita a distinção entre ação individual e atividade coletiva.

Em uma de suas principais obras, intitulada *Atividad, conciencia y personalidad*, o autor observa que nem tudo que é anunciado e entendido como atividade de fato o é, e exprime discussões no que diz respeito as finalidades de coletivos humanos em atividade. Dessa forma, Leontiev é dinâmico quando caracteriza atividade como:

[...] uma unidade molecular, não uma unidade aditiva da vida do sujeito corporal e material. Em um sentido mais estreito, a nível psicológico, esta unidade da vida é mediada por um reflexo psicológico, cuja função real consiste em que este orienta o sujeito no mundo dos objetos. Em outras palavras, a atividade não é uma reação, tampouco um conjunto de reações, mas um sistema que possui uma estrutura, suas transições e transformações internas, desenvolvimento (Leontiev, 1978, p.66, tradução nossa).

O autor estende a compreensão de atividade proposta por Vygotsky (1998), à medida que situa o conceito de atividade nas relações existentes entre o indivíduo e sua comunidade, e isto direciona a perspectiva de coletivos humanos em atividade, isto é, parte da ideia que todo indivíduo se desenvolve pelas e nas atividades que realiza. Para que um processo seja considerado como atividade é preciso que se tenha uma relação com o meio e satisfaça a uma necessidade própria do indivíduo. Leontiev (1978) argumenta que o processo de recordação não é uma atividade, porque o método de recordar não desempenha nenhum tipo de relação independente com o mundo.

É no decorrer da atividade que ocorre a transição do objeto a sua forma subjetiva, e isto engloba os polos sujeito e objeto. Para Leontiev (1978) a atividade não se limita a um conceito enrijecido, ao contrário, estimula, provoca e aperfeiçoa esse conceito de maneira dialética, por intermédio do processo inerente da própria atividade como fenômeno objetivo da vida material (Santos; Asbahr, 2020).

Um pré-requisito de toda e qualquer atividade é a necessidade. Como em alguns teoremas da Matemática, a necessidade é condição necessária, mas não suficiente para



determinar sozinha a orientação concreta de uma atividade. Existe uma relação de implicação, pois é pelo objeto que a necessidade é gerada, e é quando a necessidade tem propósitos e finalidades no objeto, que se transforma no motivo da atividade (Leontiev, 2004). O que explica o fato de que uma atividade só se concebe como atividade, se houver uma necessidade, e da mesma maneira o motivo.

Até o momento de sua primeira satisfação, a necessidade "não conhece" seu objeto; ele ainda precisa ser revelado. Só como resultado dessa revelação, é que a necessidade adquire sua objetividade e o objeto percebido (representado, imaginado) vem a adquirir sua atividade provocativa e diretiva como função; isto é, torna-se um motivo (Leontiev, 1978, p. 216-217).

Como salienta o autor, a necessidade só reconhece seu objeto a partir de uma primeira experiência de satisfação. Daí em diante, o objeto começa a ser percebido e compreendido, e uma vez identificado, a necessidade passa a ter um objetivo mais nítido, que impulsiona para a ação, e em consequência, o objeto de necessidade se converte em motivo. Enquanto a necessidade se objetiva em um objeto, o motivo atua como um elo entre a necessidade e o objeto, capaz de mobilizar o ser humano a satisfazer essa necessidade e executar a atividade.

Toda atividade possui uma estrutura, um conjunto de ações que se articulam entre si, e a forma com que cada uma dessas ações se consolida, ou seja, as condições indispensáveis para executá-las é o que Leontiev (1978) denomina de operação. A mudança de uma ação para operação explicita a dinâmica dos elementos que compõem a atividade: ações, motivos e operações (Leontiev, 1978). O autor argumenta que embora a distinção entre ação e operação não seja em geral, considerado na análise psicológica da atividade, essa diferença é necessária para que sua compreensão seja inteligível.

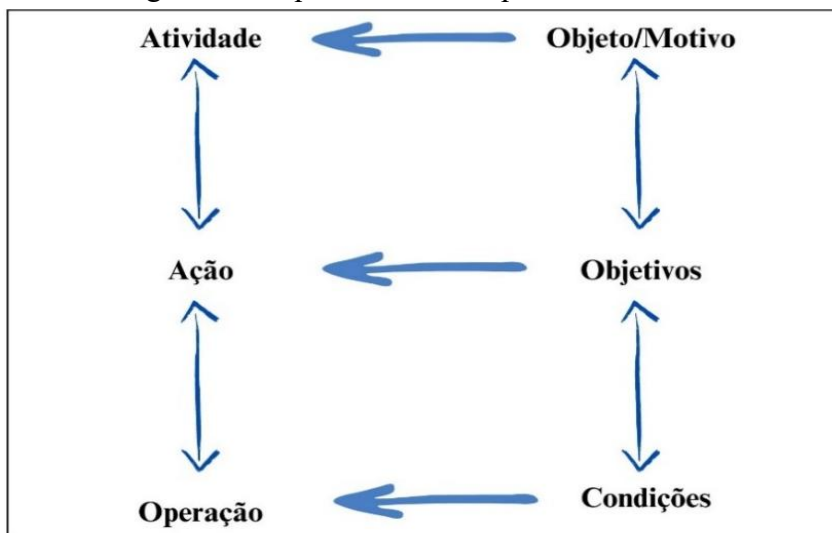
Frequentemente, os termos "ação" e "operação" não são diferenciados. No entanto, no contexto da análise psicológica da atividade, sua distinção se tornou absolutamente imprescindível. As ações [...] estão correlacionadas com os objetivos; as operações, com as condições. Digamos que o objetivo de certa ação permanece o mesmo, enquanto as condições das quais a ação é apresentada variam, então apenas o aspecto operacional da ação que irá mudar (Leontiev, 1978, p. 87, tradução nossa).

Essa explicação, pode ser esclarecida com um exemplo no campo da aritmética dado pelo autor. Para Leontiev (1978), a adição pode ser considerada tanto uma ação quanto uma operação. Na primeira situação tem-se a circunstância de uma criança ao iniciar o processo de somar, em que aprende o conceito por meio de uma ação de agrupar unidade a unidade. Na segunda situação, essa criança ao crescer se depara com problemas que ordenam grandezas maiores, com isso, a adição torna-se uma operação, pois agora sua ação é resolver o problema.



Soares e Souto (2014) se apoiam na teorização de Leontiev (1978) sobre a existência de uma estrutura hierárquica, considerando três níveis correlatos para explicar a atividade. A Figura 4 evidencia essa organização da atividade humana e as relações de dependência mútua entre atividade, ação e operação, bem como entre objeto, objetivos e condições.

Figura 4 - Esquema da hierarquia da atividade



Fonte: Elaborado pela autora, baseada em Leontiev (1978) e Soares e Souto (2014).

A Figura 4 mostra a atividade ligada a um objeto/motivo, essa atividade é concebida como coletiva por Leontiev (1978). Nesse esquema, a atividade também está conectada à ação, que por sua vez, pode ser realizada individualmente. A ação está associada diretamente a operação, e é dela a função de impulsionar o processo, sem necessariamente implicar em resultados. Já a operação age como uma técnica para alcançar os objetivos da ação.

Ainda na Figura 4, é possível observar que o objeto é intrínseco a atividade, e ao mesmo tempo em que ele explica o surgimento das ações, ele também as direciona. Isto coloca em evidência a correspondência de cada elemento, onde as setas duplas indicam que os vínculos estabelecidos na atividade humana, por meio das mediações, se constituem fatores determinantes dessas relações, tornando-as relativas.

De acordo com Souto (2013) existem dois significados importantes na concepção de atividade humana proposta por Leontiev. O primeiro é a própria natureza da atividade, em que o objeto é questão central, já o segundo é a mediação, “[...] os artefatos deixam de ser somente produtos da ação dos seres humanos e passam a ser entendidos como mediadores culturais [...]” (Souto, 2013, p. 45). Complementar a isso, a autora suscita que as ideias defendidas por Vygotsky, nos permitiu perceber como o indivíduo modifica a si e sua realidade, considerando a produção e assimilação de artefatos.



A mediação cultural, na qual sujeito e objeto se relacionam por meio de artefatos e signos, é marca expressiva da 1ª geração da TA, que tem a unidade de análise voltada ao indivíduo. A 2ª geração amplia essa unidade apoiada nas interpretações de Leontiev (1978), em especial, na compreensão da ação como um ato individual e a atividade como coletiva. Em contraponto, uma questão essencial foi pouco dedicada nos estudos da 2ª geração, que é a diversidade cultural, e à medida que a TA se difundia, isso se apresentava como uma limitação e se tornava um desafio para a geração seguinte.

Cole [...] foi um dos primeiros a claramente identificar a falta de sensibilidade da segunda geração da teoria da atividade em relação à diversidade cultural. Quando a teoria da atividade se tornou internacional, as questões sobre a diversidade e o diálogo entre as diferentes tradições ou perspectivas tornaram-se desafios cada vez maiores. São esses os desafios com os quais a terceira geração da teoria da atividade precisa lidar (Engeström, 2016, p.15).

À luz dessa perspectiva, a 3ª geração precisou lidar com as múltiplas vozes de indivíduos culturalmente heterogêneos. Para isso, Engeström (2016) fez um movimento expansivo para redes de atividades, o que levou a uma nova perspectiva sobre o conceito de atividade humana. Aqui, o modelo básico de interação inclui pelo menos dois sistemas de atividade interconectados que partilham parcialmente de um objeto.

2.2.3 Yrjö Engeström – 3ª geração

Engeström (1987) avança com as ideias de Leontiev (1978) e propõe um diagrama sistêmico para o processo da atividade humana, que até então abrangia sujeito, objeto e artefatos, e com sua proposta se estendeu para: sujeito, objeto, artefatos (instrumentos, ferramentas), regras, comunidade, divisão de trabalho e resultado (produto). A introdução dos novos elementos indica que Engeström (1987) entende a atividade humana, em sua totalidade, como algo coletivo e dialético, onde seus elementos se interrelacionam. Além disso, essa inclusão dá ênfase às dimensões sociais e históricas que também moldam a atividade humana.

O objeto é compreendido como um espaço problema partilhado, para o qual a atividade é direcionada (Engeström; Sannino, 2010). O resultado compreende o objeto transformado pelos signos e ferramentas, enquanto a comunidade denota o conjunto de pessoas que compartilham do mesmo objeto da atividade. Já a divisão do trabalho trata da divisão das tarefas, do poder e do *status* entre os membros da comunidade, e as regras representam normas, convenções e padrões que regulam a atividade.

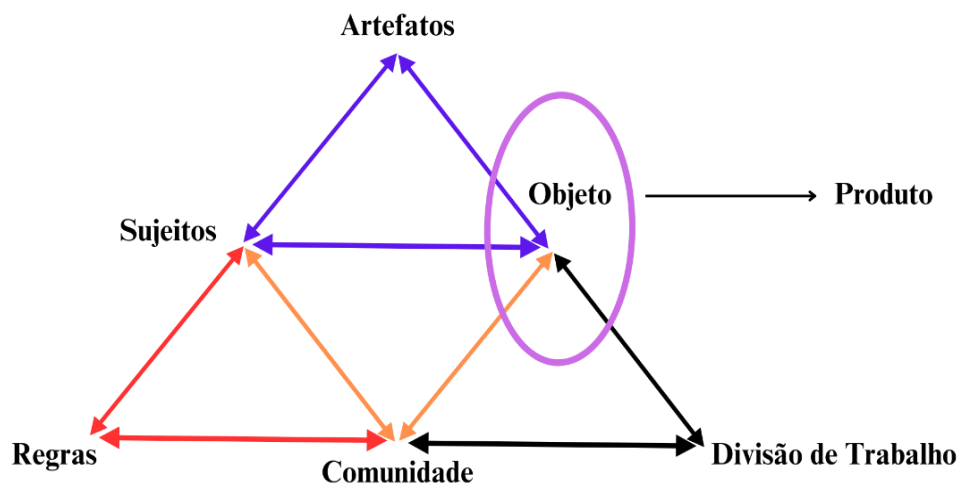
Os seis elementos que compõem um sistema de atividade [...] se interrelacionam e formam sua macroestrutura com motivos, objetivos e condições de operacionalização.



A atividade pode envolver uma série de ações que visam a determinados resultados, direcionando a própria atividade e as ações dos indivíduos. Estas, por sua vez, podem ser concretizadas de diversas formas ou métodos, e pelas operações que estão disponíveis para realizar a ação de acordo com o objetivo (Souto, 2013, p. 56).

Em convergência para as ideais defendidas, a atividade é contínua e está imbuída de uma composição heterogênea de elementos, visões e vozes que ao interagirem potencialmente ocasionam transformações. O modelo da Figura 5 apresenta a estrutura sistêmica desenhada por Engeström (1987).

Figura 5 - Representação do sistema de atividade



Fonte: Elaborado pela autora, baseado em Engeström (1987) e Souto (2013).

Na Figura 5, o triângulo na cor lilás expressa que as relações entre sujeito e objeto é mediada pelos artefatos, enquanto o triângulo formado por dois lados na cor laranja e um lilás, sinaliza que esta relação sujeito e objeto se dá pela comunidade. Na sequência, o triângulo em que os lados são formados pelas cores vermelha e laranja indica que a relação sujeito e comunidade é mediada pelas regras e o triângulo composto pelos lados de cor preta e laranja revela que a mediação entre comunidade e divisão de trabalho ocorre pelo objeto.

A forma oval que envolve o objeto é proposta por Souto (2013) com a intenção de ressaltar a complexidade do objeto no sistema de atividade, que é apontado por Engeström (1987) como alvo móvel. A autora argumenta que apesar da representação da Figura 5 seguir um modelo triangular, o que pressupõe matematicamente algo fechado, suas relações dialéticas ocorrem continuamente com transições e transformações advindas, por exemplo, das contradições internas e da multivocalidade. Nessa ótica, Engeström (2001) circunscreve cinco princípios que caracterizam a 3ª geração da TA, estes são: unidade mínima de análise; multivocalidade; historicidade; contradições internas e transformações expansivas.



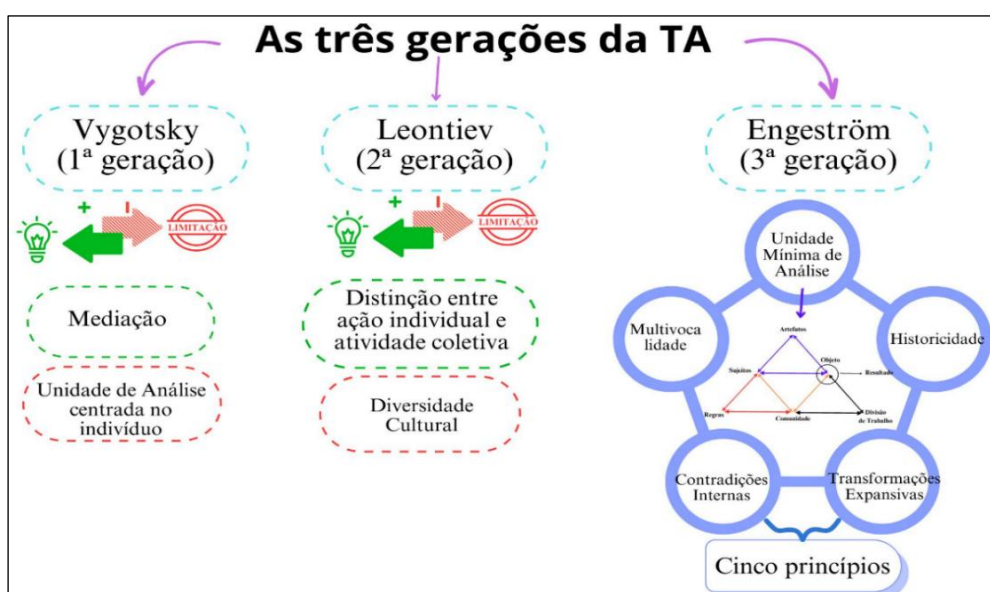
A unidade mínima de análise parte do pressuposto que o sistema de atividades não é individual, haja vista, que os seis elementos que o constituem se interrelacionam de forma mediada. O segundo princípio, a multivocalidade, destaca a diversidade das vozes presentes neste sistema, vozes que tem pontos de convergência e divergência no que se refere as histórias, os interesses, as opiniões e as convicções de cada indivíduo, manifestadas na linguagem escrita ou falada, ou ainda, na linguagem corporal, com gestos e expressões.

O terceiro princípio é a historicidade e considera a história como fonte fundamental para o estudo e a compreensão de quaisquer tipos de sistemas. É por intermédio dele, que é possível vislumbrarmos como o sistema se molda no decurso das transformações (Engeström, 2001).

O quarto princípio versa sobre as contradições internas, que não são nem problemas nem conflitos, mas tensões intrínsecas de cada atividade, que podem “[...] servir de fontes que renovam tentativas de mudar a atividade, ou podem servir de energia para conflitos que seriam discordâncias, choques de opiniões ou falta de aceitação do outro [...]” (Souto; 2013, p. 58). As contradições internas (ou tensões) funcionam como estímulos para que outros momentos e atividades dispõem como respostas (Souto, 2013).

O quinto princípio trata das transformações expansivas, entendidas como um movimento incessante de construção e soluções de tensões no sistema de atividade coletiva, aqui, objeto e motivo da atividade adquirem novos conceitos (Engeström, 2001). Para sintetizar as ideias da 1ª e 2ª geração da TA e as limitações que alavancaram a geração subsequente, foi elaborado um modelo mental sobre essas gerações, conforme segue na Figura 6.

Figura 6 - Ideias centrais das três gerações da TA



Fonte: Elaborada pela autora.

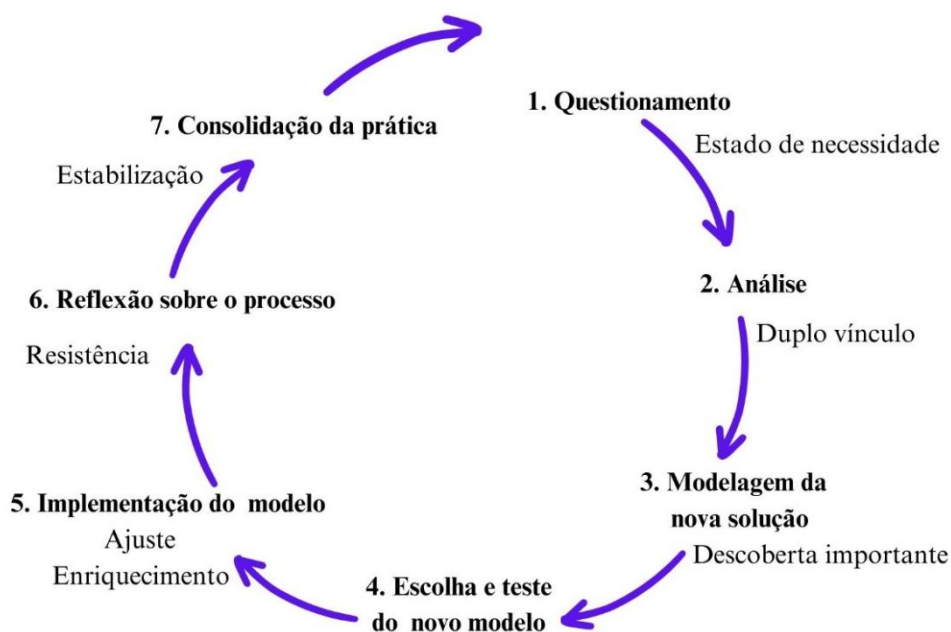


Cada geração colaborou significativamente para entendermos o processo da atividade humana. Como se observa na Figura 6, Vygotsky marca a primeira geração ao inserir a ideia de mediação e romper com visão behaviorista da relação direta estímulo-resposta, no entanto, a limitação dessa geração é assinalada pela unidade de análise, que dava ênfase ao indivíduo. Já a segunda geração, representada por Leontiev, estabelece a diferenciação entre ação individual e atividade coletiva, mas relega a diversidade cultural.

Engeström expande essas concepções com uma visão sistêmica de um sistema de atividade coletiva, formado por seis elementos que se relacionam de maneira mediada (artefatos, objeto, sujeitos, regras, comunidade e divisão de trabalho). Para Engeström (2001), os cinco princípios dispostos na figura 05 explicam a 3ª geração da TA. Especificamente, um desses cinco princípios, as contradições internas, é foco de nosso estudo, portanto, são apresentadas com maior detalhamento na seção de metodologia.

O instrumento analítico que contribui para o entendimento do processo das contradições internas e transformações expansivas é o ciclo de aprendizagem expansiva. O ciclo “[...] é iniciado quando sujeitos individuais começam a questionar a prática aceita, e isto gradualmente se expande até se transformar em uma instituição ou movimento coletivo” (Engeström, 2016, p.21). Além disso, ele ocorre em movimentos periódicos e é organizado em sete fases: questionamento; análise da situação; modelagem da nova situação; escolha do melhor modelo; implementação do modelo escolhido; avaliação e consolidação da prática. A Figura 7 exibe a estrutura do supracitado ciclo.

Figura 7 - Ciclo de aprendizagem expansiva



Fonte: Elaborado pela autora, baseado em Engeström (2016).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site
<https://edoc.amazonas.am.gov.br/BB69.2AA6.4BBE.6887/352A96BC>
 Código verificador: **BB69.2AA6.4BBE.6887** CRC: **352A96BC**

Para cada etapa mencionada na Figura 7, Souto (2013) descreve:

1. Questionamento - ato de questionar, criticar ou rejeitar alguns aspectos da prática corrente; 2. Análise da situação - envolve o olhar para situação criticada, questionada, a fim de se compreender seus diferentes aspectos; 3. Modelagem da nova situação - corresponde à construção de modelos que possam explicar e oferecer uma solução para a situação; 4. Escolha do melhor modelo - se refere à exploração das possibilidades e limitações dos modelos para o julgamento de um que pareça o melhor adequado para a situação; 5. Implementação do modelo escolhido - é o momento de concretizar a aplicação do modelo na prática; 6. Avaliação do modelo implementado - corresponde ao processo de reflexão e análise sobre as implicações da implementação do modelo; 7. Consolidação da prática - momento em que é possível observar o estabelecimento de fato da nova prática (Souto, 2013, p.61).

A ordem das etapas não é enrijecida, pois se o ciclo não progride, ações podem ser dirigidas para estimular o surgimento de tensões, e nessa medida, ocasionar possibilidades expansivas. Existem chances do ciclo não se desenvolver em sua totalidade, mas no caso em que ele se completa, poderá perdurar por um período prolongado ou acontecer em partições menores de tempo.

Os ciclos menores, “(mini)ciclos”, foram reinterpretados por Souto (2013) e articulados à perspectiva do construto S-H-C-M. Por conseguinte, a autora desenvolveu os miniciclones de transformações (ou aprendizagem) expansivas, que representa uma expansão do construto e é utilizado nesta tese como ferramenta analítica para compreender as transições e mudanças que ocorreram no sistema S-H-C-M.

2.3 Bases do Construto S-H-C-M: Tikhomirov (1981) e Lévy (2010)

Os fundamentos do construto seres-humanos-com-mídias se ancoram nas concepções de Tikhomirov (1981) e Lévy (2010a). Dessa maneira, é apresentado inicialmente as vertentes de cada um desses autores, que contribuíram significativamente para a elaboração do construto, para depois discorrer sobre ele.

Tikhomirov se fundamenta em princípios da TA, especialmente, no processo de produção do conhecimento, que emerge das interações do homem com o mundo, no entanto, defende o caráter mediador existente nessas relações. Ele apresenta uma nova perspectiva sobre as mídias, a de reorganização dos processos cognitivos, e cita que mídias como a informática medeiam a forma de pensar e interagir dos seres humanos (Tikhomirov, 1981).

[...] o computador altera a estrutura da atividade intelectual humana. A memória, o armazenamento da informação e sua busca (ou reprodução) são reorganizados. A comunicação muda, pois a comunicação humana com o computador, principalmente no período em que se criam linguagens semelhantes à linguagem natural, é uma nova forma de comunicação. As relações humanas são mediadas pelo uso de computadores [...] (Tikhomirov, 1981, p. 277, tradução nossa).



O autor afirma que ao resolver problemas complexos com o computador, os processos de cognição humana são alterados, modificados. Para sustentar seu argumento, ele contesta duas ideias em relação aos computadores, a primeira se refere a teoria da substituição e a segunda sobre a teoria da suplementação.

A ideia de substituição é questionada por Tikhomirov, tendo em vista sua compreensão sobre conhecimento, “[...] pensar não é a simples solução de problemas: envolve também formulá-los” (Tikhomirov, 1981, p. 261, tradução nossa). De outro modo, o conhecimento não se trata apenas de adquirir e acumular informações, mas de transformá-las e aplicá-las em distintas situações e contextos.

Em seus estudos de investigações psicológicas foi constatado que, homem e computador ao serem submetidos a uma mesma atividade e apresentando resultados similares, ainda se distinguem no modo de processo de resolução.

Quando as heurísticas computacionais se assemelham às heurísticas humanas, elas são significativamente mais simples e não são comparáveis em algum aspecto essencial. A reprodução pelo computador de alguns resultados da atividade humana observados externamente foi realizada sem reproduzir a heurística humana [...] podemos afirmar que a ideia de substituição não expressa as relações reais entre o pensamento humano e o trabalho do computador [...] (Tikhomirov, 1981, p. 259, tradução nossa).

Com base nos resultados encontrados, ele argumenta que o computador não substitui o homem e tampouco o pensamento humano, e é justamente no caminho tomado na busca da solução que eles se diferenciam. Logo, o computador não pode assumir um caráter de substituição do homem.

A segunda teoria criticada e refutada por Tikhomirov (1981) é da suplementação, nela a função do computador é fornecer um número expressivo de informações para que o homem possa processá-las de forma rápida e precisa. Nessa ótica, o computador é entendido como um “acréscimo” ao pensamento humano. Para Tikhomirov (1981) as duas teorias (substituição e suplementação) são percepções distorcidas, que desconsideram o qualitativo, os processos em si e os objetivos da atividade.

À luz dessa perspectiva, o computador assume a função de mediar a atividade, mas não se limita somente a esse ato, pois leva a reorganização do pensamento. Nesses termos, o pensamento se modifica ao passo que o homem interage com a informática, e isso suscita a organização de um sistema ser-humano-computador.

[...] O pensamento não é *mais* ou *menos* quando interagimos com as mídias informáticas, da mesma forma que nosso pensamento não é pior ou melhor quando é utilizada a linguagem em suas diferentes facetas [...] Tikhomirov finaliza seu raciocínio dizendo que o que importa, do ponto de vista educacional, é que pensemos



que tipo de problema pode ser gerado e/ou resolvido por um sistema formado por ser-humano-computador [...] (Borba, 2002, p. 137).

Borba (2002) interpreta que Tikhomirov, ao romper com a noção distorcida sobre o computador como substituto ou suplementar do ser humano e de suas funções, mostrou que a informática afeta a cognição humana e que o computador desempenha um papel importante nesse processo. Não há, portanto, dicotomia entre ser humano e técnica.

Avançando um pouco mais, as mídias também são objetos de discussão e reflexão para Lévy (2010a). Para esse autor, as mídias se constituem como fontes potencializadoras para as atividades cognitivas. Ao estudar a oralidade, a escrita e a informática, denominadas por Lévy (2010a) como tecnologias da inteligência, ele estabelece uma relação intrínseca entre essas tecnologias e a memória, a história e a produção do conhecimento, e é enfático ao afirmar que por meio delas, aprendemos, interagimos e construímos nosso entendimento do mundo.

Lévy (2010a) determina dois tipos de oralidade, a primária e a secundária. A oralidade primária se refere ao uso da palavra falada, antecedente inclusive a escrita, onde as histórias e informações comunicadas eram preservadas como parte da memória coletiva de um povo, alicerce cultural da sociedade. Já a oralidade secundária, envolve o uso da palavra falada em conjunto com a escrita, o que permite uma abordagem mais abrangente em relação a linguagem.

Com a invenção da escrita surgiram outras formas de representações, que transcenderam as narrativas, e isso permitiu que as informações perdurassem, independente do tempo e do espaço. À medida que a escrita se difundia, ocorria a objetivação da memória, pois os saberes passaram a estar ao alcance das pessoas e passíveis de análise. Em síntese, “[...] a memória, separa-se do sujeito ou da comunidade tomada como um todo [...]”, e os registros escritos, se constituem como um fio condutor para a compreensão do passado e, portanto, representa um pilar para a história (Lévy, 2010a, p. 95).

Para Lévy (2010a), a chegada dos computadores unificou as técnicas de comunicação e processamento de informações. Suas funções abarcam receber, processar, armazenar e transmitir dados, o que lhe confere papel fundamental na produção do conhecimento.

Convém frisar que, embora a informática seja núcleo das interfaces, as interações entre humanos e sistemas computacionais acabam exercendo influência um sobre o outro, o que afeta e aprimora a própria informática. Isso cria um ciclo de retroação positiva, em que informática e interfaces se fortalecem mutuamente.

Os três polos, oralidade, escrita e informática, se tornaram ubíquos na sociedade contemporânea, mesmo que seu uso ocorra em diferentes níveis de intensidade. Com isso, a inteligência é fruto de multifacetados estágios advindos da interação de coletivos formados por



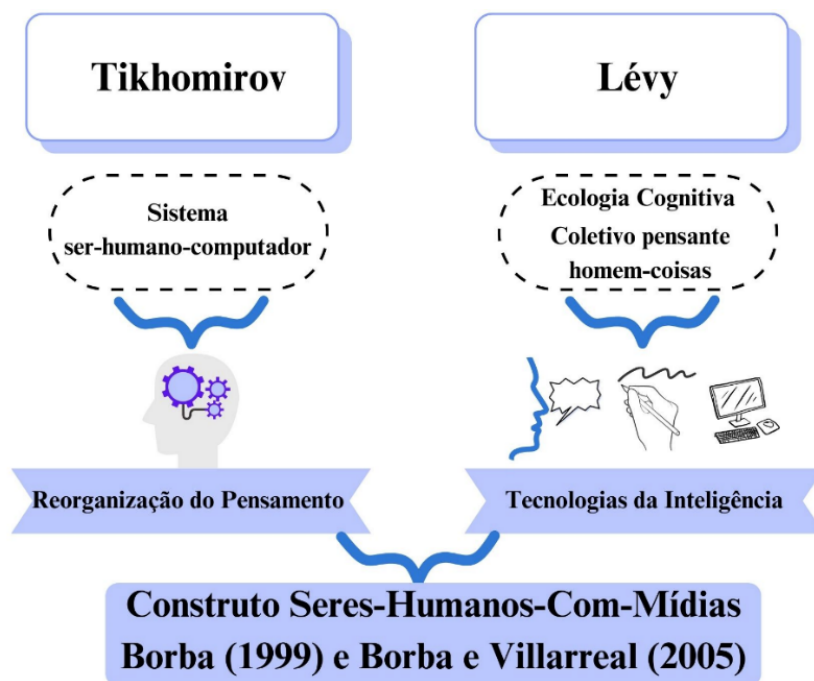
atores humanos e atores não humanos, coletivos que se constituem, se organizam e se modificam à medida em que eles se relacionam reciprocamente, daí emerge a necessidade de estender esse coletivo a outros elementos imbricados na ação humana (Lévy, 2010a).

A inteligência ou a cognição são o resultado de redes complexas onde interagem com um grande número de atores humanos, biológicos e técnicos [...]. Fora da coletividade, desprovido de tecnológicas intelectuais, “eu” não pensaria. O pretense sujeito inteligente nada mais é que um dos micro atores de uma ecologia cognitiva que o engloba e o restringe (Lévy, 2010a, p.137).

Essa explicação elucida que o pensamento é condicionado pelas tecnologias da inteligência, e que cada indivíduo representa apenas um, entre muitos atores, em uma ecologia cognitiva. Tal posicionamento indica um pensar coletivo, em que o “eu” individual, o pensar isolado, nada mais é que uma falsa percepção, pois ainda que a consciência seja um ato particular, o pensamento não é, o “[...] pensar é um devir coletivo no qual misturam-se homens e coisas, pois os artefatos têm o seu papel nos coletivos pensantes [...]” (Lévy, 2010a, p.171).

Na Figura 8 é apresentado um modelo mental dos fundamentos de Tikhomirov (1981) e Lévy (2010a) imbricados no construto teórico seres-humanos-com-mídias.

Figura 8 - Ilustração das bases do Construto Seres-Humanos-Com-Mídias



Fonte: Elaborado pela autora.

Fundamentado nas interpretações de Tikhomirov (1981) de sistema ser-humano-computador e de Lévy (2010a) sobre a existência de uma ecologia coletiva e de um coletivo pensante homem-coisas, ilustradas na Figura 8, Borba (1999) visualiza um processo de trocas



entre seres humanos e tecnologias, em que as tecnologias produzidas por esses coletivos, ao mesmo tempo que moldam e reorganizam o pensamento humano, também são moldadas pelos seres humanos. Adiante, Borba e Villarreal (2005) sistematizam essa compreensão por meio do construto S-H-C-M.

2.4 Construto Seres-Humanos-Com-Mídias

É importante retomar aqui a concepção de mediação da atividade humana proposta por Vygotsky (1998), mas sob o ponto de vista de Tikhomirov (1981) que amplia essa compreensão em relação ao computador, ao defender que o computador não substitui e nem suplementa o pensamento humano, mas o reorganiza. Para Borba (2002), essa leitura de Tikhomirov sublinha uma relação entre informática e pensamento, um dos pilares do coletivo pensante S-H-C-M.

As discussões sobre as tecnologias da inteligência (escrita, oralidade e informática) associadas a memória e ao conhecimento, encontradas em Lévy (2010a), fizeram Borba (2002, p. 139) perceber que “o conhecimento só é produzido com uma determinada mídia, ou com uma tecnologia da inteligência”. Desse modo, o conhecimento não é isolado e solitário, é uma produção coletiva que emerge nas interações entre seres humanos e tecnologias.

Sob a ótica do ser-humano-computador e pensar-homens-coisas, Borba (1999) propôs a noção de coletivos pensantes formados por atores humanos e atores não-humanos. Ao situar essas ideias para o contexto da Educação Matemática, Borba e Villarreal (2005) defendem uma unidade básica de conhecimento alicerçada no pensar coletivo ser-humano com tecnologias, que mais tarde foi expandido para a multiplicidade de tecnologias existentes e denominado de seres-humanos-com-mídias.

[...] acreditamos que humanos-com-mídia, humanos-mídia ou humanos-com-tecnologias, são metáforas que podem levar a *insights* sobre como se dá a própria produção do conhecimento, da mesma forma que o humano é também uma metáfora para o sujeito epistemológico que é tão profundamente enraizado que é assumido, por muitos, como natural [...] (Borba; Villarreal, 2005, p. 23, tradução nossa).

Essa citação elucida que o homem ao interagir com as tecnologias, não se torna o único responsável pela produção do conhecimento. Um exemplo disso, são as tecnologias da inteligência, que se fizeram presente ao longo da história e foram fundamentais para o desenvolvimento da humanidade. Borba (2002) pontua que não se trata de estabelecer classificações, fazer comparações entre uma mídia e outra, ou ainda, avaliar os resultados alcançados por cada uma delas, isto porque, sua visão se apoia no fato de que o conhecimento produzido é formado por um coletivo pensante homens e mídias.



Para Souto e Borba (2016), ao interagir com as mídias o pensamento humano é reorganizado, de acordo com as condições, limitações e possibilidades de uso de cada uma delas. Dito de outra forma, os autores observam que a presença ou ausência de uma determinada mídia impacta no conhecimento que é produzido, mas ressaltam que o aparecimento de uma nova mídia não invalida ou extingue a outra.

Como dito anteriormente, S-H-C-M decorre da perspectiva de que a produção de conhecimento é coletiva e de que as mídias exercem um papel relevante nessa produção, assim, o pensar com mídias se direciona para a natureza coletiva da produção de conhecimento (Chiari *et al.*, 2019). Ao refinar essa ideia, Borba (1999) afirma que na mesma proporção que o ser humano molda o computador, ele também é moldado por ele, e isto basicamente é a gênese do conceito de moldagem recíproca, ponto central do construto S-H-C-M.

[...] os *feedbacks* dados por uma determinada mídia influenciam no raciocínio de quem interage com elas, em outras palavras, a mídia molda o ser humano, mas, os seres humanos também a moldam na medida em que a utilizam. Um exemplo pode ser observado na forma como os estudantes fazem uso de um determinado software, que muitas vezes é diferente da maneira como a equipe que o desenvolveu havia pensado. Por outro lado, a equipe que desenvolve um software procura elaborar um design levando em consideração a forma como os estudantes têm utilizado (Souto; Borba, 2016, p. 220).

A rápida resposta que a mídia fornece nas interações faz com que ocorram mudanças no pensamento humano. De forma similar, ao utilizá-las o ser humano também acaba as influenciando. Para melhor ilustrar o fato de que o homem molda as tecnologias, basta olhar para o uso do *bluetooth*, que inicialmente se concentrava nas transferências sem fio de documentos de um dispositivo para outro, e conforme as necessidades humanas, essa funcionalidade foi ampliada e hoje abrangem fones de ouvido, *mouses*, impressoras, relógios, automóveis etc. Em outras palavras, o homem moldou as possibilidades de uso do *bluetooth*.

A câmera do celular também é um bom exemplo, pois a princípio ela era utilizada por seus usuários para capturar momentos em fotos de baixa resolução, e agora grava vídeos, lê *QR-Code*, escaneia documentos, entre outros. Novamente o que se tem é a tecnologia moldada pela usabilidade que os seres-humanos fizeram dela.

Em consonância, Lévy (2010b, p. 21) afirma que “[...] não somente as técnicas são imaginadas, fabricadas e reinterpretadas durante seu uso pelos homens, como também o próprio uso intensivo de ferramentas que constitui a humanidade enquanto tal (junto com a linguagem e as instituições sociais complexas)”. Essa citação frisa que cada tecnologia com suas formas de uso condicionam as ações humanas, e nessa dinâmica, seres humanos e tecnologias se transformam mutuamente.



No tocante a TA, a moldagem recíproca se assemelha ao pensamento vygotskyano de mediação,

[...] quando trata do desenvolvimento de ferramentas pelo ser humano, ao longo da história, para adaptar-se ao ambiente [...]. Em síntese, tanto na teoria da atividade como nas ideias que circundam o construto seres-humanos-com-mídias, os movimentos convergem para uma forma de reorganização que engloba os meios culturais, sociais, materiais e psicológicos, sendo que, neste último, inclui-se a reorganização do pensamento (Souto, 2013, p.78).

Sob esta ótica, a moldagem recíproca carrega influências da TA, ambos partilham da concepção que os aspectos socioculturais são essenciais no processo da atividade humana, no entanto, há pontos singulares entre elas, um deles é a interpretação que Borba (1999) faz sobre as mídias, ao indicar a existência de uma transformação mútua entre tecnologias e homens, que lhes confere poder de ação. Nesta mesma direção, Souto (2015, p. 953) menciona que os *feedbacks* dados pelas mídias mostram como elas mobilizam os seres humanos, logo “[...] é plausível considerar que elas têm *agency* no sistema [...]”.

Kenski (2012) sinaliza que as pessoas se movimentam culturalmente por meio das tecnologias, o que acarreta alterações na nossa maneira de pensar e agir. Para Borba (1999), “pensamos-com-tecnologias”, pois fazemos parte desse coletivo, que se relaciona dialeticamente e que sofre influências mútuas, que levam a reorganizações de pensamento.

Ao transitar essa visão para a Educação, reflexões emergem sobre as possíveis mudanças e formas de produção de conhecimento que as mídias podem proporcionar no contexto da sala de aula. Como são muitas as tecnologias, o uso de uma ou a combinação de várias delas incide diretamente no conhecimento produzido (Souto, 2013). Nessas condições, adotar as TD na ação pedagógica pressupõe planejamento orientado para o coletivo de pessoas que as manusearão. Esses movimentos contínuos causados pelas mídias nas atividades geram transformações expansivas.

Apoiados nessas observações, Souto (2013), Souto e Borba (2016; 2018) e Borba *et al.* (2022) propõem uma nova vertente para a TA, o Sistema S-H-C-M. A fim de se obter mais clareza nas análises de como ocorrem os processos de aprendizagem nesse sistema, Souto (2013) desenvolveu a ferramenta analítica dos miniciclones de aprendizagem expansiva.

Os miniciclones de aprendizagem expansiva decorrem de uma releitura feita por Souto (2013) sobre os ciclos expansivos propostos por Engeström e Sannino (2010), que são descritos em etapas pré-definidas e utilizados geralmente em períodos prolongados. Antes de abordar os miniciclones é basilar entender a propositura de Souto (2013); Souto e Araújo (2013) e Souto e Borba (2013, 2015) sobre o sistema S-H-C-M, que é discutido na subseção seguinte.

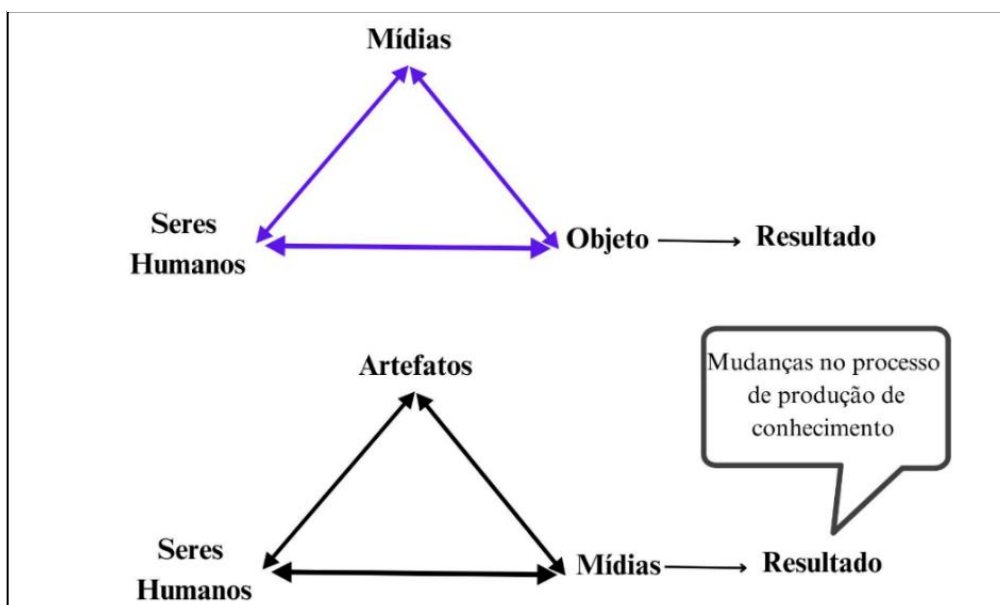


2.5 Sistema Seres-Humanos-Com-Mídias

Em Souto (2013) é discutida a existência de uma aproximação entre o construto S-H-C-M e a TA, especialmente no tocante ao conceito de moldagem recíproca. A autora argumenta que, ambos caminham em paralelo em função das relações recíprocas entre sujeitos-objeto, mas se distanciam à medida que a moldagem coloca em foco sujeitos-artefatos. Em razão disso, emergem indicativos no processo de moldagem recíproca, de que as mídias poderiam desempenhar um duplo papel no sistema de atividade humano, o que foi investigado e analisado inicialmente por Souto e Araújo (2013).

As autoras constroem uma ilustração mantendo o formato triangular utilizado na TA, para esclarecer como ocorre esse duplo papel das mídias na ótica do construto S-H-C-M, a partir da compreensão do construto como um sistema de atividade. A Figura 9 exibe o movimento de como isso ocorre.

Figura 9 - Duplo papel das mídias no sistema S-H-C-M



Fonte: Elaborada pela autora, com base em Souto e Araújo (2013)

Na Figura 9, o triângulo de cor azul, mostra as mídias assumindo o papel de artefatos e mediando a relação sujeito e objeto, enquanto o triângulo na cor preta revela a moldagem recíproca, onde as mídias se transformam e passam a ocupar um outro papel, o de objeto da atividade. A dupla função exercida pelas mídias também é refletida no resultado, o que gera mudanças na produção do conhecimento.



A representação usada pelas autoras, embora seja similar à estrutura formulada pela 1ª geração da TA, se difere em dois aspectos: o primeiro deles é o duplo papel das mídias e o segundo é o protagonismo do elemento sujeito, que para a 1ª e 2ª geração da TA é individual e para o construto é o coletivo seres humanos. Esse fato também “[...] indica uma primeira inclinação em direção ao pensamento de Engeström (1987) que, como dito anteriormente, elaborou um modelo que ampliou a unidade de análise para um plano coletivo [...]” (Souto, 2013, p. 80).

Gracias (2003), no curso de extensão de Tendências em Educação Matemática constatou que o elemento regras, em contexto *online*, se modifica do habitual usado na sala de aula presencial. Com aulas síncronas e assíncronas, o modelo comunicacional consistia em *chats*, correio eletrônico e lista de discussão. Os debates simultâneos no *chat* fizeram com que alguns participantes sugerissem a organização de critérios para as interações, com a finalidade de entender e acompanhar a avalanche de mensagens que surgiam.

[...] o diálogo não é regido por regras em que cada um só pode “falar” na sua vez. No chat todos falam ao mesmo tempo, e isto impede que haja monólogos. É, portanto, praticamente impossível que uma pessoa fale sozinha por um certo período de tempo, a não ser que isto seja acordado entre todos (Gracias, 2003, p.115-116).

A autora exprime que, em um *chat*, as falas ocorrem ao mesmo tempo e em curtos intervalos, sobretudo porque o processo de transmissão da mensagem consiste basicamente em digitar e enviar o texto. Assim, para que cada indivíduo consiga expressar seus pensamentos sem interrupções de mensagens de outras pessoas, é necessário que haja uma manifestação, negociação ou acordo entre os envolvidos no sentido de estabelecer protocolos de comunicação (Gracias, 2003).

Esse tipo de cenário suscitou a ideia de multiálogo (diálogo concomitante estabelecido em um *chat*), e mais tarde, isso foi corroborado por Santos (2006). Apoiada nos resultados desses estudos que compartilhavam do mesmo contexto, Educação a Distância *OnLine* (EaD*online*) e da visão do construto S-H-C-M, Souto e Araújo (2013) sugeriram a expansão da unidade de análise do sistema de atividade, ao observarem que as regras são fundamentais no sistema. Deste momento em diante, Souto (2013, p. 80) passou a denominar esse sistema de “sistema de atividade seres-humanos-com-EaD*online*”.

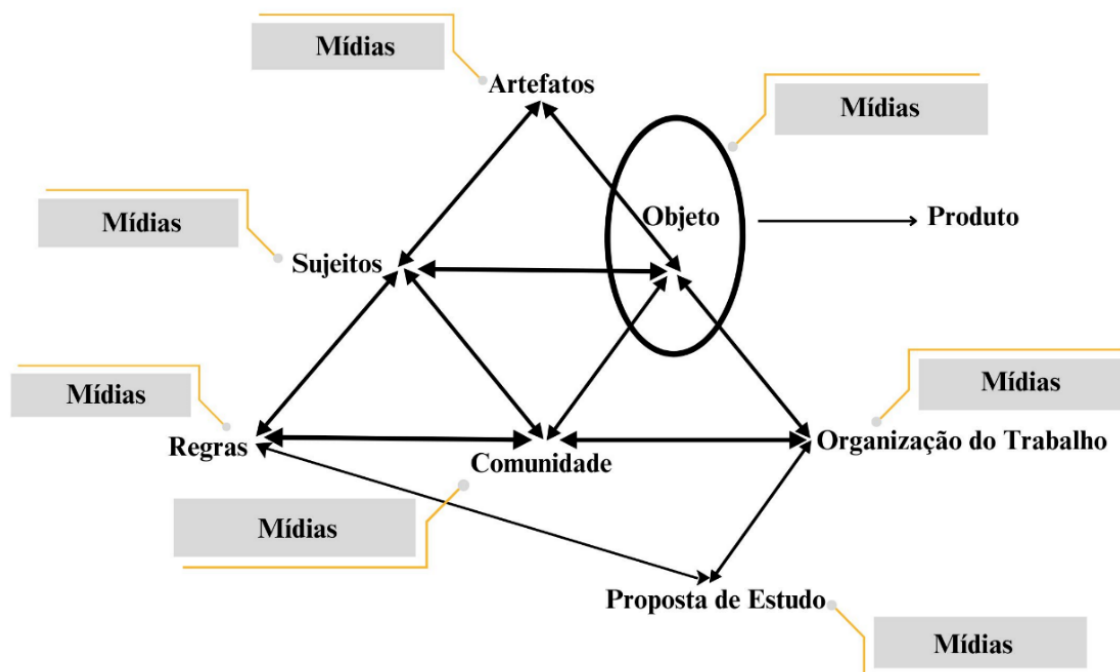
Ao analisar os movimentos que geram transformações expansivas em um curso de Educação Matemática a Distância *Online*, Souto (2013) verificou que sua proposta de estudo não se encaixava em um único elemento do sistema de atividade e se mostrava diluída ao ser



particionada entre eles. Essa limitação dificultava a interpretação da autora sobre o papel desempenhado pela proposta de estudo no sistema de atividade.

Os fatos mencionados mobilizaram Souto (2013) a sugerir a inserção de um novo elemento na representação sistêmica de Engeström (1987), acrescidas de mudanças quanto a forma de olhar para as mídias nesse sistema. Essas mudanças são ilustradas na Figura 10.

Figura 10 - Representação do Sistema S-H-C-M



Fonte: Elaborada pela autora (2023), com base em Souto (2013)

Com a inclusão da proposta de estudo apresentada na Figura 10, a autora realça que no âmbito da Educação, a proposta de estudo é primordial para o planejamento e desenvolvimento das aulas. Essa importância também foi corroborada por Soares e Souto (2014), para as autoras, a proposta de estudo foi elemento chave na motivação e mobilização dos estudantes na produção de conhecimentos matemáticos de CDI, além de fonte mobilizadora tanto para o surgimento de contradições internas quanto para a sua superação dessas contradições.

Na Figura 10 também é possível constatar uma outra alteração relativa ao sistema de atividade exibido na Figura 5, que é o elemento divisão de trabalho. No modelo da Figura 10, esse elemento passa a ser denominado de organização do trabalho, isto porque, a autora considera que o trabalho é um processo coletivo e, portanto, precisa ser colaborativo, o que se harmoniza com a perspectiva do construto S-H-C-M.



Convém salientar sobre a Figura 10, que o papel ocupado pelas mídias no sistema proposto por Engeström (1981) era apenas de artefatos, e agora é expandido e pode desempenhar um duplo papel, ou ainda, ocupar quais vértices do sistema de atividade, isto é, as mídias podem atuar como artefatos, sujeitos, regras, comunidade, objeto, divisão (organização) do trabalho e proposta de estudo.

Os resultados das análise de Souto (2013) evidenciaram que uma mídia pode se movimentar no sistema e ter seu o papel transformado. Nela, o *GeoGebra* exerceu a função de artefato e objeto, enquanto a tecnologia *internet* assumiu os papéis de artefato e comunidade.

Enquanto artefato, o *GeoGebra* mediou a relação sujeito e objeto na medida em que os participantes exploravam o estudo da parábola com essa tecnologia. Já na transição para o espaço-problema do sistema, o *GeoGebra* passou a exercer a função de objeto nos momentos em que “os professores estavam em ação” (Souto, 2013, p.227). Assim, a função das mídias como objeto no sistema de atividades é transformar e ser transformado, e sob esse enfoque, a tecnologia moldou, sem condicionar o pensamento dos professores ao mostrar que um mesmo conteúdo matemático pode ser trabalhado de inúmeras formas (Souto, 2013).

Referente a *internet* ocupando o papel de comunidade, a autora relembra que comunidade medeia a relação sujeito e objeto, assim “[...] a comunidade deve situar o sistema de atividade dentro do contexto sociocultural daqueles que compartilham o mesmo objeto, o que, nesse caso, foi realizado com mecanismos de busca na *internet*” (Souto, 2013, p. 217). Isto sugere que a mídia *internet* assumia ali a condição de comunidade no sistema de atividade.

Nas palavras de Souto (2015, p.951) “[...] não há limites que definem claramente o papel que cada ator (humano ou não) pode desempenhar, há uma impregnação mútua que nos leva a interpretar a ideia de mediação como algo mais “fuzzy” [...]”. Essa compreensão permite olhar para a representação triangular do sistema de atividade como algo mais flexível e moldável.

Nesse contexto, perceber o coletivo S-H-C-M como um sistema de atividade expande a unidade de análise do sistema (Souto, 2013).

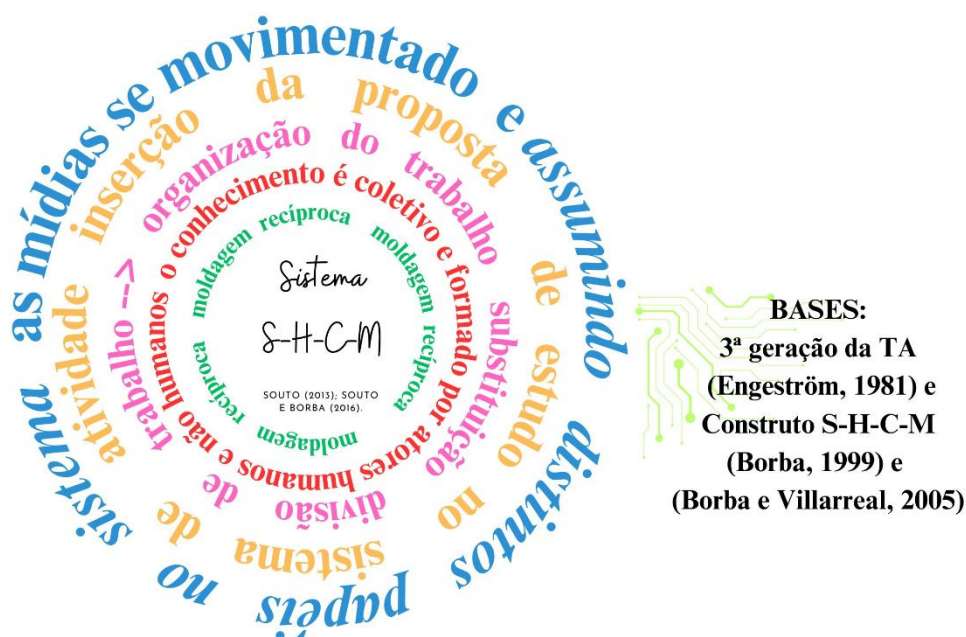
Pelas concepções epistemológicas assumidas no construto seres-humanos-com-mídias, a unidade básica que produz conhecimento é um coletivo de atores humanos e não humanos. Por ser um quadro teórico elaborado no âmbito da comunidade de educadores matemáticos, era de se esperar a preocupação de seus autores com a produção de conhecimento e a aprendizagem. Assim, tomar os seres-humanos-com-mídias como um sistema de atividade consiste em considerá-lo como uma atividade, ou pelo menos um grupo de ações coletivas, cujo resultado é a aprendizagem; o que permite considerar uma problemática sobre a qual se produz conhecimento, como objeto dessas ações (ou atividade) (Canedo Júnior, 2014, p.108-109).



Essa citação traduz a concepção trazida no construto S-H-C-M, de que o conhecimento produzido é resultado de ações coletivas entre atores humanos e atores não humanos, o que pode ser ampliado e interpretado em condições e contextos de ensino e aprendizagem. Essa citação traduz a concepção trazida no construto S-H-C-M, de que o conhecimento produzido é resultado de ações coletivas entre atores humanos e atores não humanos, o que pode ser ampliado e interpretado também em condições e contextos de ensino e aprendizagem.

Assumir, portanto, o construto como um sistema de atividade implica reconhecê-lo como uma atividade ou como ações conjuntas e colaborativas que resultam na aprendizagem. A seguir a Figura 11 demonstra alguns dos pontos centrais presentes na gênese do Sistema S-H-C-M.

Figura 11 - Pontos centrais imbuídos no Sistema S-H-C-M



Fonte: Elaborada pela autora.

Com base nas ideias apresentadas ao longo dessa subseção, e que de forma modesta estão representadas na Figura 11, considero que o Sistema S-H-C-M traz significativas contribuições para a TA. A primeira diz respeito a introdução da proposta de estudo ao sistema de atividade, que altera não somente a representação triangular de Engeström (1981), mas elucida a sua importância para a compreensão do sistema de atividade em investigações na área de Educação.

O sistema S-H-C-M indica que as mídias conseguem assumir outras funções, além da função inerente de artefato, inclusive desempenhar dois ou mais papéis de forma simultânea, o



que de certa maneira pressupõe que as mídias podem manifestar “*agency*”, ou seja, elas têm poder de ação para se movimentar e participar da produção do conhecimento. Reafirmamos que, ao mesmo tempo que as tecnologias moldam o pensamento humano elas também são moldadas pelo coletivo de atores humanos.

Essa noção vai além da terceira geração da TA proposta por Engeström (1987), uma vez que a representação do autor não permite esses movimentos, pois seus elementos são bem definidos e o constructo teórico S-H-C-M apresenta uma visão de *agency* das mídias. Assim, o Sistema S-H-C-M admite a moldagem recíproca e o duplo papel da mídia, além de compreender que as mídias transformam a própria noção dos Seres Humanos, ficando difícil visualizar uma divisão dos atores humanos e não humanos, o que não condiz com tratá-las apenas como artefatos do sistema (Domingues, 2020, p. 64).

À luz dessa citação, as concepções que envolvem o sistema S-H-C-M não se “encaixam” perfeitamente em nenhuma das gerações da TA, mas a expande, pois carrega substancialmente influências da 3ª geração e do construto S-H-C-M. Na mesma direção, Souto e Borba (2016; 2018) consideram que o Sistema S-H-C-M se apresenta como uma possível nova vertente da TA, que vem se legitimando nas pesquisas, especialmente na Educação Matemática (*e.g.*, Souto, 2013; Souto; Araújo, 2013, Souto, 2015; Souto; Borba, 2016; Costa, 2017; Silva, 2019; Domingues, 2020).

Importa salientar que no sistema S-H-C-M a posição ocupada pelos atores tecnológicos não é fixa, assim, estudar as cinesias que desencadeiam em mudanças nos papéis desempenhados por esses atores significa olhar para as tensões que emergiram no decurso do processo de moldagem recíproca. Em particular, essa pesquisa almejou responder como ocorre a aprendizagem na disciplina de EDO em coletivos de humanos-com-tecnologias e abordagens pedagógicas alternativas no ensino superior amazônico.



3. Revisão de Literatura

Esta seção traz a revisão de literatura, no âmbito das pesquisas nacionais sobre o ensino de EDO, por considerar que ela ampliará a lente sobre o estágio de desenvolvimento que abrange a pergunta diretriz dessa pesquisa. Entendo que o processo de revisar a literatura é uma espécie de viagem pela temporalidade daquilo que já foi produzido sobre o tema em questão.

Para Marshall e Rossman (2006, p. 43, tradução nossa), a revisão propicia ao pesquisador situar o problema, a reconceituá-lo caso seja necessário, a estabelecer significados sobre o estudo, discernir no que ele se distingue de outras investigações, ajuda na sinalização de possíveis contribuições, “[...] fornece a estrutura para a pesquisa e identifica a área de conhecimento que o estudo pretende expandir”.

Retomando a pergunta de pesquisa que consiste na compreensão de *“como ocorre a aprendizagem na disciplina de EDO em coletivos de humanos-com-tecnologias e abordagens pedagógicas alternativas no ensino superior amazônico”*, essa revisão é direcionada para o ensino das EDO, de forma a evidenciar como ela está sendo trabalhada com as TD e quais as potencialidades e dificuldades apontadas em cada trabalho, no processo de ensino e aprendizagem dessa componente curricular.

Baseada nos resultados encontrados é pontuado ao final dessa seção, a originalidade dessa pesquisa em relação às demais, isto porque, “o propósito do autor na revisão de literatura é localizar o problema de pesquisa, mostrando que ele é original ou como ele se diferencia dos trabalhos já desenvolvidos [...]” (Borba *et al.*, 2020).

Para esse estudo foi utilizada a plataforma de Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e ao delinear os critérios de inclusão de trabalhos foram considerados quatro pontos substanciais: ênfase dada à disciplina de EDO; uso de tecnologias; aplicação em sala de aula e pesquisas no período de 2007 e 2022. Os critérios de exclusão adotados foram: estudos que tratam de EDO, mas sem relação direta com seu ensino; pesquisas com restrições de acesso completo ao texto e pesquisas que abordam EDO sem uso de tecnologias.

Como protocolo inicial, foi realizada a leitura cuidadosa dos resumos. Quando não encontrada as informações necessárias para classificar o trabalho como pertinente à revisão, prosseguiu-se na busca pela pergunta ou problema de pesquisa seguido da metodologia de pesquisa.

É válido mencionar que, o intervalo de tempo definido para a busca me causou inquietação pelo fato de incluir ou não o período que marcava o início da terceira fase das TD,



isto é, 1999. Um dos elementos característicos dessa fase é a calculadora gráfica, mídia que gerou mudanças qualitativas no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Em EDO, o poder de experimentação e visualização de uma calculadora gráfica pode alterar a maneira de pensar do estudante, principalmente no que tange a solução da equação e o significado atribuído a ela. Isto porque, ao manipular os coeficientes e alterar as condições iniciais de um problema, instantaneamente os “*feedbacks*” aparecem na tela do computador, de modo a revelar o comportamento gráfico da solução, em razão disso, podem ocorrer reorganizações no pensamento matemático (Borba; Villarreal, 2005).

Por outro lado, é possível que o acesso reduzido a essas tecnologias nesse período (aqui há contradição, valor e valor de uso) tenha limitado seu uso no espaço de sala de aula. Para melhor elucidar, em 1997 foi criado o Programa Nacional de Informática na Educação (ProInfo) com a finalidade de promover a utilização das TD na Educação Básica, o que incluía a distribuição de computadores, contudo, apenas em 2007 é que o Senado Brasileiro “[...] aprovou proposta que torna obrigatória, até 2013, o acesso a redes digitais de informação, inclusive à *internet*, em estabelecimentos de ensino de todo o país [...]” (Kawasaki, 2008, p. 40).

No ano de 2004 com o advento da *internet* rápida somado à popularização das tecnologias móveis (Borba *et al.*, 2021) surgiram outras possibilidades para o ensino de Matemática. Ao encontro disso, Valente (2019, p.98) afirma que:

[...] com a disseminação das tecnologias móveis sem fio (TMSF) como os tablets, os smartphones, foram criados os cursos e atividades educacionais via esses dispositivos móveis e, com isso, o desenvolvimento de diferentes estratégias de ensino e aprendizagem [...]. A característica comum dessas diferentes estratégias é o fato de as TMSF, uma vez conectadas à *internet*, permitirem o acesso à informação a qualquer momento e em qualquer lugar. Uma vez que a construção de conhecimento não se restringe ao acesso à informação, essas tecnologias também facilitam a interação com professores ou com especialistas que podem auxiliar o aprendiz no processo de significação dessa informação [...].

A citação realça a importância das tecnologias móveis sem fio para o desenvolvimento de estratégias pedagógicas baseadas no uso desses dispositivos. Somado a isso, o acesso à *internet* favorece a comunicação entre estudantes, professores e diversos pesquisadores, independente de localidade e tempo.

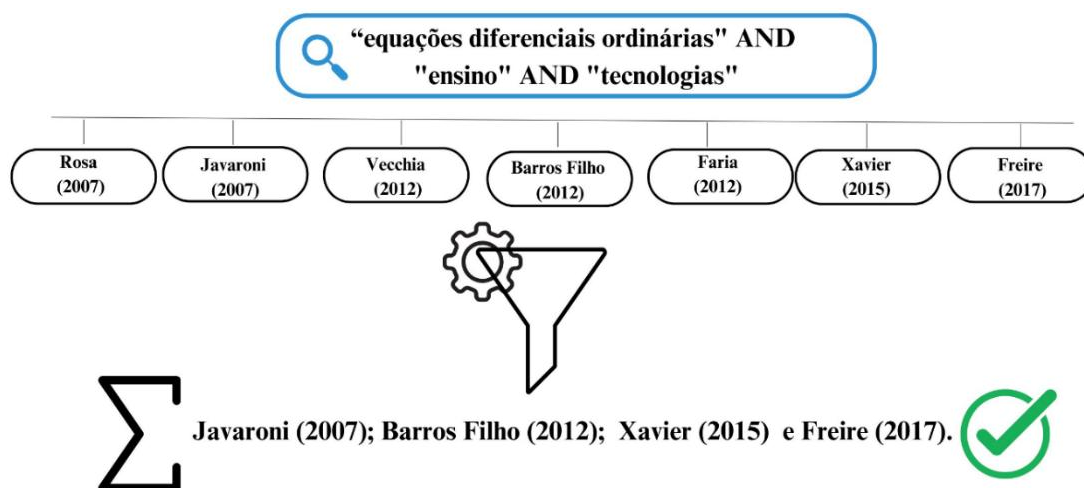
Os fatos citados ajudaram na definição do recorte temporal adotado nesta revisão, que abrange os anos de 2007 a 2022. Esse intervalo, me parece exequível e razoável para compreender como o ensino das EDO está sendo desenvolvido no campo educacional.

Os descritores de busca foram: “equações diferenciais ordinárias” *AND* “ensino” *AND* “tecnologias”. Como resultado, foram identificados sete trabalhos, no entanto, após a leitura



dos resumos, apenas quatro atenderam ao escopo dessa investigação, conforme o esquema da Figura 12.

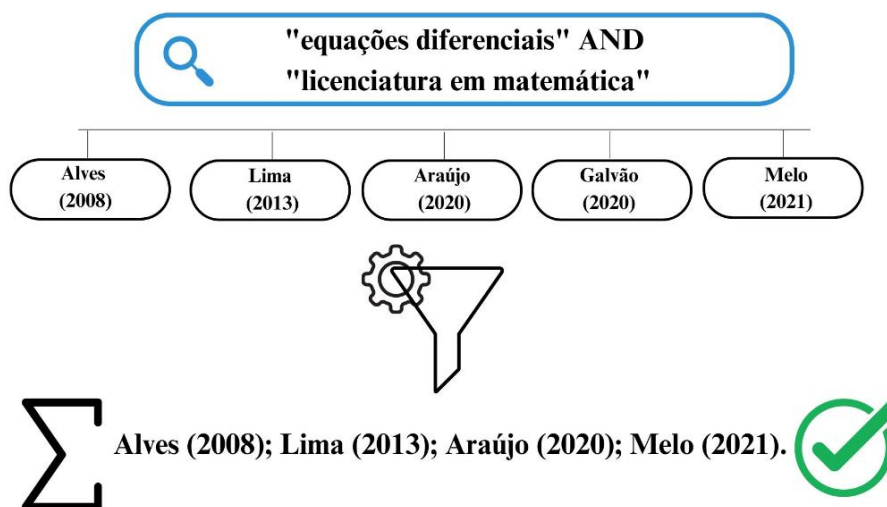
Figura 12 - Resultados encontrados na primeira busca da revisão de literatura



Fonte: Elaborada pela autora.

De posse do número reduzido de trabalhos encontrados, foi realizada uma nova busca com as seguintes *strings*: "equações diferenciais ordinárias" AND "licenciatura em matemática", onde se obteve um total de cinco trabalhos filtrados. Na leitura dos resumos, novamente foram aplicados os critérios de inclusão e exclusão, e em consequência, somente o trabalho de Galvão não contemplou o objeto dessa investigação, assim como mostra a Figura 13.

Figura 13 - Resultados encontrados na segunda busca da revisão de literatura

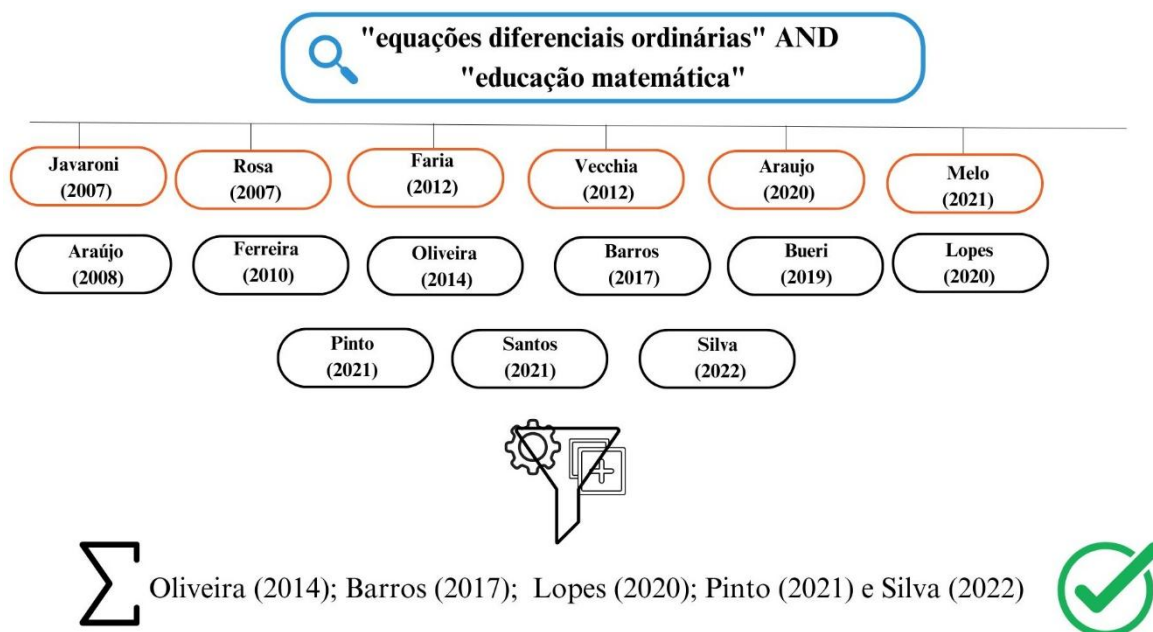


Fonte: Elaborada pela autora.



Nas duas buscas houve o total de oito trabalhos selecionados, e nesse momento, optei por fazer uma nova procura a partir dos descritores: "equações diferenciais" AND "educação matemática", pois considero que esses termos também me aproximam do foco dessa revisão. Os resultados levantados estão representados na Figura 14.

Figura 14 - Resultados encontrados na última busca da revisão de literatura



Fonte: Elaborada pela autora.

Dos 15 estudos encontrados, seis se repetiram no que concerne às buscas anteriores e estão destacados em laranja na Figura 14. Dos títulos restantes, os trabalhos de Araújo (2008); Ferreira (2010); Buéri (2019); Santos (2021) e Silva (2022) não cumpriram aos critérios estabelecidos, com isso, apenas cinco trabalhos foram selecionados nessa última busca. O mapeamento final das pesquisas que constituíram a revisão de literatura desta tese segue apresentado no quadro 1, em ordem cronológica e tipificado como D para dissertação e T para tese.

Quadro 1 - Trabalhos levantados para a revisão de literatura

ANO	AUTOR (A)	TÍTULO	TIPO
2007	Sueli Liberatti Javaroni	Aprendizagem Geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às ED Ordinárias	T
2008	Murilo Barros Alves	Equações Diferenciais Ordinárias em cursos de Licenciatura de Matemática – formulação, resolução de problemas e introdução à modelagem matemática.	D



2012	Aníbal Ataídes Barros Filho	A resolução de problemas físicos com Equações Diferenciais Ordinárias lineares de 1ª e 2ª ordem: análise gráfica com o <i>software Maple</i> .	D
2013	Emerson Agostinho de Lima	Estudo das Equações Diferenciais Ordinárias por métodos numéricos: contribuições para o ensino e para a aprendizagem de alunos da Licenciatura em Matemática.	D
2014	Eliane Alves de Oliveira	Uma engenharia didática para abordar o conceito de Equação Diferencial em cursos de Engenharia	T
2015	Paulo Henrique Farias Xavier	Ensino de Equações Diferenciais Ordinárias baseado no método PBL (<i>Project/Problem – Based Learning</i>), integrado a modelagem computacional com a simulação.	D
2017	Michele Carvalho de Barros	Equações Diferenciais Ordinárias no contexto dos registros de representação semiótica e da modelagem matemática.	T
2017	Talita Breschiliare Piffer Freire	Uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa para o estudo de Equações Diferenciais Ordinárias.	D
2020	Aldo Peres Campos e Lopes	Uma experiência de modelagem matemática no ensino remoto de Equações Diferenciais para cursos de Engenharia.	D
2020	Sebastião Aparecido de Araújo	Utilizando a dimensão sociocrítica da modelagem matemática no ensino de Equações Diferenciais para o curso de licenciatura em matemática.	D
2021	Igor Raphael Silva de Melo	Equações Diferenciais Ordinárias na formação inicial de professores de Matemática através da resolução de problemas.	D
2021	Rieuse Lopes Pinto	Equações Diferenciais Ordinárias de Variáveis Separáveis na Engenharia Civil: uma abordagem contextualizada a partir de um problema de transferência de calor.	T
2022	Alessandro Rosa Silva	Uma proposta de ensino de Equações Diferenciais em cursos de engenharia civil à luz da teoria a matemática no contexto das Ciências.	T

Fonte: Elaborado pela autora.

No total, oito dissertações e cinco teses compõem essa revisão de literatura.

Javaroni (2007) buscou responder à pergunta “quais as possibilidades de ensino e aprendizagem de introdução às equações diferenciais ordinárias através da análise qualitativa dos modelos matemáticos, com o auxílio de Tecnologia de Informação e Comunicação?” (Javaroni, 2007, p. 22). A autora adota uma abordagem qualitativa na pesquisa e no ensino de EDO, neste último caso, o trabalho consiste em estudar o comportamento das soluções baseado no esboço geométrico do campo de direção para a equação, sem a necessidade de resolvê-las analiticamente. O aporte teórico nessa pesquisa é o construto S-H-C-M.



Para a produção dos dados, a autora utilizou como procedimentos técnicos a observação participante, questionários, notas de campo e gravações obtidas com o *software Camtasia*. As atividades foram desenvolvidas em dois momentos, o primeiro deles no ano de 2005 com um projeto piloto e o segundo no ano de 2006 em um curso de extensão universitária. Em termos de análise a autora fez a triangulação dos dados.

A atividade piloto aconteceu em duas sessões de duas horas cada, realizada em uma turma de Cálculo II do curso de Ecologia, visto que um dos conteúdos dessa componente curricular era introduzir as ED. O piloto teve a finalidade de verificar se as questões formuladas estimulariam às discussões em grupo entre os alunos, e de posse dos resultados proceder com os devidos ajustes. A proposta abordou problemas com modelos de crescimento populacional de Malthus e Verhulst.

O curso de extensão foi ofertado aos acadêmicos do Curso de Matemática da Universidade Estadual Paulista, campus Rio Claro. Participaram nove alunos, oito do Curso de Licenciatura e um do Bacharelado, em ambos os casos, os estudantes tinham concluído o curso de CDI de uma variável real. A organização do trabalho ocorreu em duplas e trio, já a duração do curso foi de 36 horas e estruturada em cinco blocos.

O primeiro bloco tratava da identificação de uma EDO, condições de existência, unicidade de solução e seu significado. O segundo bloco discorria sobre modelos de crescimentos populacional, problemas de aquecimento dentre outros, com ênfase para sua análise. O terceiro bloco introduziu a abordagem qualitativa das EDO, por meio de campo de direções, enquanto o quarto bloco apresentava o método de separação de variáveis e a utilização do *Maple*. O bloco cinco vislumbrava à análise de modelos sem soluções expressas analiticamente, porém a autora não conseguiu desenvolver esse bloco devido ao tempo do curso, assim foi dada prioridade aos seminários dos estudantes e explicação de métodos de resolução não previstos no escopo da proposta.

Houve a aplicação de dois questionários, o primeiro objetivava identificar características e especificidades dos participantes, enquanto o segundo abrangia questionamentos teóricos dos conteúdos de EDO, aplicados no início e término do curso de extensão. Para Javaroni (2007), os dados do questionário dariam indicativos dos resultados alcançados no curso de extensão.

As tecnologias usadas na realização dos cálculos e representações gráficas e/ou algébricas foram: lápis e papel e os *softwares Excel, Maple, Winplot e applet*⁴. A autora discorre

⁴ O *applet* é um tipo de programa escrito em Java utilizado geralmente em páginas de *internet* para experiências de interatividade com o usuário.



que em uma mesma atividade várias dessas tecnologias foram utilizadas, pois em sua percepção, elas contribuem na “[...] exploração e investigação de alguns modelos matemáticos e de Equações Diferenciais Ordinárias em geral, buscando interpretar os resultados” (Javaroni, 2007, p. 62).

Das dificuldades enfrentadas Javaroni (2007) cita a falta de compreensão sobre o conceito de derivada, que trouxe dificuldades para o desenvolvimento da proposta já que a abordagem priorizava a análise qualitativa dos modelos. Das contribuições foi assinalada que as mídias assumiram diversas funções em diferentes atividades matemáticas, de maneira a ajudar nas interpretações dos estudantes e na reorganização de suas ideias, todavia Javaroni (2007, p. 166) pondera que isto também depende “da frequência no uso e da familiaridade” que os estudantes têm com as tecnologias.

Em Alves (2008), o problema de pesquisa era “como a equação diferencial com a resolução de problemas e iniciação à modelagem em Ciências complementa a aprendizagem da derivada, ressignificando-a como taxa de variação?” (Alves, 2008, p.12). O autor afirma que apesar das vastas ferramentas computacionais, os cursos de Licenciatura em Matemática permanecem com o ensino de EDO voltado para métodos algébricos e numéricos.

Na pesquisa foram elaboradas atividades investigativas de iniciação à modelagem matemática, com abordagem interdisciplinar do CDI nas áreas de Física, Biologia, Estatística e Economia. O paradigma de investigação era qualitativo e seus participantes, estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Maranhão, *campus* Imperatriz, matriculados na componente de EDO. A aplicação da proposta em dois semestres consecutivos, no primeiro com a participação de 15 duplas e no segundo 13 duplas.

Como procedimentos técnicos foram empregados a observação direta intensiva, entrevistas, anotações e questionários. Houve a aplicação de três atividades investigativas, em que os estudantes eram desafiados a intuir e aplicar seus conhecimentos de Cálculo e Ciências para formular, modelar e resolver o problema proposto.

A aplicação das atividades ocorreu em quatro momentos. No primeiro, o trabalho era em duplas e a atividade voltada para analisar, fazer conjecturas e desenvolver conhecimentos sobre Ciências, sem a exigência de cálculos algébricos e algorítmicos dos métodos de resolução das EDO. O segundo momento consistiu na socialização dos resultados, com a explicação de como os estudantes chegaram à solução da questão.

No terceiro momento as atividades foram retomadas, nessa circunstância, “munidos das teorias de resolução de equações diferenciais” (Alves, 2008, p. 56). Na sequência, foi solicitado



que os estudantes expusessem suas percepções sobre a modelagem e sobre a metodologia aplicada. O quarto e último momento aconteceu no laboratório de informática da instituição, onde as tarefas investigativas foram conduzidas com o *software Maple*. Esse momento promoveu o debate sobre as contribuições das ferramentas computacionais para as aulas de matemática.

As dificuldades encontradas se concentraram: na dependência dos estudantes em recorrer às expressões matemáticas para compreender determinados fenômenos, na falta de interpretação de textos, na diferenciação de grandezas, nos métodos de resolução de integrais e na carência de significados sobre taxa de variação. Esse conjunto de fatores acarretou a desmotivação dos estudantes, contudo Alves (2008) sinaliza que a mediação do processo junto às discussões socializadas contribuiu para a superação dessas dificuldades. O autor pontua que a segunda turma teve mais facilidade nas tarefas investigativas, devido à compreensão do conceito de exponencial daqueles participantes.

Os resultados apontaram que, a sequência didática elaborada para o ensino de EDO, pautada na modelagem matemática e atividades investigativas proporcionou aos estudantes a ressignificação do conceito de taxa de variação. O uso do *Maple* contribuiu para a compreensão do comportamento não linear dos fenômenos estudados, haja visto o seu poder de experimentação, que permitiu mudanças nos parâmetros iniciais dados.

O trabalho de Barros Filho (2012, p. 31) teve como objetivo “propor uma metodologia para a resolução de problemas físicos com ênfase na interpretação gráfica, com utilização do *software Maple*, objetivando trazer contribuições para o estudo de EDO lineares de 1ª e 2ª ordem em cursos de Ciências”. O autor alicerçou sua pesquisa nas teorias de Equilíbrio de Piaget e a Sociointeracionista de Vygotsky e adotou o pressuposto qualitativo de investigação.

As cinco atividades elaboradas foram baseadas em três livros textos de EDO e tratavam de EDO lineares de 1ª e 2ª ordem aplicadas à problemas físicos e com o uso de TD. A fim de promover uma familiarização dos estudantes com o *Maple*, Barros Filho (2012) ofereceu um minicurso e um texto de apoio sobre o conteúdo das atividades com uso do *software*.

As abordagens pedagógicas adotadas por Barros Filho (2012) foram a descoberta guiada e a resolução de problemas. Foram 16 encontros com total de 24 horas. Participaram da pesquisa 12 estudantes matriculados na disciplina de Equações Diferenciais, do curso de Engenharia Elétrica do Instituto Federal de Goiás, *campus* Jataí. Tais estudantes já haviam cursado as componentes de CDI I e CDI II como pré-requisito.



Barros Filho (2012) pontua que os participantes não tinham contato com programas computacionais voltados para o ensino e aprendizagem de Matemática, e isso foi observado nas aulas de estágio docência do pesquisador. Para a produção dos dados foram empregadas: observações, planilhas de resolução das atividades dos estudantes, dois questionários, vídeos capturados com *software Camtasia* e arquivos gerados no *Maple* e disponibilizados via *e-mail*.

As atividades eram feitas em duplas e seguiam três etapas de investigação: interpretação do enunciado; resolução do modelo das equações e análise gráfica dos modelos (Barros Filho, 2012). A etapa de interpretação envolvia verbalização, identificação das variáveis; modelo físico; condições iniciais ou de contorno e compreensão sobre o que se pedia no problema. A próxima etapa era a resolução com uso do *Maple*, seguida da etapa de análise gráfica (Barros Filho, 2012). Para cada atividade foram criadas orientações com dicas e soluções que as duplas poderiam solicitar para “[...] avançar no sentido da construção das soluções dos problemas” (Barros Filho, 2012, p. 93).

As principais dificuldades identificadas foram: dúvidas em trigonometria, erros de sintaxe na manipulação com o *software Maple*, falta de compreensão do conceito de derivada, interpretação gráfica e a preferência por soluções analíticas, principalmente nas primeiras atividades.

Os resultados indicaram que o uso de tecnologias computacionais contribuiu para uma maior compreensão sobre as soluções das EDO trabalhadas, em virtude da visualização gráfica possibilitada pelo *Maple*. Na medida em que os estudantes realizavam comparações entre as soluções geométricas e analíticas, as conjecturas formuladas eram validadas ou refutadas. Para Barros Filho (2012) a metodologia adotada preconizou interações e negociação de significados entre os estudantes, e como consequência, houve uma aprendizagem mais sólida sobre as EDO.

A pesquisa de Lima (2013) teve como objetivo “propor uma sequência didática tal que as aulas de Cálculo Numérico possam conduzir estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática a apossarem-se dos conceitos e elementos essenciais ao uso compreensivo das Equações Diferenciais Ordinárias de 1ª ordem” (Lima, 2013, p. 33). Nesse sentido, a investigação foi fundamentada na aprendizagem significativa ausubeliana.

Foi elaborada uma sequência didática com 10 atividades, direcionadas para o tratamento numérico das EDO. De acordo com Lima (2013), as dúvidas dos estudantes sobre CDI impactavam diretamente na aprendizagem de Cálculo Numérico, e isso era refletido no número de reprovações.



O estudo foi conduzido de forma qualitativa, e os participantes eram 19 acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição de Ensino Superior de Belo Horizonte, matriculados na disciplina de Cálculo Numérico. As técnicas e instrumentos de pesquisa foram a observação participante, registros das tarefas, análise documental dos protocolos de registros dos estudantes.

É pertinente salientar que, o pesquisador fez uso do *software VCN* para a plotagem dos gráficos, no entanto, aos estudantes foi permitida a utilização de lápis, papel pautado, régua e calculadora, seja para a realização dos cálculos ou para a representação gráfica das soluções. Cada atividade foi desenvolvida individualmente.

Na visão dos estudantes, as principais dificuldades abrangeram a falta de conhecimento de algumas fórmulas descritas nas atividades; lacunas relativas à aprendizagem de CDI; condições mais adequadas para as construções gráficas; falta de tempo para conclusão das atividades, falta de domínio no uso da calculadora e cálculos extensos na expansão das séries de Taylor.

Algumas dessas questões também foram abordadas por Lima (2013), e em consequência, ao final o autor sugere adequações na proposta, tais como: o uso do *software VCN* na resolução das atividades, maior tempo para a aplicação da sequência didática e a seleção de funções mais elementares para o trabalho com métodos numéricos. Quanto as contribuições, o autor destaca que as atividades favoreceram na revisão dos conteúdos de CDI e no estabelecimento de associações entre o cálculo numérico, o CDI e as EDO.

Oliveira (2014) investigou “quais componentes devem estar presentes em estratégias de ensino que favoreçam a aprendizagem de estudantes acerca de EDO e suas aplicações em cursos de Engenharia Ambiental e em Engenharia de Produção [...]” (Oliveira, 2014, p. 43). Os aspectos teóricos-metodológicos adotados foram a Teoria das Situações Didáticas e a Engenharia Didática desenvolvida em quatro fases: construção das situações e análise *a priori*, experimentação, análise *a posteriori* e validação.

A Engenharia foi composta por quatro guias. As situações-problemas eram baseadas em livros textos e exploravam aspectos gráficos, algébricos e numéricos das EDO com uso do *software GeoGebra*. No primeiro guia havia seis atividades que abordavam a derivada da função de uma variável real, ordem de uma EDO, solução e solução geral de uma EDO. O segundo guia continha cinco atividades com problemas de valor inicial, interpretação geométrica da derivada e interpretação da solução de uma EDO com uso do *GeoGebra*. O terceiro guia incluiu seis atividades que tratam do estudo qualitativo das EDO. O quarto guia



reunia três atividades relacionadas à definição de uma EDO de 1ª ordem de variáveis separáveis com seu respectivo método de resolução, abordagens algébrica e geométrica de problemas de valor inicial.

A pesquisa foi de cunho qualitativo e contou com a participação de 13 estudantes do Curso de Engenharia Ambiental e três estudantes do Curso de Engenharia de Produção da Universidade do Estado do Pará. Ao todo foram seis encontros com a turma, quatro deles reservados às sessões de ensino. Os procedimentos técnicos para a produção dos dados consistiram em guias das atividades respondidas; questionário; diário de campo, testes antes e depois da aplicação da proposta.

Oliveira (2014) assinala que todos os participantes já haviam cursado CDI, com parte da ementa voltada para as EDO. Mesmo assim, a falta de compreensão do conceito de derivada e integral se apresentou como um dos maiores obstáculos na aplicação da proposta. Outro aspecto observado foi a dependência dos estudantes em validar as respostas junto ao professor, comportamento que gradualmente diminuiu no decorrer dos encontros (Oliveira, 2014).

Os resultados apontaram que o uso do *GeoGebra* motivou a participação dos estudantes na realização das atividades, de modo especial no que se refere à construção dos campos de direções. Já o trabalho em duplas favoreceu a elaboração de argumentos e justificativas para as soluções encontradas, enquanto as situações-problemas contribuíram na formulação de conjecturas e na validação das hipóteses (Oliveira, 2014).

O próximo estudo consistiu em “analisar o processo de aprendizagem e a interação de discentes em um trabalho cooperativo quanto utiliza-se a aprendizagem baseada em problemas com lastro na teoria dos campos conceituais de Vergnaud” (Xavier, 2015, p. 4). A pesquisa foi caracterizada como mista e na parte quantitativa o autor optou pela Escala de *Likert* para validação dos dados.

Os conteúdos discutidos foram ordem e grau de uma EDO, definição, EDO de variáveis separáveis, soluções e modelos matemáticos (circuitos, problemas de mistura, crescimento e decrescimento exponencial, entre outros). Os participantes da pesquisa eram acadêmicos de quatro turmas (duas por ano) do Curso de Engenharia Mecânica de uma Faculdade Privada, na cidade de Salvador, matriculados na disciplina de Cálculo A, onde são trabalhados alguns conteúdos de EDO. Xavier (2015) procurou estabelecer comparativos entre a metodologia de ensino tradicional e as estratégias do método *PBL* com uso do *software Winplot*.

O autor argumenta que a escolha metodológica impacta em termos quantitativos na aprovação dos estudantes. Xavier (2015, p.18) aplicou em um semestre o “modelo tradicional



de ensino” com 47 estudantes, e ao avaliá-los seguiu parâmetros deste modelo (reprodução de questões similares as trabalhadas em sala), onde 15 tiveram aprovação, 23 reprovação e nove desistências.

No semestre subsequente, a amostra foi de 42 alunos, em que foram realizadas duas avaliações no modelo tradicional e uma após a aplicação do método *PBL*, que usava na metodologia de ensino o uso do *Winplot*. Nessa ocasião, as duas primeiras avaliações tratavam do estudo de funções, limites, derivadas e integrais, e a última especificamente de EDO. Como resultados, respectivamente 7 e 14 estudantes alcançaram a média, enquanto na última avaliação esse quantitativo aumentou para 16. Aqui, o número de desistentes foi de 16 (Xavier, 2015).

Os resultados alcançados nas demais turmas se assemelhou ao ocorrido nas supracitadas. Importa enfatizar que independentemente do método aplicado houve um número significativo de desistências, mas Xavier (2015, p. 32) pondera que, “dentro da instituição, em se tratando da disciplina em questão, esta quantidade está dentro da média”.

Há poucos dados analisados qualitativamente, ainda que a pesquisa tenha sido classificada como mista. Xavier (2015) considera que a falta de interpretação dos problemas foi uma das dificuldades encontradas na pesquisa, mas afirma que o método *PBL* atrelado ao uso de *softwares* computacionais influenciou na aprendizagem de conceitos relacionados as EDO, o que para ele, foi corroborado com os resultados obtidos na avaliação.

Barros (2017) propôs “investigar o potencial de uma sequência de situações, envolvendo problemas no contexto da Modelagem Matemática, na perspectiva dos registros de representação de semiótica e das mudanças de domínio na condução do processo de aprendizagem das EDO [...]” (Barros, 2017, p. 8). Nesse contexto, foi desenvolvida uma sequência de situações com os problemas inspirados em livros textos de EDO e sob a perspectiva da Engenharia Didática.

A abordagem foi qualitativa e o contexto para a produção dos dados foi um curso de extensão, com carga horária de 27 horas, ofertado na Universidade Federal Tecnológica do Paraná, *campus* Campo Mourão. Um dos requisitos para inscrição era ter cursado previamente CDI I e estar matriculado ou em EDO ou em Matemática II, componentes que tratavam das EDO em sua ementa. Os participantes eram 16 acadêmicos dos cursos de Engenharias Ambiental, Civil, Alimentos e Eletrônica.

A aplicação da sequência foi dividida em duas etapas. Na primeira havia nove atividades que abrangiam registros de representação semiótica e o conceito de EDO em diferentes domínios da Matemática (Álgebra, Geometria Analítica, entre outros). Na segunda etapa havia



três problemas de modelagem matemática com as EDO. Enquanto, a primeira destacava aspectos qualitativos do conceitos das EDO, a segunda privilegiava à aplicação do que foi estudado na fase anterior, em situações de modelagem, duas delas definidas pela pesquisadora e uma escolhida pelos estudantes.

As atividades eram discutidas em grupo, porém cada aluno precisava responder às questões em folhas individuais. As respostas eram divulgadas no encontro seguinte, sem quaisquer identificações dos estudantes, logo após, eram amplamente discutidas para validar ou refutar as soluções apresentadas. Nesse processo, Barros (2017) também participava dos diálogos e negociações.

O uso dos *softwares Maple e GeoGebra* fazia parte das ações de algumas atividades, precisamente para construir campos de vetores ou para a plotagem de gráficos de funções. Em ambos os casos, foi fornecido material de apoio com comandos específicos e funcionalidades de cada *software* aplicados à exemplos similares aos da atividade. O *software* PSIM foi usado somente em atividades de modelagem. Conforme assinala Barros (2017), o *Maple* foi o *software* que os estudantes tiveram mais dificuldades em manusear, devido não estarem habituados a usá-lo.

Outras dificuldades também foram apontadas na pesquisa de Barros (2017) dentre elas: a falta de assiduidade de um dos grupos; pouca clareza sobre os conceitos de derivada, integral e campos de vetores; desafios para estabelecer relações entre a solução de uma equação diferencial e uma função, ou ainda, suas famílias de funções. Para Barros (2017), tais dificuldades refletem um ensino de Matemática que privilegia técnicas algébricas de resolução.

Como contribuições, a maioria dos estudantes conseguiram ao final da segunda etapa relacionar a EDO com a taxa de variação. De acordo com Barros (2017, p. 247), as possibilidades oferecidas pelos programas computacionais favoreceram à aprendizagem da disciplina, isto porque, permitiu “a interação entre diferentes domínios matemáticos e registros de representação semiótica para o estudo das EDO”, além do desenvolvimento de diversas estratégias investigativas.

A investigação de Freire (2017) teve como objetivo desenvolver e colocar em prática uma unidade de ensino potencialmente significativa (UEPS), associada ao uso de tecnologias em atividades de modelagem na disciplina de EDO. A abordagem da pesquisa foi qualitativa, os pressupostos teóricos por sua vez, alicerçados na aprendizagem significativa ausubeliana. Os dados foram analisados à luz da Análise Textual Discursiva (ATD) e do *software* ATLAS TI 8.0 empregado para decodificar e desconstruir os dados.



Participaram da pesquisa 21 estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática, das Faculdades Integradas do Vale do Ivaí, que cursavam a disciplina de EDO e que foram aprovados nos componentes de CDI I e CDI II. Os instrumentos utilizados na produção dos dados foram o registros dos estudantes no caderno pedagógico, questionários, avaliações, áudios e vídeos capturados nas aulas e arquivos digitais com as resoluções das atividades propostas.

O trabalho foi desenvolvido na turma em que a pesquisadora era docente, e as equipes formadas conforme às escolhas dos estudantes. Segundo Freire (2017), a modelagem matemática e as tecnologias contribuíram de forma efetiva no trabalho docente e na aprendizagem dos estudantes.

A inserção da modelagem proporcionou o desenvolvimento da autonomia e da experimentação, uma vez que os estudantes eram instigados a buscar soluções em um ciclo de acontecimentos, que envolviam entender, simplificar, estruturar, matematizar, interpretar, validar e socializar os resultados. Freire (2017) identifica que a participação das tecnologias se deu em três contextos. No primeiro, o uso da tecnologia era proposto na atividade pela docente, já no segundo caso, o próprio estudante considerava a tecnologia como meio para realizar cálculos matemáticos. Por fim, no último caso, a tecnologia era usada como fonte de pesquisa, para obter mais informações do tema estudado. As tecnologias utilizadas pelos estudantes foram à *internet* e a planilha do *Excel*.

As dificuldades enfrentadas foram a inexperiência no trabalho com a modelagem matemática e falta de familiaridade no uso das TD nas aulas. Para Freire (2017) houve indícios de que a aprendizagem significativa ocorreu, observados na implementação da UEPS, na identificação de subsunçores e na progressão dos níveis de dificuldade das questões, corroborados por intermédio das resoluções das atividades.

Em Lopes (2020, p. 25) o problema de pesquisa consistiu em compreender “quais são as possíveis contribuições de atividades de Modelagem Matemática ao ensino remoto de equações diferenciais para alunos de Engenharia”. O referencial teórico foi estruturado na modelagem matemática e o delineamento metodológico foi qualitativo.

As técnicas e instrumentos da pesquisa abrangeram a observação, diário de campo, registros das atividades dos alunos e questionário. A pesquisa se desenvolveu prioritariamente no período pandêmico da Covid 19, em consequência, as aulas aconteceram por meio de videoconferências no *Google Meet* e para os fóruns de discussões e exercícios avaliativos foi usada a plataforma *Moodle*.



O contexto foi a Universidade Federal de Itajubá, *campus* Itabira, e contou com a participação de duas turmas do Curso de Engenharia, matriculados na componente de Equações Diferenciais I. Lopes (2020) ressalta que não houve desistências, entretanto, a frequência nas aulas foi baixa se comparada ao índice apresentado nas aulas presenciais.

O trabalho com a modelagem ocorreu em oito encontros e em um único mês. As atividades foram desenvolvidas em grupos e dispostas em dois blocos. O primeiro bloco tratava das EDO de 1ª ordem, enquanto o segundo das EDO de 2ª ordem. Cada bloco trazia dois problemas para serem discutidos e solucionados pelos estudantes. As atividades de modelagem seguiam 10 passos: matematização da lei Física, resolução da equação, condições iniciais ou de contorno, substituição das constantes, desenvolvimento dos cálculos, modelo matemático, gráfico do modelo, descrição do fenômeno, análise da equação do modelo e análise crítica do modelo (Lopes, 2020).

De acordo com Lopes (2020) o tempo para o desenvolvimento das atividades de modelagem não foi suficiente para que os alunos concluíssem no horário as aulas. Logo, os estudantes precisaram se reunir extraclasse e *online* para finalizar o trabalho.

Os *softwares* usados pelos estudantes foram o *LaTeX*, *Word*, *Power Point*, editores de vídeos e o *GeoGebra*. No que se refere ao *GeoGebra*, Lopes (2020, p. 146) afirma que ele “contribuiu não somente para uma compreensão do modelo, mas também para a aprendizagem de EDO”.

Dos obstáculos, os estudantes externaram a falta de um ambiente propício para estudo, pouco tempo para a execução das atividades e acesso limitado à *internet*, embora a instituição tenha subsidiado um auxílio para este fim. Referente às atividades, as dificuldades se concentraram no segundo bloco e abrangeram a determinação dos parâmetros numéricos, esboço de gráficos, interpretação do modelo e considerações finais sobre o tema (Lopes, 2020).

Dentre as contribuições apontadas, o trabalho com modelagem motivou os estudantes para a participação nas aulas, isto porque, as atividades exigiram mais autonomia no processo de produção matemática. Somado a isso, os temas trabalhados (absorção de álcool no organismo e risco de acidente, dietas, comportamento de compra do consumidor e propagação de epidemias) geraram uma leitura crítica da realidade e das conexões entre a Matemática e as outras áreas do conhecimento.

A investigação de Araújo (2020, p. 32) teve como objetivo central “identificar e analisar as possíveis contribuições de atividades de Modelagem Matemática numa perspectiva sociocrítica para a aprendizagem de Equações Diferenciais no curso de Licenciatura em



Matemática”. O delineamento foi qualitativo e os participantes eram 12 estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática, das Faculdades *Doctum* de Ipatinga de Minas Gerais.

Devido a pandemia da Covid-19, a pesquisa se desenvolveu na plataforma do *Google Meet* e no aplicativo de *WhatsApp*. Os encontros aconteceram uma vez por semana, com duração de quatro horas cada, com total de 16h.

As atividades propostas assumiram a perspectiva sociocrítica para a modelagem, que “concebe a modelagem como sendo uma metodologia de ensino da Matemática com embasamento teórico sustentada nas teorias construtivista e sociointeracionista” (Araújo, 2020, p. 85). As aplicações tratavam de crescimento populacional e foram trabalhadas de maneira exploratória, segundo a Lei de *Malthus* e *Verhulst*.

Os procedimentos técnicos para a produção dos dados reuniram observações, diário de campo, gravações de áudio e vídeo, impressões de tela, e questionários com perguntas abertas para avaliação das atividades. O método de análise dos dados foi a triangulação.

Os estudantes trabalharam em quatro grupos formados de acordo com suas escolhas. A primeira atividade foi uma palestra sobre Educação Matemática e Modelagem, para discutir conceitos e perspectivas dessa metodologia para o ensino da Matemática.

Na sequência houve à implementação da modelagem em cinco etapas: i) escolha do tema; ii) pesquisa exploratória; iii) levantamento do problema; iv) resolução do problema aliado ao conteúdo matemática e v) análise crítica da solução (Lopes, 2020). O autor frisa que a primeira etapa não foi contemplada, pois o objeto de estudo estava definido e era EDO.

Sobre as TD, Araújo (2020) argumenta que a partir dos dados obtidos na *internet* sobre o crescimento da população brasileira, discussões foram geradas e outros temas despontaram, como por exemplo, políticas públicas. Os estudantes utilizaram ainda vídeos do *Youtube* e os *softwares MatLab* e Numérico, que foram essenciais nos cálculos de estimativa do problema.

As dificuldades enfrentadas incluíram a formalização de conceitos básicos da matemática, a carência de significados do conceito de funções, pouca familiaridade com a metodologia empregada e problemas na interpretação de textos e gráficos. Como contribuições, Araújo (2020) destaca que os conhecimentos obtidos foram além de aplicações e ressignificação de conceitos trabalhados em EDO. Isto porque, os debates promoveram reflexões sobre cultura, questões sociais e a necessidade urgente da inserção das TD nas aulas de matemática.

Em Melo (2021) o objetivo principal da pesquisa foi analisar as estratégias metodológicas da resolução de problemas em EDO, nos cursos de Licenciatura em Matemática.



O modelo metodológico assumido foi de Romberg-Onuchic e paralelamente a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

A investigação foi qualitativa e os dados produzidos em um curso de extensão ofertado virtualmente, por meio da plataforma *Zoom Meetings*, com duração de 30 horas. Um requisito mínimo para participação era ter concluído com aproveitamento o curso de CDI I e CDII.

Os 27 participantes eram formados por estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Campina Grande, *campus* Cuité, e licenciandos e professores de outros estados brasileiros. As técnicas e instrumentos de pesquisa adotados foram a observação, questionários no *Google Forms*, gravações de áudio e vídeo, diário de campo, roda de conversa e materiais produzidos pelos participantes compartilhados digitalmente no *Google Sala de Aula* e no *WhatsApp*.

O modelo metodológico foi dividido em três blocos, em um conjunto de 11 atividades. O primeiro bloco contemplou o fenômeno de interesse, modelo preliminar, relação com ideias de outros, modelo modificado e pergunta ou conjecturas. Já o segundo bloco envolveu a seleção de estratégias e procedimentos de pesquisa, enquanto o último bloco visou a coleta e interpretação de evidências, relato dos resultados e antecipar as ações dos outros (limitações e possibilidades de novos estudos).

O projeto de ensino continha problemas geradores, perfazendo oito situações-problema. As atividades foram realizadas em grupos e os alunos interagiam virtualmente, onde conversam e discutiam sobre as situações-problema. Melo (2021) discorre que na introdução da metodologia proposta, adaptada ao ensino remoto, os participantes tiveram dificuldades em entender a dinâmica e o pesquisador em aplicá-la, mas pondera que um roteiro fornecido contribuiu para a superação desse obstáculo.

Melo (2021) argumenta que o modelo metodológico impactou positivamente na postura dos participantes acerca da compreensão dos conceitos, teoremas e aplicações das EDO, assim como no processo formativo dos professores e futuros professores ao terem contato com essa abordagem, em contextos *online*.

O estudo de Pinto (2021, p. 49) procurou responder “quais as contribuições trazidas por um Evento Contextualizado, construído a partir de um problema de transferência de calor, para a aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias de variáveis separáveis por graduandos em Engenharia Civil”. A abordagem da investigação foi qualitativa e a base teórica alicerçada na Teoria da Matemática no Contexto das Ciências (TMCC) de Gallardo.



Os participantes eram 21 acadêmicos do Curso de Engenharia Civil de uma Universidade Particular em Minas Gerais, matriculados na disciplina de Cálculo II, onde a pesquisadora era docente. Todos os participantes já haviam cursado Cálculo I.

Para a produção dos dados foram utilizados a observação participante, notas de campo, vídeos, gravações de áudio e registros escritos dos estudantes. A análise dos dados seguiu à perspectiva da TMCC, Teoria dos Campos Conceituais, Teoria dos Registros de Representação Semiótica, análise de conteúdo e para a codificação dos dados a Teoria Fundamentada.

Foi elaborado um evento contextualizado (EC) com seis atividades. Segundo Pinto (2021), o EC consiste na elaboração de um problema que interliga disciplinas matemáticas e não matemáticas. O tema escolhido foi transferência de calor e por meio dele, os estudantes estudaram EDO de 1ª Ordem de Variáveis Separáveis.

A implementação da proposta ocorreu em seis momentos, cada um com quatro horas de duração. Os alunos foram organizados em trio mediante as respostas obtidas na aplicação de um questionário. No desenvolvimento do EC a investigadora contou com a colaboração de duas outras professoras, que abordaram conteúdos básicos de Física. Para Pinto (2021), essa troca foi fundamental para o esclarecimento das dúvidas (Lei de Fourier, conversão de escalas, fluxo de calor e taxa de transferência de calor) que dificultavam à execução da atividade.

As dificuldades quanto aos conteúdos matemáticos permearam notações, linguagem simbólica, identificação de variável dependente e independente, cálculo de derivadas parciais e gradiente. Outro obstáculo mencionado foi a carência na atribuição de sentidos sobre o que é aprendido, isto porque, parte dos estudantes conseguiam realizar os cálculos, porém, não entendiam seu significado. Essas constatações ficaram em evidência nas situações que exigiam a compreensão de taxa de variação, integrais, funções e logaritmos.

Para coletar dados e proceder com os cálculos necessários, os estudantes precisaram usar várias tecnologias: sensores analógicos, plataforma *Arduino Mega*, microcontrolador *ATmega* e *framework SciPy*. Em algumas aulas, os estudantes pesquisavam suas dúvidas na internet em seus *smartphones*, em outro momento, um estudante questionou Pinto (2021) sobre a possibilidade de representar graficamente a solução de uma EDO no *GeoGebra*, o que foi respondido e esboçado pela pesquisadora. Para Pinto (2021) o EC promove a interdisciplinaridade, a autonomia e argumentação, por exigir dos estudantes compreensões que perpassam técnicas e resoluções algébricas.

O último trabalho teve como propositura “analisar, em termos de aprendizagem sobre EDO por um grupo de alunos de Engenharia Civil, os resultados obtidos por meio da



implementação de uma estratégia didática com base em atividades problematizadoras e contextualizadoras elaboradas à luz da TMCC” (Silva, 2022, p. 62). O delineamento da pesquisa foi qualitativo e o aporte teórico baseado na TMCC de Gallardo.

Os procedimentos técnicos empregados foram gravações em áudio e vídeo, registros das produções dos alunos disponibilizadas no *Google Classroom* e as anotações do pesquisador. Os dados analisados seguiram à ótica da TMCC e a Teoria dos Campos Conceituais. Houve um estudo piloto com sete estudantes de Engenharia Civil, que ainda não tinham alcançado aprovação em EDO. Para Silva (2022), esse momento forneceu subsídios para adequar o EC.

Os participantes da pesquisa foram 10 estudantes da turma de Cálculo III, da Universidade de Montes Claros, do curso de Engenharia Civil. A implementação do EC foi *online* e ocorreu em cinco encontros com duração de três horas cada, cedidos pela professora da disciplina. O EC foi estruturado em dois eixos, o primeiro consistia em uma sequência de ensino contextualizada, já o segundo uma sequência descontextualizada, que de acordo com Silva (2022) dava ênfase ao rigor e formalismo matemático. As atividades eram desenvolvidas em grupos e a composição das equipes aconteceu análoga a pesquisa de Pinto (2021).

A situação criada por Silva (2022) para o EC discorria sobre inclinação de vigas em balanço sujeita a carga concentrada. Para aproximar os sujeitos da proposta, o pesquisador elaborou atividades relacionadas ao EC, para serem desenvolvidas em grupos e medidas pelo *software Ftool*. Para Silva (2022, p. 176), o uso do programa “proporcionou um ambiente interativo para que os estudantes pudessem simular uma viga, alterando com rapidez os comprimentos, seções transversais e materiais que desejassem”.

No segundo encontro, foram indicados três vídeos para explorar e iniciar discussões sobre o tema, enquanto no terceiro e quinto encontros, os estudantes foram direcionados a consultar páginas da *internet*, seja para complementar o estudo do material disponibilizado, ou para proceder com a conversão de unidades de medidas. No quarto encontro houve a participação de um engenheiro civil que palestrou sobre o estudo de vigas nas construções.

Algumas das dificuldades elucidadas por Silva (2022) abrangem, a comunicação das ideias que levaram a resolução do problema; dúvidas sobre o uso do *software Ftool*, limitação de tempo para aplicação do EC e falta de atribuição de significados das definições matemáticas. Segundo Silva (2022), o EC favoreceu o trabalho colaborativo e possibilitou transposições quanto a representação gráfica de uma função polinomial de grau um e a representação do momento fletor no contexto da viga, no estudo das EDO de variáveis separáveis.

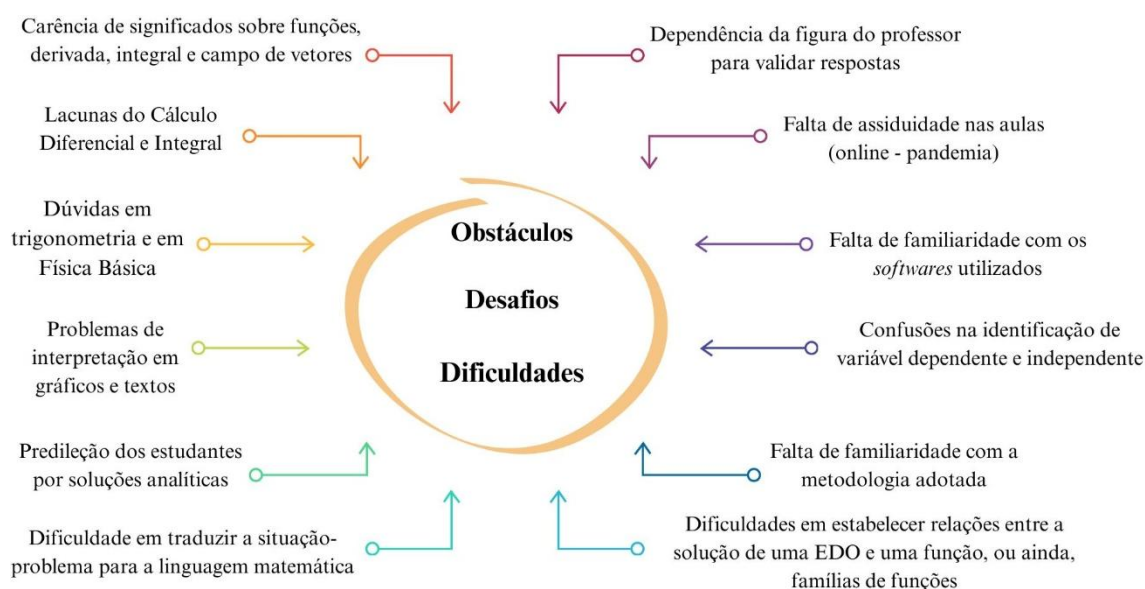


Nas pesquisas que compõem essa revisão de literatura, em todas é mencionado que o ensino de EDO é majoritariamente centrado em técnicas de resolução analíticas, de modo que quando os estudantes são submetidos a situações-problema, eles apresentam dificuldades em decodificar e interpretar o que se pede na questão, e consequentemente, aplicar os conceitos matemáticos na resolução do problema.

Outra característica comum nas pesquisas é que os participantes já haviam cursado com aproveitamento ao menos a disciplina de CDI. Um dos motivos para isso pode estar relacionado aos pré-requisitos estabelecidos nas matrizes curriculares de Ciências Exatas, no caso de EDO isto está ancorado ao CDI. De acordo com Rezende (2003), o regime de pré-requisitos é uma peculiaridade do modelo cartesiano de conhecimento, em que o conhecimento matemático é visto como uma escada ou pirâmide.

Apesar do pré-requisito exigido, uma das dificuldades mais citadas na implementação das propostas metodológicas foi a “falta de base”, no caso de EDO envolve o CDI, enunciadas tanto pelos participantes quanto pelos pesquisadores. Para Rezende (2003, p. 32) “[...] ao invés de se fazer menção a uma “falta de base” dos estudantes, o que se precisa fazer, de fato, é estabelecer os conceitos básicos e necessários para se aprender as ideias básicas de Cálculo”. Acredito que essa “falta de base” também é reflexo de uma prática cristalizada no ensino da Matemática, desde o ensino básico, que tende a privilegiar mais para as representações algébricas e analíticas. Na Figura 15 são destacadas os obstáculos, desafios e dificuldades sobre o ensino e aprendizagem de EDO mencionados nessas pesquisas.

Figura 15 - Dificuldades enunciadas sobre o ensino e aprendizagem de EDO



Fonte: Elaborada pela autora.



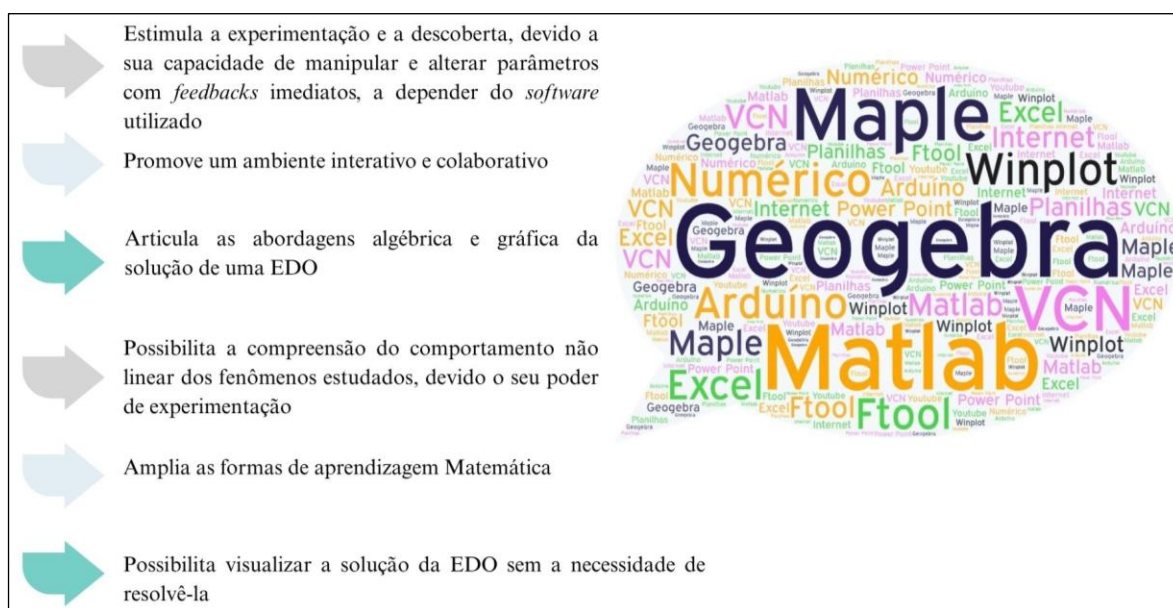
Como pode ser observado na Figura 15, além das “lacunas” ou “falta de base” de Matemática, a falta de familiaridade no uso das TD nas aulas de Matemática também se apresenta como um desafio para esse processo. Nesse sentido, Oliveira (2013, p. 7144) argumenta sobre a necessidade de dominar as ferramentas de uma interface, para que “[...] a tecnologia associada possa se transformar em extensão da memória, do pensamento, de procedimentos de construção e de conjectura [...]”.

Sobre os participantes, estes eram estudantes ou de Licenciatura em Matemática (sete estudos) ou das Engenharias (seis estudos). Dentre os conteúdos trabalhados destacaram-se: conceito de EDO, EDO Lineares de 1ª e 2ª ordem, EDO de Variáveis Separáveis e aplicações envolvendo EDO de 1ª ordem.

Quanto às abordagens pedagógicas abrangeram a Engenharia Didática, método PBL, modelagem Matemática e resolução de problemas. Dos 13 trabalhos selecionados na revisão, cinco deles usavam a modelagem e três a resolução de problemas, e em dois deles, ambas as estratégias foram adotadas. Já em relação à base teórica, somente a pesquisa de Javaroni (2007) assume a perspectiva do construto S-H-C-M, mas sem a lente do Sistema S-H-C-M. No demais estudos houve prevalência para as Teorias da Aprendizagem Significativa, Campos Conceituais e Registros de Representação Semiótica.

Adiante, a Figura 16 retrata algumas das contribuições das TD no ensino das EDO, bem como as tecnologias mais utilizadas.

Figura 16 - Contribuições e tecnologias utilizadas nas pesquisas



Fonte: Elaborada pela autora.



Mesmo que a falta de fluência no uso das TD tenha sido apontada como uma das dificuldades enfrentadas, essas tecnologias contribuíram significativamente na superação dos obstáculos e desafios para a aprendizagem de EDO, conforme disposto na Figura 16. Isso ocorreu na medida em que os estudantes interagiam com as tecnologias, recebiam os *feedbacks* e refletiam sobre o conjunto de informações disponibilizadas.

Na nuvem de palavras da Figura 16 estão destacados os *softwares* usados nas pesquisas, dentre eles: *Maple*; *GeoGebra*; *MatLab*; *Numérico*; *Winplot*; *VCN*; *Arduíno* e *Ftool*. Outras tecnologias também participaram das situações propostas, como por exemplo, a *internet*, planilhas do *Excel*, *Power Point* e *Youtube*.

Com essa visão mais direcionada sobre o estágio atual do processo de ensino e aprendizagem das EDO, considero que essa investigação, se aproxima de alguns trabalhos no tocante ao uso de tecnologias nas aulas e no enfoque dado às EDO, que é qualitativo. No entanto, na propositura desta tese é trazido em uma das atividades, uma tecnologia até então não utilizada, o ChatGPT. Adicional a isso, o contexto para a produção dos dados e a própria base teórico-metodológica assumida, também se constituem pontos que diferenciam esse estudo dos demais, em especial, a aproximação dos miniclones com a natureza e pressupostos das MA, o que realça ainda mais a originalidade dessa pesquisa.



4. Aspectos Metodológicos da Pesquisa

Começo esta seção com um fragmento de Bicudo (1993) sobre a pesquisa em Educação Matemática, para dar ênfase à visão da autora no que diz respeito ao ato de pesquisar, isto porque coaduno com essa percepção.

Pesquisar configura-se como buscar compreensões e interpretações significativas do ponto de vista da interrogação formulada. Configura-se, também, como buscar explicações cada vez mais convincentes e claras sobre a pergunta feita. Essas configurações delineiam seus contornos conforme perspectivas assumidas pelo pesquisador: Buscar compreensões e interpretações? Responder a perguntas? Solucionar problemas? Entretanto, não há uma última resposta, uma solução definitiva, não há compreensão e interpretações plenamente desenvolvidas e que dão conta de todas as dimensões do fenômeno interrogado. Mas há sempre o “andar em torno ... outra vez e outra ainda ...”. Há sempre o andar cuidadoso, que solicita rigor e sistematicidade (Bicudo, 1993, p. 18).

As inquietações advindas da ação pedagógica me impulsionaram a buscar por compreensões e interpretações a respeito da aprendizagem Matemática, em especial, a aprendizagem de EDO. Isto implicou o caminhar em torno da pergunta de pesquisa desta investigação que buscou responder: “como ocorre a aprendizagem na disciplina de EDO em coletivos de seres-humanos-com-tecnologias com abordagens pedagógicas alternativas no ensino superior amazônico”.

Na citação de Bicudo (1993), esse andar precisa ser cauteloso, o que exige do pesquisador seriedade, coerência, disciplina, organização e compromisso com o método escolhido, sem deixar, no entanto, como plano de fundo a “pluralidade de vieses, tempos e espaços” (Fernandes; Garnica, 2021, p. 9). Os dois últimos autores refletem que o caminho não é estático e que esse trilhar se constrói também nas experiências vivenciadas, o que não significa desprezar e ignorar os livros de metodologia, mas “abraçar uma dimensão política” para a metodologia de pesquisa (Fernandes; Garnica, 2021, p. 6).

Nesta mesma direção, Borba *et al.* (2020), Souto (2015) e Bodgan e Biklen (1994), discutem que a opção metodológica empregada em toda e qualquer pesquisa necessita estar articulada ao referencial teórico do trabalho e em simetria com a visão de conhecimento do pesquisador. Assim, assumimos a visão de não encapsulação da aprendizagem proposta por Engeström (2002), e a perspectiva de Borba (1999), Borba e Villarreal (2005) e Souto (2013), que evidenciam o protagonismo das mídias para a produção do conhecimento matemático, visto que elas reorganizam o pensamento humano.

Considerando que o objetivo foi compreender como se desenvolveram os miniciclones de aprendizagem expansiva em uma disciplina de EDO no curso de Licenciatura em



Matemática da Universidade do Estado do Amazonas, utilizando tecnologias e abordagens pedagógicas alternativas, declaramos como paradigma de pesquisa a abordagem qualitativa. Para Bogdan e Biklen (1994), seu processo de condução pode ser compreendido como um diálogo entre aquele que pesquisa e os sujeitos envolvidos.

Neste tipo de delineamento, o que mais interessa aos pesquisadores é o processo e não somente os resultados ou produtos alcançados (Bogdan; Biklen, 1994). O investigador qualitativo se preocupa com o contexto e a história do local onde a pesquisa ocorrerá, por entender que ações, palavras ou gestos não devem ser separadas do contexto em que os sujeitos estão inseridos, do contrário, perderiam a dimensão de seu significado.

Para Goldenberg (2007, p.53), o qualitativo envolve a busca pela compreensão do sujeito “em seus próprios termos”. Não há padrões em relação aos dados, o que exige do pesquisador sensibilidade, criatividade, atenção e flexibilidade na produção dos dados e em sua análise.

A escolha pela abordagem qualitativa, também diz respeito ao pensamento e posicionamento do investigador, o que se sobrepõe às preferências, técnicas e procedimentos. Assumir o paradigma qualitativo significa dialogar e estabelecer conexões com o objeto da pesquisa (Fernandes; Garnica, 2021).

Dito isto, a posição epistemológica adotada nesta tese, é de que o conhecimento matemático é produzido colaborativamente por uma rede de atores humanos e atores não humanos (tecnologias), que ao interagirem se modificam mutuamente e provocam reorganizações no pensamento humano. Sob este prisma, a pesquisa qualitativa se preocupa com um nível de realidade que não pode ser quantificado, e que corresponde a um espaço profundo das relações sociais enquanto processos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis (Borba *et al.*, 2020).

Alinhado a abordagem qualitativa, o ambiente e os sujeitos da pesquisa seguiram uma seleção intencional, que conforme aponta Creswell (2010) ajudam o pesquisador no entendimento do problema, a partir de quatro aspectos: o local, atores, eventos e o processo.

O ambiente natural de pesquisa foi a UEA, *campus* de Tefé, que dista aproximadamente 520 quilômetros da capital do Estado, Manaus. Como em toda cidade do Amazonas, as alterações dos níveis do rio, caracterizadas pelos períodos de cheias e secas causam impactos para a sua população.

Para melhor elucidar os impactos à que me refiro, vou brevemente citar uma das situações que vivenciamos na estiagem (seca extrema dos rios) entre os meses de agosto a



novembro, no município de Tefé, ano de 2023. A escassez de água limitou o deslocamento das pessoas a outras cidades, isto porque, a via fluvial é o principal meio de transporte da região, além de ser a de menor custo. Contudo, a limitação não se restringe a mobilidade, mas ao acesso à água potável e gêneros alimentícios, sem contar nos danos causados à biodiversidade.

Tal contexto não é apresentado de forma fortuita, pois esses e outros fatores externos também ocasionam transtornos à Educação. Os universitários que compõem o corpo discente da instituição, em sua maioria são naturais do município de Tefé e de cidades vizinhas como Nogueira, Alvarães, Marañ, Uarini e Fonte Boa.

Ao final do semestre de 2023/1, no mês de agosto, os estudantes residentes em Nogueira e Alvarães, por vezes, chegavam atrasados nas aulas e em outros momentos até faltavam, devido a lancha que os transporta não conseguir chegar em Tefé. No ano de 2024, o cenário se repetiu e de maneira mais agravante, visto que na primeira quinzena de outubro, a maior parte dos barcos ainda não conseguiam aportar nos terminais fluviais.

Esses episódios, consequentemente trouxeram e trazem prejuízos à aprendizagem dos estudantes e, portanto, não podem ser ignorados ou deixados de lado no desenvolvimento da pesquisa, principalmente quando olhamos para o descompasso existente acerca da falta de acesso à *internet* nas regiões norte e nordeste (Kenski *et al.*, 2019). Consideramos assim como D'Ambrósio (2012, p.96) que o professor pesquisador, é pesquisador em duas direções: “buscar o novo, junto com seus alunos, e conhecer o aluno, em suas características emocionais e culturais”. Na Figura 17, destaco o local que foi realizada a pesquisa.

Figura 17 - Centro de Estudos Superiores de Tefé



Fonte: Dados da pesquisa.



A unidade de ensino da Figura 17 fomenta predominantemente a Formação de Professores, nas áreas de Ciências Biológicas, Química, Matemática, Letras, Geografia, História e Pedagogia. Em sua infraestrutura, a instituição possui laboratórios para cada área e conta com um laboratório de Informática, em média com 30 computadores, que atende precariamente a todos os cursos mencionados.

O precário que me refiro no parágrafo anterior diz respeito a demanda e a conectividade com a *internet*. O quantitativo de usuários é expressivamente maior que o número de computadores em funcionamento, e quanto a qualidade da *internet*, o sinal é instável e a velocidade de *download* e *upload* são baixas, fatores esses que influenciam e dificultam o trabalho docente e discente no uso das TD.

Os sujeitos da pesquisa foram os acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática, matriculados na disciplina de EDO e que deliberadamente manifestaram interesse em participar do estudo. A supracitada componente é obrigatória na matriz curricular, ofertada no quinto semestre do curso, com carga de 60 horas/aulas. Seu pré-requisito é a disciplina de Cálculo III.

A oferta da disciplina ocorre em geral, uma vez ao ano, desse modo, os participantes foram os estudantes da turma 2023/2, em que sou a professora ministrante. O período compreendido nesse ano/semestre foi de novembro de 2023 a março de 2024, isto porque, o calendário acadêmico da instituição ainda se encontrava alterado por circunstâncias da pandemia da Covid-19. A aplicação das atividades aconteceu no período regular das aulas.

O quantitativo de estudantes matriculados era de 19, no entanto, 14 estudantes consentiram livremente sua participação. O trabalho foi realizado em equipes, conforme a livre escolha dos estudantes, assim resultaram dois trios e quatro duplas.

Para esta tese optei em analisar os dados produzidos por três equipes, e o motivo para isso reside na ocorrência das tensões e contradições internas que impulsionaram o desenvolvimento dos miniciclones de aprendizagem expansivas nesse grupo de estudantes. Cada estudante é representado por uma letra e um número, assim a equipe 01 é composta por A1, A2 e A3, já a Equipe 02 por A4 e A5, enquanto a equipe 03 é formada por A6, A7 e A8.

Para alguns pesquisadores esse número de participantes é relativamente “pequeno”, mas assim como Marshall (1996, p. 522, tradução nossa) entendemos que:

Os investigadores quantitativos muitas vezes não conseguem compreender a utilidade de estudar pequenas amostras. Isto está relacionado ao equívoco de que a generalização é o objetivo final de toda boa pesquisa [...]. Um tamanho de amostra apropriado para um estudo qualitativo é aquele que responde adequadamente à questão de pesquisa [...] (Marshall, 1996, p. 523, tradução nossa).



À luz dessa citação, a intensidade da pesquisa qualitativa está na imersão profunda do pesquisador, que lhe possibilita entender aquilo que investiga e não os números obtidos ou no tamanho da amostra (Goldenberg, 2007). É exatamente isso que buscamos, intensidade para enxergar e compreender como se desenvolveram os miniciclones de aprendizagem expansiva no desenvolvimento da disciplina de EDO.

Para atender ao escopo desta investigação, optamos pela pesquisa-ação, pois de acordo com Tripp (2005), pela pesquisa-ação é possível estudar dinamicamente os problemas, decisões, ações, negociações, conflitos e tomadas de consciência que ocorrem entre os agentes durante o processo de transformação da situação. Nessa mesma linha de pensamento, Thiollent (2008) argumenta que a pesquisa-ação compreende uma estratégia de pesquisa que agrega várias técnicas, com as quais é estabelecida uma estrutura coletiva, participativa e ativa.

No contexto educacional, Barbier (2007) aponta que a pesquisa-ação é principalmente uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores, de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar seu ensino e, em decorrência, o aprendizado de seus alunos. Embora, assumimos o caráter da pesquisa-ação, não conduzimos esta investigação de modo engessado, pois o propósito foi trilhar e nos movimentar por caminhos que oportunizavam responder nossas inquietações. Com base nisso, enveredemos no:

[...] desenvolvimento de uma posição reflexiva, que nos permita fundamentar e interrogar os princípios metodológicos, identificando seus limites e possibilidades, coloca-nos de fato diante da necessidade de abrir uma discussão epistemológica que nos possibilite transitar, com consciência teórica, no interior dos limites e das contradições da pesquisa científica. Isso nos leva a romper com a consciência tranquila e passiva com a qual muitos pesquisadores se orientam no campo da pesquisa, apoiados no princípio de que pesquisar é aplicar uma sequência de instrumentos cuja informação se organiza, por sua vez, em uma série de procedimentos estatísticos sem precisar produzir uma só ideia (Rey, 2005, p. 3).

Dialogando com Rey (2005), observamos que cada pesquisador necessita adotar uma postura reflexiva e crítica sobre o ato de pesquisar e seus aspectos metodológicos. Isso o capacita a indagar se as técnicas e/ou instrumentos “A” ou “B” se aplicam ou não à sua pesquisa, e para além, lhe possibilita questionar alguns protocolos “inquestionáveis”, que por vezes, fazem com que as tramas metodológicas pareçam automatizadas e replicáveis a toda e qualquer investigação (Fernandes; Garnica, 2021).

O próprio paradigma qualitativo emerge em oposição às convenções e aos métodos predominantes de realizar pesquisas até 1970 (Fernandes; Garnica, 2021). Para os autores, o percurso metodológico não deve ser artificial, enrijecido, tampouco descuidado e



negligenciado, ao contrário, necessita ser amplamente discutido e legitimado entre pesquisadores, e é nesse sentido, que nosso caminhar metodológico é orientado.

Para a produção dos dados foram empregados diferentes procedimentos técnicos, devido à preocupação com a credibilidade dessa pesquisa. Para Lincoln e Guba (1985) e Goldenberg (2007), a utilização de várias técnicas e instrumentos para a obtenção dados viabilizam a realização de uma triangulação de dados e fontes, com isso, ampliam as possibilidades de compreensões do estudo e elimina-se possíveis vieses da pesquisa.

A combinação de metodologias diversas no estudo do mesmo fenômeno, conhecida como triangulação, tem por objetivo abranger a máxima amplitude na descrição, explicação e compreensão do objeto de estudo. Parte de princípios que sustentam que é impossível conceber a existência isolada de um fenômeno social (Goldenberg, 2007, p. 63).

Para a autora, a triangulação propicia olhar para um mesmo fenômeno, compreendê-lo e analisá-lo de forma integrada, como um todo, e não sob a perspectiva de uma única lente de investigação. Dito de outro modo, ela não se resume a validação de resultados, mas enriquece e aprofunda compreensões a respeito do fenômeno estudado, por meio de múltiplas estratégias. Nas palavras de Flick (2009, p. 445, tradução nossa) “triangulação significa que os investigadores assumem diferentes perspectivas sobre uma questão em estudo [...] estas perspectivas podem ser fundamentadas na utilização de diversos métodos e/ou em diversas abordagens teóricas [...]”.

Como a pesquisa foi desenvolvida presencialmente com a turma de EDO e preconizou o uso de tecnologias (ChatGPT, *GeoGebra*, lápis, papel, *Modellus* entre outros) nas atividades, adotamos como procedimentos: a observação participante registrada em notas de campo; grupos de *WhatsApp*; registros das atividades dos alunos obtido pela gravação de tela e áudio com o *software OBS Studio*; grupo focal e gravador de voz (*smartphones*).

Antes de explicitar como cada um deles contribuiu nessa investigação, é oportuno frisar, que todos os procedimentos éticos para pesquisa com seres humanos foram efetivamente adotados, conforme dispõem as resoluções nº 466/2012 e nº 510/2016 do Conselho Nacional de Saúde (Brasil, 2012; 2016). Sua aprovação no Comitê de Ética em Pesquisa da UEA está registrada no Certificado de Apresentação de Apreciação Ética pelo número 70454323.9.0000.5016.

A observação participante permitiu uma descrição detalhada e sistemática das práticas, acontecimentos e conversas entre os sujeitos pesquisados (Creswell, 2010). Essa técnica foi aplicada nas aulas da disciplina de EDO durante o desenvolvimento das atividades propostas. Os relatos que emergiram das observações foram registrados em notas de campo.



Para Bogdan e Biklen (1994), as notas de campo são importantes para o registro das observações, pois fornecem material descrito e reflexivo para a pesquisa. Sobre o aspecto descritivo elas englobam: anotações a respeito dos retratos dos sujeitos; reconstruções de diálogos; descrição do espaço físico; relatos de acontecimentos particulares; descrição das atividades e o próprio comportamento do pesquisador. Já o aspecto reflexivo assinala as opiniões, interpretações, inquietações e angústias do investigador (Bogdan; Biklen, 1994).

Souto (2015) discute que no processo de aprendizagem, a introdução de uma mídia pode ocasionar mudanças na organização do trabalho, nas relações, no estabelecimento de novas regras, ou ainda, nos elementos que incitam tensões e que desestruturam o sistema, capazes de suscitar nos sujeitos a vontade romper com padrões convencionais de repetição e reprodução, na procura por soluções inovadoras. Diante desse fato, e considerando que a organização do trabalho se deu em equipes, as observações seriam insuficientes para captar as conversas, as discussões e as negociações entre os integrantes de cada grupo. Dessa maneira, o uso de gravadores de voz (*smartphones*) ajudou a suprir essa lacuna.

Convém pontuar que, algumas equipes precisaram de mais tempo que o previsto nas aulas, para concluir diálogos, discussões e traçar estratégias para o desenvolvimento das atividades. Por esse motivo e em coerência com a base teórica que nos fundamenta, foram criados grupos de *WhatsApp* para comunicação com cada equipe, de modo a acompanhar essas e outras situações que poderiam ocorrer fora do espaço de sala de aula e que diziam respeito a realização das atividades.

Na subseção 2.5, que tratamos especificamente sobre o Sistema S-H-C-M, o conceito de multiálogo foi abordado na perspectiva de Gracias (2003). Complementar a ele, Borba *et al.* (2021) indicam que:

Esse conceito diz respeito a diálogos que ocorrem simultaneamente e de forma escrita em chats, exigindo do professor a habilidade de acompanhar várias discussões e, ao mesmo tempo, digitar comentários sobre as diferentes temáticas que estão sendo abordadas. Esse movimento de quebra de regras, normas ou padrões culturalmente instituídos remete [...] sobre o poder de ação da “atriz” *internet* e à forma dinâmica com que ela atua em vários papéis em um sistema de atividade de forma simultânea, neste caso, minimamente, como regras, artefato e sujeito (Borba; Malheiros; Amaral, 2021, p.10).

Essa explicação ressalta que os multiálogos que ocorrem nos ambientes *online*, em nosso caso, o *WhatsApp*, fornecem subsídios para capturar fora do espaço da sala de aula, mudanças nos elementos do sistema de atividade, como por exemplo, na organização do trabalho e nas regras, que poderiam ser erroneamente identificados, caso as negociações e as conversas subsequentes transcorressem em outros meios e sem a inclusão da pesquisadora.



Logo, o *WhatsApp* ampliou nossa fonte de dados, no que se refere aos possíveis desdobramentos e movimentações desses atores.

Outro ponto fundamental foram os registros das atividades dos estudantes com as tecnologias, que destacaram as ideias e a criatividade dos estudantes na busca por soluções não triviais para os problemas propostos. Sob este aspecto, nenhum dos procedimentos citados conseguia contemplar os dados emergentes destas interações, mas existem *softwares* que suprem essa deficiência, como é o caso do *OBS Studio*.

O *software OBS Studio* é de acesso livre e oferece gravação de tela do computador, em vídeo e áudio. Dessa maneira, a gravação das imagens e vozes dos usuários ao manusear o computador viabilizou acompanhar o passo a passo que cada equipe percorreu, seja nos mecanismos de pesquisa na *internet* (*Google*, *ChatGPT* entre outros) ou nas ações para resolução das atividades (*GeoGebra* e similares). Aqui abro um “parêntese” para sinalizar que transitamos nessa pesquisa pelas fases 2, 4 e 5 das TD.

O acesso a essas interações possibilitou a identificação dos movimentos gerados com base nos discursos, ponderações, dúvidas, inquietações, discordâncias, críticas, negociações, quebras de *scripts*, experimentações, simulações, análise de conjecturas e tomada de decisão dos atores humanos, à medida que eles tinham acesso às informações (*ChatGPT* ...) e avançavam nas discussões para solucionar o que se pedia nas tarefas. O *software OBS Studio* coloca à nossa disposição uma importante fonte de dados, contudo é oportuno esclarecer que:

[...] “todos os dados que são gerados no decorrer dos processos de comunicação e atividade de trabalho auxiliados pelo computador – quer automaticamente, quer tendo por base os ajustes feitos pelo usuário” [...] não estão simplesmente prontos para serem manuseados: em vez disso, devem ser reconstruídos tendo por base uma documentação detalhada e contínua do que está acontecendo na tela (e, se possível, diante dela) [...] isto inclui [...] aspectos paralinguísticos como risos, etc. É importante documentar a estrutura temporal da comunicação mediada por computador [...] você pode usar um *software* especial [...] que permite a filmagem do que está acontecendo na tela do computador juntamente com o registro da interação diante da tela com vídeo [...] (Flick, 2013, p. 172).

Como esclarece Flick (2013), os dados capturados precisam ser analisados à luz de alguns fatores que incluem: i) temporalidade - como e onde ocorreu, em que circunstâncias; ii) comunicações verbais – discursos e conversas; iii) comunicações não verbais - gestos como o balançar a cabeça para sinalizar aprovação ou desaprovação sobre algo, expressões faciais, como o frisar da testa que pode indicar preocupação, dúvidas etc; e iv) entonação de voz – pode destacar emoções, ênfase a alguma informação julgada como importante.

Esse conjunto de elementos, desde a observação participante até o uso do *OBS Studio*, favoreceu nossa compreensão sobre como as relações foram estabelecidas e constituídas no



sistema de atividades e a partir disso, analisamos como as tensões foram superadas ou estagnadas no desenvolvimento das atividades da disciplina. Entendemos assim como D’Ambrósio (2012, p. 18) que:

Todo conhecimento é resultado de um longo processo cumulativo de geração, de organização intelectual, de organização social e de difusão, naturalmente não-dicotômicos entre si. Esses estágios são normalmente de estudo nas chamadas teoria da cognição, epistemologia, história e sociologia, e educação e política. O processo como um todo, extremamente dinâmico e jamais finalizado, está obviamente sujeito a condições muito específicas de **estímulo e de subordinação ao contexto natural, cultural e social**. Assim é o ciclo de aquisição individual e social de conhecimento (D’Ambrósio, 2012, p. 18, grifo nosso).

Nosso entendimento à citação expressa que a produção do conhecimento está associada as condições e influências que abrangem o natural, o social e o cultural do ser humano. Não há como desconsiderar, que no processo de aprendizagem essas condições também estão presentes, por essa razão, julgamos fundamental verificar os elementos sociais, históricos, culturais e/ou outras influências externas que contribuíram, de forma positiva ou não, para a aprendizagem de EDO.

Para tanto, usamos a dinâmica do grupo focal ao término da socialização de cada atividade, registradas por gravador de voz (*smartphone*) para posterior transcrição. Esse encaminhamento, envolveu uma quantidade pequena de questões abertas, não-estruturadas (Creswell, 2010). Na mesma vertente, Flick (2013) discorre que o grupo focal,

[...] se baseia na inauguração de uma discussão em grupo sobre a questão do estudo [...]. O ponto de partida para o uso deste método é que estas discussões podem tornar aparente o modo como as atitudes ou avaliações são desenvolvidas e modificadas. Os participantes provavelmente expressam mais e vão além em suas declarações do que nas entrevistas individuais. A dinâmica do grupo torna-se parte essencial dos dados e da sua coleta (Flick, 2013, p. 119).

O uso dessa técnica na pesquisa teve duas finalidades, a primeira foi alavancar discussões quanto ao uso das tecnologias e abordagens pedagógicas alternativas nas aulas de EDO, enquanto a segunda consistiu em verificar os aspectos históricos, sociais e culturais e/ou outras fatores externos que de alguma maneira impactaram na aprendizagem desses alunos.

Sobre a análise dos dados, Souto (2013, p.111) afirma que ela “[...] está naturalmente entrelaçada com a produção dos mesmos, e consiste no exercício de interpretá-los e torná-los compreensíveis à luz da opção teórica e como resposta à problemática investigada”. Assim a etapa de análise se baseou na 3ª terceira geração da TA e na ferramenta analítica dos miniciclones de aprendizagem expansiva (Souto, 2013; Borba *et al.*, 2022).



Por intermédio dos miniciclones, identificamos os movimentos ocasionados pela inclusão de tecnologias e abordagens pedagógicas alternativas, e analisamos as tensões geradas e os elementos que favoreceram ou não a aprendizagem de EDO. Como observa Souto (2015),

[...] a Teoria da Atividade e o construto Seres-Humanos-Com-Mídias se harmonizam e se constituem em uma fonte de potência que favorece a análise da aprendizagem [...] juntos, propiciam que se leve em consideração as dimensões emocionais, sociais, históricas culturais que incluem novos modos de pensar, indo assim, ao encontro de nossa visão de conhecimento [...] (Souto, 2015, p. 947).

Os miniciclones de aprendizagem expansiva possuem dois movimentos centrais: rotação e translação. Neles, podem ocorrer a experimentação e a análise de conjecturas, que se fundem em movimentos de reorganização do pensamento. Isto conseqüentemente, desencadeia tensões que alimentam o desenvolvimento do processo de aprendizagem.

Se por um lado, as tensões podem ser vistas como fontes de possibilidades expansivas, como quando os estudantes buscam em diferentes mídias distintas formas de representar e/ou construir e/ou reconstruir um conceito matemático, por outro lado, elas também podem ser negativas, inclusive levar o sistema à estagnação, e com isso, restringir ou interromper o processo de aprendizagem.

As contradições internas são entendidas aqui, como tensões que ocorrem durante a produção de conhecimento, e uma forma de analisá-las é recorrer as suas manifestações discursivas, isto porque, elas podem estar nos discursos, nas falas dos sujeitos, nos gestos e em diferentes modos de se comunicar (Engeström; Sannino, 2011). Por essa razão, lançamos mão de outra ferramenta analítica, complementar aos miniciclones de aprendizagem expansiva, que são as manifestações discursivas de contradições internas. Nessas circunstâncias, identificar as manifestações discursivas contribuiu para o reconhecimento das tensões que desencadearam transformações no sistema de atividades.

Engeström e Sannino (2011) propõem quatro tipos fundamentais de manifestações discursivas de contradição: dilema, conflito, conflito crítico e duplo vínculo. Para os autores, “[...] as transições de dilemas e conflitos para conflitos críticos e vínculos duplos podem levar à articulação e especificação histórica das contradições que os atores estão enfrentando” (Engeström; Sannino, 2011, p. 385, tradução nossa).

Diante do exposto, as manifestações discursivas favoreceram nossa compreensão sobre o desenvolvimento dos miniciclones de transformações expansivas. Na sequência, abordamos com maior riqueza de detalhes as ferramentas analíticas utilizadas nessa tese.

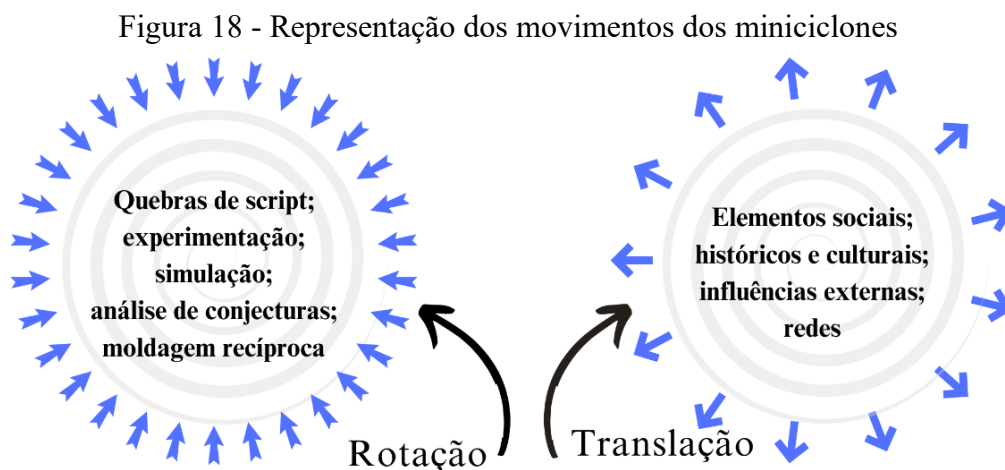


4.1 Miniciclones de transformações expansivas (M.T.E)

Os miniciclones de transformações expansivas foi a metáfora utilizada por Souto (2013) para relacioná-los ao fenômeno atmosférico ciclone. Como observa Souto (2013), dessa maneira, foi possível substituir no lugar das etapas previstas nos ciclos expansivos de Engeström (1987), a ocorrência de movimentos inesperados como as quebras de *script*, em que os estudantes com base em seus motivos e interesses, acabam provocando reorganizações no planejamento docente e em curtos espaços de tempo.

Um ciclone varia de tamanho e intensidade, e geralmente está associado à destruição, no entanto, Souto (2013, p. 220) esclarece que a ideia dos miniciclones se pauta nos movimentos de rotacionar e transladar e nos lembra que às vezes “[...] para se construir algo também é preciso desconstruir alguma coisa”.

A autora entende que os movimentos de rotação e translação deste fenômeno, que lhe dão o formato de espiral, se assemelham ao processo de aprendizagem. Isto porque, as rotações são cinesias em torno do próprio sujeito, enquanto as translações movimentam o indivíduo ao redor de outros sistemas. Na Figura 18, ilustramos uma síntese dos movimentos de um miniciclone de aprendizagem expansiva.



Fonte: Elaborada pela autora, com base em Borba *et al.* (2022).

Na Figura 18, o movimento de rotação surge com setas que apontam para dentro, em virtude dos “acontecimentos internos que ocorrem no âmbito do sistema analisado, ou seja, dentro de uma aula” (Borba *et al.*, 2022, p. 97). Já na translação as setas apontam para fora, para representar influências externas (questões sociais, culturais, econômicas entre outras), que contribuíram para desestabilizar concepções arraigadas dos estudantes (Borba *et al.*, 2022).



As rotações nos miniciclones correspondem aos movimentos que intercorrem no próprio sistema de atividade, como as quebras de *script*, experimentações, simulações, análise de conjecturas e moldagem recíproca. Ao serem analisadas é possível observar a moldagem recíproca que, por sua vez, dá bons indicativos para a caracterização do objeto do sistema de atividade (Souto, 2016).

As translações vão ao encontro da necessidade de se observar os fatores externos, que de alguma maneira colaboraram para a ruptura de padrões cristalizados, ou que levaram “à desestabilização de crenças reprodutivas ou práticas encapsuladas já arraigadas” na produção de conhecimento matemático (Borba *et al.*, 2022, p. 99). Movimentos de translações também contribuem para a análise das influências em redes de sistemas de atividade.

Nos miniciclones de transformações expansivas, parece ser mais recorrente a forma que provoca o seu início – tensão, hesitação, dúvidas, inquietação, questionamento e a busca por distintos meios de romper com um padrão estável de produção matemática. Um exemplo disso pode ser observado na inserção de uma mídia no sistema, que tem potencial para alavancar uma ruptura no padrão existente ou ao menos desestruturar concepções enrijecidas sobre ele (Souto, 2013).

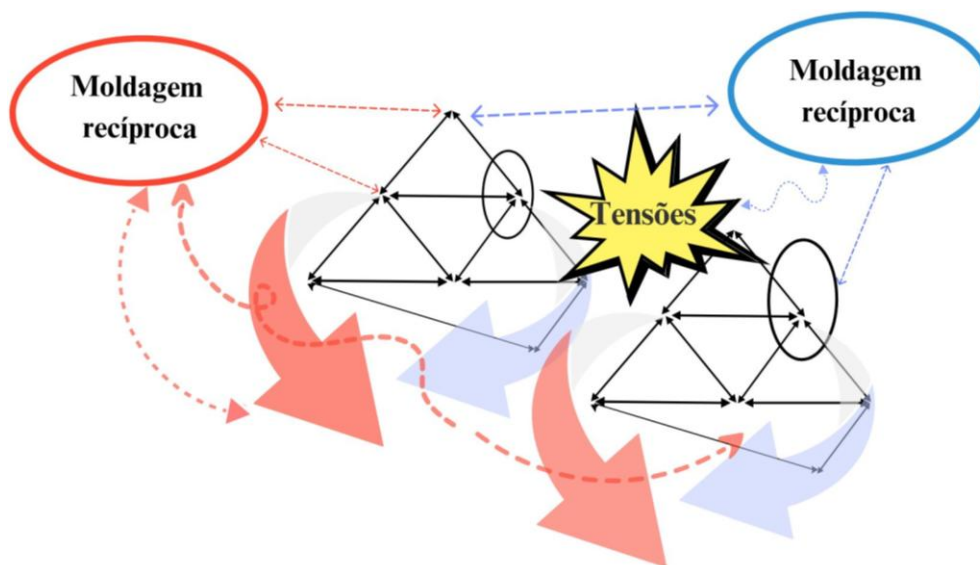
O seu final é verificado quando os estudantes conseguem elaborar e consolidar justificativas para a solução produzida com conexões multimodais e intermédias, que não foram pensadas ou consideradas anteriormente e que resultaram em outras formas de manifestação do pensamento matemático (Souto, 2013; 2016). Essa clareza que sinaliza o início e o final de um miniciclone de aprendizagem expansiva, já não pode ser observada explicitamente ao longo de seu desenvolvimento, isto é, nos movimentos de rotação e translação.

É necessário esclarecer que no contexto do desenvolvimento de sistemas de atividade com base em um Miniciclone é difícil, a priori, determinar ou prever com exatidão a direção que ele vai tomar. Entretanto é oportuno destacar que, ele não leva, em geral, o sistema, a um ponto onde a atividade já esteve anteriormente (Souto, 2016, p.187).

Como os sistemas de atividades são formações coletivas de atores humanos e atores não humanos, eles possuem características específicas que são passíveis de ser verificadas em um dado sistema, e em outro, não (Souto, 2015). Apesar dos deslocamentos aleatórios, Souto (2013) apresenta uma síntese dos movimentos que podem ocorrer e de algumas das possibilidades de expansão das mídias no sistema S-H-C-M. Nele o papel desempenhado pela tecnologia é redesenhado com as tensões decorrentes e com a moldagem recíproca. Os dois caminhos para o qual as tensões podem direcionar o sistema é ilustrado na Figura 19.



Figura 19 - Representação de um miniciclone de aprendizagem expansiva



Fonte: Elaborada pela autora, com base em Souto (2013).

Na Figura 19, as setas em azul e vermelho indicam a ocorrência dos miniciclones, enquanto as setas pontilhadas interligam os sistemas de atividade, as tensões, a moldagem recíproca e os miniciclones. Quanto aos encaminhamentos do miniciclone, no primeiro é considerada a situação que os alunos logram êxito na construção de soluções para um problema proposto, o que implica em reorganizações do pensamento, neste caso, as tensões provocam transformações expansivas. No outro encaminhamento, as tensões causam desconformidade e conflitos, nos quais os sujeitos não estão dispostos a conversar ou renunciar as suas convicções, com isso, as tensões impelem a interrupção do miniciclone, o que leva a incompletude do sistema de atividade.

Reafirmamos que assim como as tensões podem impulsionar expansões no sistema de atividades, elas também podem estagná-lo. O fato é que os deslocamentos causados pelo rotacionar e pelo transladar fazem com que o miniciclone percorra em várias direções, o que está interligado ao surgimento de contradições internas.

Os ciclos expansivos de Engeström (1987) são uma reinterpretação da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) de Vygotsky (1998). Na aprendizagem expansiva o conceito de ZDP é “o espaço para a transição expansiva de ações para a atividade” (Engeström, 2016, p. 376). As transformações acontecem com esforços coletivos, e não mais individuais como se considerava na 1ª geração da TA.

Tanto nos ciclos quanto nos miniciclones, a “transformação não se reduz à aquisição, assimilação e internalização da cultura, mas inclui, fundamentalmente, a criação do novo”



(Souto, 2013, p. 60). Logo, a ZDP é fonte potencial para o desenvolvimento expansivo. Nos miniciclones, os processos de internalização e externalização da ZDP são explicitados por Souto (2015).

[...] a internalização pode ser verificada quando há reprises de formas, técnicas ou padrões de produção matemática já conhecidos e consolidados pelos elementos que compõem o sistema, enquanto a externalização pode ser identificada nos movimentos que indiquem esforços para criação e/ou superação dessas formas ou padrões usuais (Souto, 2015, p. 954).

Essa acepção indica que os miniciclones podem revelar movimentos sobre a produção do conhecimento matemático no Sistema S-H-C-M. No seu desenvolvimento, é possível identificar as contradições internas e detectar a presença ou ausência de transformações (aprendizagem) expansivas (Souto; Borba, 2016).

A releitura de Souto (2013) sobre os ciclos de Engeström (1987), atribui aos miniciclones pontos comuns com os ciclos, no entanto, existem nuances que os diferenciam, entre eles, o tempo de seu desenvolvimento. Enquanto no ciclo esse processo acontece em meses ou anos, nos miniciclones isso acontece em dias ou em horas, como por exemplo, no período de um tempo de aula. Outra diferença reside na flexibilidade de constatar a consolidação prática, isto porque como já mencionado o tempo para o desenvolvimento dos miniciclones é ligeiramente diferente e menor do que nos ciclos de aprendizagem expansiva.

Vislumbramos que o processo de aprendizagem é “um sistema de atividade coletivo” complexo e contínuo (Engeström, 2002, p.183). Assim, os miniciclones de aprendizagem expansiva contribuíram para o entendimento de como ocorreu a aprendizagem na disciplina de EDO em coletivos de humanos-com-tecnologias e abordagens pedagógicas alternativas no ensino superior amazônico.

Como já discutido nesta subseção, o início e o final de um miniciclone são vistos de forma mais recorrente, contudo o “meio” desse processo carrega certa nebulosidade, o que explica o fato dos movimentos de rotação e translação não serem reconhecidos de maneira tão explícita. Por esse motivo, recorreremos às manifestações discursivas de contradições internas para entender esse “meio”.

4.2 Manifestações Discursivas de contradições internas

A definição de contradições adotada por Engeström (1987) tem raízes na filosofia de Hegel (2017) e no pensamento de Marx (1966). Na filosofia hegeliana, as contradições representam conflito e antagonismo entre ideias, conceitos, forças ou sistemas. Elas são



caracterizadas por sua natureza dinâmica e evolutiva, e ao invés de serem evitadas ou eliminadas, necessitam ser reconhecidas e enfrentadas de forma dialética, por meio da tríade: tese (afirmação ou posição inicial), antítese (negação ou oposição à tese) e síntese (superação ou integração da tese e antítese em um novo estágio). Portanto, as contradições desempenham um papel fundamental no processo de desenvolvimento do conhecimento.

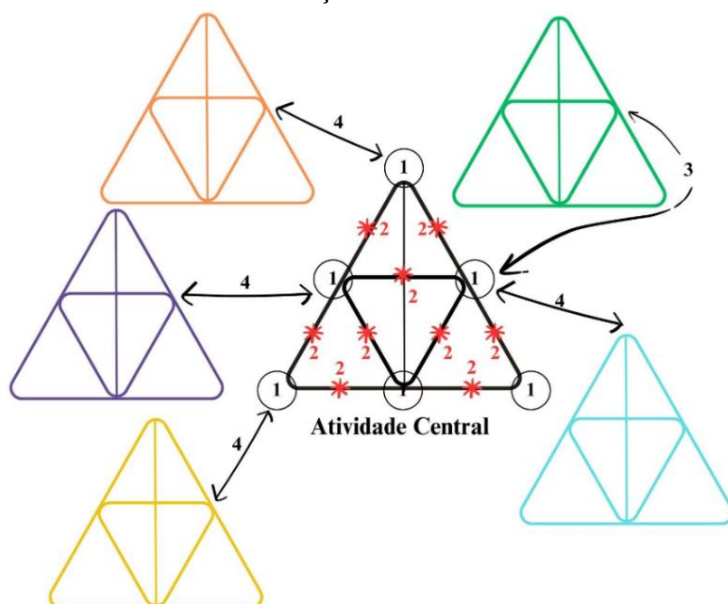
No que concerne o pensamento marxista, as contradições fazem parte das estruturas e sistemas sociais, que se manifestam nos modos de produção. Para Engeström (2016):

No capitalismo, a contradição adquire a forma geral de mercadoria. Mercadoria é um objeto que possui valor (ou seja, valor de troca) e não apenas, nem principalmente, valor de uso [...] todas as coisas, as atividades e as relações se tornam saturadas pela natureza dual da mercadoria – elas se tornam mercadorizadas [...] a contradição essencial é a exclusão mútua e a dependência mútua simultânea entre o valor de uso e o valor de troca em cada mercadoria. Essa natureza dupla e inquietação interna é característica de todos os cantos da estrutura triangular da atividade. Ela penetra os ângulos do sujeito e da comunidade porque a própria força do trabalho é um tipo especial de mercadoria (Engeström, 2016, p. 111-112).

Marx (1966) argumenta que, as contradições existentes entre a classe capitalista e trabalhadora, causam tensões e conflitos que desencadeiam transformações sociais. Logo, as contradições representam a mobilização e a inquietação da luta de classes para a construção de uma sociedade mais igualitária.

Na atividade humana, Engeström (2016) explica a existência de quatro camadas ou níveis distintos de contradições: contradição primária (nível 1), contradição secundária (nível 2), contradição terciária (nível 3) e contradição quaternária (nível 4). Na Figura 20 é ilustrado esses níveis de contradição.

Figura 20 - Níveis de contradições dentro do sistema de atividade humana



Fonte: Elaborada pela autora, com base em Engeström (2016).



Com base na Figura 20, os níveis de contradição podem ocorrer tanto dentro do sistema, neste caso, temos a existência das contradições primárias e secundárias, como fora dele, entre sistemas com a ocorrência das contradições terciárias e quaternárias. O triângulo na cor preta denota a atividade central, e em cada um de seus vértices temos as contradições primárias.

Para fins de exemplo das contradições primárias, imagine que o professor tenha como objetivo de ensino fazer com que o estudante compreenda o gráfico de uma função de primeiro grau, bem como suas relações com os coeficientes angular e linear. Por um lado, o professor vê no livro didático várias ilustrações a esse respeito e que rapidamente pode utilizá-las com os alunos para explicar o conteúdo. Por outro lado, ele sabe que pode proporcionar aos estudantes a experimentação por meio da manipulação dos coeficientes com o uso de um *software*, e que isto pode ser qualitativamente mais significativo para o estudante. Nessa situação, o professor encara uma natureza dual, uma contradição primária, a prática pautada no livro, lápis, papel e quadro *versus* a prática que leva o aluno a experimentação e que demanda mais tempo de planejamento da aula.

Nas contradições secundárias, se usarmos uma analogia, elas seriam “o ponto médio” de cada segmento do triângulo da atividade central descrito na Figura 20, logo elas estão presentes entre as constituintes da atividade central. Considere aqui, à luz do contexto apresentado anteriormente, que o professor ao optar pela prática (contradição primária) se deparou com a falta de infraestrutura (laboratórios, computadores, *internet* e políticas de implementação). Essa condição afeta o processo de mudança, atrasando-o, logo neste exemplo, há a ocorrência de uma contradição secundária. Isto é reafirmado por Kawasaki (2008, p. 167) ao discorrer que “[...] o professor de matemática vive uma tensão constante em sua atividade de ensinar, esta é comum a todos os professores que compartilham das mesmas condições infra-estruturais e logísticas da instituição em que lecionam [...]”.

A contradição terciária surge nas relações da atividade central com outro sistema, e isto ocorre quando o objeto/motivo dominante do sistema central se depara com um objeto/motivo mais avançado culturalmente que o da atividade central. Em Soares e Souto (2014), a introdução de um modelo matemático sobre o fenômeno biológico de transmissão da malária em uma turma de Ciências Biológicas fez emergir contradições terciárias, pois a perspectiva apresentada à turma foi nova diante do padrão dominante de ensino de Matemática que os sujeitos haviam vivenciado ao longo de sua vida escolar e acadêmica.

As contradições quaternárias por sua vez, se originam nas interações entre a atividade central e as atividades vizinhas (Engeström, 2016). Para melhor ilustrá-las, retomamos ao



exemplo dado, onde o professor decidiu pela prática da experimentação (contradição primária) e diante da falta de computadores resolveu a contradição (secundária) ao recorrer a um aplicativo móvel. Nessa ocasião, o professor se deparou com novas contradições, os alunos não têm familiaridade com o aplicativo e tampouco o tem instalado em seus dispositivos. Esse tipo de cenário ilustra a existência de contradições quaternárias.

Em linhas gerais, as contradições não precisam ser encaradas como algo que se deve evitar, ao contrário, elas representam movimentação, que poderá desencadear avanços qualitativos. Para Kawasaki (2008, p. 116), “[...] contradições internas do sistema atividade pode ser vistas como fonte de disrupção, inovação, mudança e desenvolvimento do sistema incluindo seus participantes individuais”.

Alguns equívocos, entretanto, são cometidos quanto ao entendimento das contradições, e um dos mais recorrentes é igualar as contradições a conflitos, dilemas e termos similares, o que desqualifica seu conceito filosófico e desenvolvimento histórico (Engeström, 1987). Nas colocações do autor, esses termos são expressões de manifestações de contradições.

Complementar a isso, Engeström (1987) faz objeções quanto ao tratamento das contradições como um combinado ou equilíbrios de inconsistências ou forças concorrentes. Ele argumenta que as contradições são históricas, logo para mapeá-las é necessário olhar para o seu desenvolvimento ao longo do tempo, desde como elas foram constituídas até as transições que sofreram (Engeström, 1987).

Engeström (2016) sistematiza e define contradições na Teoria da Aprendizagem Expansiva, como tensões estruturais, que ocorrem entre os elementos de um sistema de atividade coletivo e entre múltiplos sistemas de atividades interdependentes que compartilham parcialmente de um objeto.

[...] as contradições são a força propulsora da transformação. O objeto de uma atividade é sempre internamente contraditório. São estas contradições internas que tornam o objeto um alvo móvel, motivador e gerador de futuro. A aprendizagem expansiva exige articulação e engajamento prático com contradições internas do sistema de atividade dos aprendizes (Engeström, 2016, p.377).

Essa abordagem das contradições favorece o processo de aprendizagem, pois é a partir da sua compreensão que, podemos encontrar formas de transformar e impulsionar mudanças em uma situação de crise no sistema de atividade, permitindo que o sistema continue a se desenvolver.

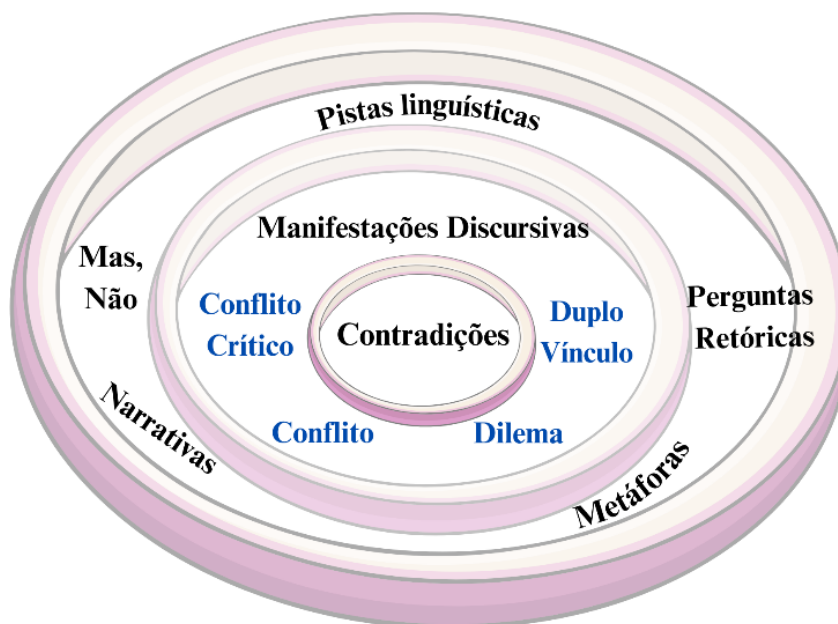
Interessa sublinhar que a identificação das contradições não é um exercício simples, visto que elas não se manifestam por si só e não são passíveis de serem observadas diretamente.



Isto decorre do fato de que, as contradições são fenômenos que surgem nas relações e interações de um sistema complexo, composto por elementos interconectados, que evoluem ao longo do tempo e são moldados pelo contexto histórico (Engeström; Sannino, 2011).

As contradições, portanto, não se explicam em uma análise isolada das componentes do sistema, mas por suas características e padrões que emergem nas trocas e conexões, exteriorizadas por meio de expressões, verbalizações e ações, que os atores do sistema exercem ao lidar, mudar ou resolver suas contradições. São nas narrativas, discursos e gestos que elas são comumente manifestadas, logo uma forma de analisar as contradições internas (tensões) é recorrer às suas manifestações discursivas. Esse processo de análise funciona como o descascar de uma cebola, ou seja, em camada, conforme ilustrado na Figura 21.

Figura 21 - Metáfora do “descascar a cebola”



Fonte: Elaborada pela autora, com base em Engeström e Sannino (2011).

A analogia mostra que a cada camada “descascada” nos aproximamos das contradições. Isso porque elas podem estar nos discursos, nas falas dos sujeitos, nos gestos e em diferentes modos de se comunicar. Na primeira camada estão presentes as pistas linguísticas, perguntas retóricas e uso de metáforas, de modo que expressões como “não” pode sinalizar potencialmente indicadores de dilemas, enquanto os discursos carregados de “mas” e “ei” a existência de conflitos.

A segunda camada por sua vez, externa as manifestações discursivas. O método propõe quatro tipos fundamentais de manifestações discursivas de contradição: duplo vínculo, conflito crítico, conflito e dilema.



O duplo vínculo ou beco sem saída pode ser verificado em uma situação que não oferece alternativas de prosseguir ou em situação em que se enfrentam duas alternativas igualmente inaceitáveis ou indesejáveis. As principais pistas linguísticas para identificar esse tipo de tensão são: “Nós”, “nos”, “devemos” ou “teremos que”. Ou ainda perguntas retóricas de pressão. A resolução desse tipo de tensão pode ser identificada quando há transformação prática ou mudança radical, ou seja, algo que vai além das palavras. “Permita-nos fazer isso”, “faremos isso” são pistas linguísticas que favorecem a verificação da resolução desse tipo de tensão.

É oportuno salientar que “[...] uma elaboração discursiva de um duplo vínculo normalmente envolve uma tentativa de transição do “eu” para o “nós” coletivo [...] carregado de senso de urgência [...]” (Engeström; Saninno, 2011, p. 374, tradução nossa). Com esse direcionamento, o processo não é resolvido de forma individual e sim por meio de uma ação coletiva disruptiva.

Os conflitos críticos ocorrem quando os sujeitos se sentem maltratados ou culpados; enfrentando motivos contraditórios em interações sociais. As pistas linguísticas, neste caso, são a estrutura narrativa pessoal, emocional, moral e uso de metáforas. E sua resolução ocorre quando se descobre um novo sentido pessoal e a negociação de um novo significado, com frases do tipo: “Eu agora percebo isso...”.

Os conflitos são encontrados nas argumentações, fundamentações, resistências e críticas. As expressões, “Não”, “isto não é verdade”, “eu discordo”, são típicas de conflitos. Quando um conflito é solucionado observa-se que foi encontrado um acordo ou a submissão de uma das partes em detrimento da outra. Pistas linguísticas que contribuem para a identificação de uma solução são: “Sim”, “isto eu posso aceitar”.

Por fim, os dilemas são a expressão ou intercâmbio de avaliações incompatíveis, “[...] caracterizam nosso pensamento e conduta cotidiana [...]” (Engestroöm e Saninno, 2011, p. 373, tradução nossa). As expressões: “mas”, “por um lado [...], por outro lado”, “sim, mas”, são suas principais pistas linguísticas. Esse tipo de tensão é solucionado quando há reformulação e negação: “Eu não quis dizer isso”, “eu agora quero dizer”.

O quadro 2 apresentado a seguir, sintetiza os tipos de manifestações discursivas de contradições, suas características e respectivas pistas linguísticas.



Quadro 2 - Tipos de manifestações discursivas de contradições

Manifestação	Características	Pistas Linguísticas
Duplo vínculo ou beco sem saída	Situações que não oferecem alternativas para prosseguir, ou ainda, situações em que as alternativas dadas são inaceitáveis ou indesejáveis	“Nós”; “nos”; “devemos”; “temos que”; Perguntas retóricas que expressam impotência ou desamparo (do tipo “o que podemos fazer?”)
	Resolução: transformação prática (indo além das palavras)	“Permita fazermos isso”; “o faremos”; “vamos fazer isso”; “deixe-nos fazer”; “nós vamos conseguir”
Conflito Crítico	Enfrentando motivos contraditórios na interação social, onde o indivíduo se sente violado, maltratado ou culpado	Narrativa pessoal, moral, emocional, uso de metáforas
	Resolução: encontrar um novo sentido pessoal e negociar um novo significado	“Agora percebo que”; “eu agora realizo isso”
Conflito	Argumentar, discutir, criticar	“Não”; “discordo”; “isso não é verdade”; “isso eu não posso aceitar”
	Resolução: encontrar um compromisso, submeter-se à autoridade ou à maioria	“Sim”; “isto eu posso aceitar”
Dilema	Expressão ou troca de avaliações incompatíveis	“Por um lado [...] por outro lado”; “sim, mas”
	Resolução: negação, reformulação	“Eu não quis dizer isso”; “eu realmente quis dizer isso”

Fonte: Elaborado pela autora, baseado em Engeström e Saninno (2011).

No âmbito da educação Matemática as pesquisas de Galleguillos (2016); Silva (2019) e Silva e Souto (2020) apresentam os dilemas como a manifestação discursiva de contradições



mais recorrente. Essas autoras explicam que o processo de análise (descascar cebola) consistem em realizá-lo em camadas. Na primeira camada deve-se identificar as pistas linguísticas, na sequência (segunda camada) relaciona-se as pistas com as manifestações discursivas, e por fim, chega-se ao “núcleo da cebola”, que corresponde ao momento da análise em que as manifestações discursivas permitirão a categorização das contradições internas (tensões). A resolução dessas tensões são pistas de que o processo de aprendizagem expansiva está próximo do seu fim.

4.3 Aspectos Metodológicos do Ensino

Igualmente, o professor não é o sol que ilumina tudo. Sobre muitas coisas ele sabe bem menos que seus alunos. É importante abrir espaço para que o conhecimento dos alunos se manifeste (D’Ambrósio, 2012, p.78).

Início esta subseção com uma citação de D’Ambrósio (2012) que a meu ver expressa a postura que precisamos assumir como educadores (as) matemáticos. O espaço de sala de aula necessita ser permeado de trocas, diálogos e reflexões, de forma a potencializar no aprendiz seu pleno desenvolvimento. O objetivo deste tópico é abordar questões pertinentes à metodologia de ensino adotada.

Para Borba *et al.* (2020), a metodologia de ensino dá ênfase ao conjunto de escolhas, opções, tomadas de decisões e trabalho relacionadas às abordagens adotadas na sala para ensinar um conteúdo. Complementar a isso, os autores sublinham que o método de ensino se implementa na atuação docente e está intimamente conectada a perspectiva pessoal da visão de conhecimento e de mundo do professor.

Baseada no Sistema S-H-C-M, elaboramos uma proposta de estudo que em sua concepção carrega inspirações das MA, ao colocar o aluno no centro de sua aprendizagem, contudo, nossa proposta não segue uma ordem estabelecida quanto a sua estrutura, como ocorre em MA do tipo *Webquest* ou Aprendizagem Baseada em Problemas. Em decorrência das influências imbuídas pelas MA na propositura desse trabalho, julgamos relevante apresentar as raízes e fundamentos das MA até chegar especificamente no seu uso em pesquisas no âmbito da Educação Matemática.

4.3.1 Metodologias Ativas

Ao longo das últimas décadas, a discussão sobre o papel ativo do aluno ganha espaço no contexto educacional e imprime uma possibilidade ímpar para a interlocução de saberes e



práticas, contrapondo-se ao modelo de escola, que se pauta na compreensão dos alunos como receptores do conhecimento, tornando o ambiente escolar um local desestimulante e frustrante por não permitir aos estudantes desenvolverem o seu potencial. Frente a esse cenário desafiador, as MA foram propostas com o intuito de atender às demandas da sociedade contemporânea, que enseja a formação de indivíduos críticos, reflexivos e colaborativos (Moran, 2018).

Embora o termo “Metodologias Ativas” seja relativamente recente, seus pressupostos não se constituem algo inteiramente novo. Seus fundamentos teóricos advêm da experiência, diálogo, escuta, motivação, protagonismo, autonomia e encorajamento, princípios que deslocam a centralidade das ações educativas do professor para o aluno. Essa perspectiva permite refletir, que as MA carregam influências de Jacques Rousseau (1712-1778) e John Dewey (1859-1952), além de se aproximarem das ideias de Paulo Freire (1921-1997) e de outras tendências (Diesel *et al.*, 2017).

Fundamentado pela tendência pedagógica liberal progressista, Dewey (1976) afirma que a experiência e a realidade do estudante, quando fomentadas na escola, são significativas para conduzir ao conhecimento e à aprendizagem efetiva. Ainda sobre a natureza da experiência, encontramos em Dewey (1976), a disrupção do modelo verticalizado de ensino, em que o professor é transmissor e o aluno receptor. Para ele, a experiência é pessoal e social, um contínuo que se desenvolve em meio a outras experiências. Nela, o trabalho docente é ressignificado e o aluno aprende por meio de descobertas, experiências e ação do próprio sujeito.

As concepções de Rousseau direcionam que a educação necessita partir das vivências, de onde o sujeito se encontra, cabendo ao professor conduzir e estimular a construção do conhecimento, acentuando o valor das experiências nesse processo, em que os atos importam mais do que as palavras. Com efeito, tanto para Rousseau quanto para Dewey, a postura ativa do aluno é irrefutável no processo de aprendizagem.

No Brasil, o marco de seu surgimento se deve aos pesquisadores Anísio Teixeira e Lourenço Filho, que influenciados pela cinesia da Escola Nova e pelas ideias de Dewey, propuseram metodologias de ensino centradas na aprendizagem pela experiência e no desenvolvimento da autonomia humana (Machado, 2018). A autora ainda pontua que as ideias da Escola Nova se alinham à visão freireana, de uma educação comprometida com uma educação investigativa, dialógica, transformadora, participativa, emancipatória e conscientizadora, atentando-se as reais necessidades da comunidade.



Freire (1996) defende uma educação libertadora, dividida em três estágios, o primeiro deles é a investigação, que trata do diálogo entre o professor e o estudante para discutirem os conceitos que são relevantes na realidade vivida pelo estudante. No segundo estágio, de tematização, os conceitos são buscados em seus significados sociais. No último estágio, de problematização, o professor instiga o estudante a criar uma visão crítica e consciente do mundo, que se alinha aos pressupostos das MA.

Para Hendrickson (2021) iniciativas participativas aumentam a motivação, o interesse e a autoeficácia dos alunos, reforçando a aprendizagem e o engajamento com a disciplina. Ainda sob a ótica do autor, o protagonismo estudantil gera estímulos para a autonomia e o reconhecimento sobre suas próprias habilidades. Com esse entendimento, a aprendizagem ativa e participativa estimula o pensamento crítico e incentiva os estudantes a se engajarem nas atividades, assumindo o papel de protagonistas da construção do conhecimento.

Do educador espera-se uma postura crítica e reflexiva diante das demandas sociais, um olhar atento para a condução do processo de conhecimento dos alunos.

[...] as contínuas e rápidas mudanças da sociedade contemporânea trazem em seu bojo a exigência de um novo perfil docente. Daí a urgente necessidade de repensar a formação de professores, tendo como ponto de partida a diversidade dos saberes essenciais à sua prática, transpondo, assim, a racionalidade técnica de um fazer instrumental para uma perspectiva que busque ressignificá-la, valorizando os saberes já construídos, com base numa postura reflexiva, investigativa e crítica (Diesel *et al.*, 2017, p. 269).

Essa citação enfatiza a necessidade de ressignificar a sala de aula, a prática docente, o percurso formativo e o caminhar por estratégias didáticas que intencionam ao aluno autonomia e criticidade, que o mobilize na tomada de decisões e estimule habilidades de análise, síntese e argumentação. Adicionalmente, Urias (2017) cita que as MA representam uma oportunidade para os professores não apenas refletirem sobre os sentidos da prática docente, como também avaliarem continuamente o seu trabalho.

No contexto da educação superior, Cunha (2016) destaca que lançar mão de MA, não se trata apenas de mudanças metodológicas ou de utilização de tecnologias. A autora compreende que promover a inovação, nesse âmbito, requer uma ruptura paradigmática, cujas bases conceituais que fundamentam a prática pedagógica sejam reformuladas com ações criativas, planejadas e úteis, que respondam favoravelmente à aprendizagem dos alunos.

Não existe um roteiro pronto sobre cada MA, mas há abertura de um campo no qual professor e aluno criam um espaço dinâmico, dialógico, crítico e criativo de aprendizagem, mediado por práticas pedagógicas que guiarão o aluno na identificação e resolução de problemas reais acerca do seu contexto histórico e social (Moran, 2015).



Na Educação Matemática, a complexidade do processo educativo necessita de ressignificação das práticas pedagógicas, por se tratar de uma ciência, que possui linguagem própria e se caracteriza por sua formalidade, abstração, precisão, lógica e rigorosidade. Nas situações oportunizadas pelas MA os estudantes constroem conhecimentos sobre os conteúdos abarcados nas atividades que realizam, o que reflete no desenvolvimento de estratégias cognitivas, nas interações entre os sujeitos, nas atitudes e valores individuais e coletivos (Valente *et al.*, 2017).

De acordo com Moreira (2018), o Ensino da Matemática sofreu profundas transformações ao longo dos últimos anos, em grande parte influenciadas pelo avanço da tecnologia e pelas pesquisas na área da educação, que subsidiaram a criação e divulgação das tendências pedagógicas, impactando diretamente na prática docente. Como consequência, as MA representam possibilidades para uma concepção educativa pautada na estimulação da criticidade e no protagonismo estudantil no processo de ensino e aprendizagem.

Embora complexo, é igualmente possível, o desenvolvimento de estratégias de ensino e de aprendizagem em sala de aula no ensino superior, que incorporem as tecnologias disponíveis e ofertadas às experiências de aprendizagem aos alunos, enquanto indivíduos inseridos em um contexto social, histórico e cultural. Sob esta perspectiva, o aluno é colocado no centro do processo de ensino e aprendizagem, onde o professor precisa atentar-se a construção de perguntas e assertivas, que possibilitem ao estudante o desenvolvimento e a elaboração de propostas para a resolução de problemas.

4.3.2 Abordagens Pedagógicas Alternativas

A intenção do título dessa subseção não é adjetivar mais um tipo de metodologia, mas evidenciar que a proposta de trabalho foi elaborada considerando um conjunto de fatores que julgamos importantes para o processo de aprendizagem Matemática e para o pensar-com-tecnologias. O primeiro fator é a concepção de colocar o aluno como protagonista de sua aprendizagem, que é base essencial das MA, sem tentar encaixá-la a um tipo específico de MA.

Os outros dois fatores estão ligados às próprias tecnologias utilizadas, que não eram usuais para os estudantes e a ruptura da encapsulação da aprendizagem. O não usual se refere às tecnologias que os participantes têm pouca ou nenhum tipo de familiaridade com elas, em contextos de ensino e aprendizagem. Essa escolha não foi fortuita, pois vislumbramos o desenvolvimento de miniclonos de aprendizagem expansiva.



Para que um miniciclone de aprendizagem expansiva ocorra é necessário que os estudantes se sintam desafiados e instigados a desenvolver uma tarefa, problema ou atividade proposta com as tecnologias. Desse modo, entendo que ao inserir uma ou mais tecnologias não usuais nesse processo impulsiona o surgimento de tensões, onde os estudantes precisam se organizar, dialogar e criar estratégias para superá-las de forma coletiva e colaborativa, colocando-os assim, em movimento.

Importa frisar que, ao mesmo passo que a falta de familiaridade com uma dada tecnologia gera tensões e podem ser um trampolim para expansões no sistema de atividades, elas também podem impedir que ocorram avanços no sistema ou até mesmo levá-lo a sua incompletude (Souto, 2022). Contudo, vejo que para desestabilizar um padrão de produção matemática (que é um indicativo da formação de um miniciclone) é preciso colocar os estudantes diante de situações que lhes façam sair do habitual, de uma zona relativamente confortável.

Ademais, Engeström (2002, p. 195) argumenta que “[...] coletivos de pessoas têm de se tornar bons aprendizes expansivos, de modo que possam traçar e implementar seu próprio futuro à medida que suas práticas prevalentes mostrem sintomas de crise”. Essa citação elucida a importância de fazer com que os estudantes, ao se depararem em situações de dificuldades e crise, as enfrentem coletivamente, de modo a refletir sobre elas, mudar seus modos de pensar e agir e construir soluções para transpô-las. Com essa consciência, na perspectiva de Engeström (2002) ao romper com a encapsulação da aprendizagem formaremos bons aprendizes, capazes de intervir na própria realidade.

Vale ponderar que, a adoção por uma estratégia ou metodologia não assegura a aprendizagem, pois demanda outros aspectos, um deles, envolve a compreensão da metodologia e a clareza quanto ao seu uso e intencionalidade (Diesel *et al.*, 2017). Ao encontro dos autores, Valente *et al.* (2017) desafiam a nós professores a não nos limitarmos a modismos, mas ampliarmos nossas visões, principalmente sobre as potencialidades e possibilidades de uso de MA com TD.

Aceitei, nesta tese, esse desafio proposto por Valente *et al.* (2017) e me apoiei em Engeström (2002), que sugere a adoção de metodologias, abordagens e métodos de ensino que deem aos alunos a possibilidade de construírem caminhos alternativos para a solução de problemas, atividades e tarefas. O pensar-com-tecnologias direciona a visão de conhecimento da qual compartilho, de que atores humanos e atores não humanos, juntos, produzem conhecimentos, e nessa simbiose se transformam mutuamente.



Tal como nos diz Lévy (2010b, p. 21) “não somente as técnicas são imaginadas, fabricadas e reinterpretadas durante seu uso pelos homens como também é o próprio uso intensivo de ferramentas que constitui a humanidade enquanto tal [...]”. Esse pensamento se alinha a ideia de moldagem recíproca apresentada por Borba e Villarreal (2005), em virtude de que nela, mídias-e-humanos se influenciam reciprocamente em interações contínuas. Nessa medida, os retornos dados pelas mídias provocam reorganizações no pensamento humano.

Em virtude disso, a proposta foi desenvolvida para fazer com que os estudantes produzissem conhecimentos matemáticos, mais especificamente de EDO, a partir de uma abordagem qualitativa e com o uso de tecnologias não usuais, onde paralelamente, estudantes-com-tecnologias são protagonistas nesse processo. A abordagem qualitativa no ensino de EDO, consiste em inferir informações sobre o comportamento das soluções de uma EDO, sem a necessidade de resolvê-la, com base nas interpretações geométricas obtidas pela representação de seu campo de direções (Javaroni, 2007).

As tecnologias pensadas para essa propositura foram o ChatGPT e o *Modellus*. A escolha pelo ChatGPT se deu por vários motivos, dentre eles, o crescente interesse dos estudantes pelas IA e a reflexão de como desenvolver um ambiente propício para que essa tecnologia seja usada de forma crítica e consciente por atores humanos no processo de ensino e aprendizagem.

Assim como Lévy (2010b, p. 26), penso que “não se trata de avaliar seus “impactos”, mas de situar as irreversibilidades às quais um de seus usos nos levaria, de formular os projetos que explorariam as virtualidades que ela transporta e de decidir o que fazer dela”. Nessas circunstâncias, tão importante quanto discutir como queremos que os estudantes utilizem a IA nas suas atividades, é propor de fato, dentro do espaços de sala de aula, momentos e experiências que possibilitem que esse ‘querer’ se efetive gradativamente.

Mesmo que as técnicas da IA funcionem perfeitamente e sejam utilizadas por toda parte, em primeiro lugar nós não fazemos apelo aos computadores para que eles pensem em nosso lugar ou imitem a nossa inteligência, mas antes para aumentar as nossas capacidades de comunicação, colaboração, de criação multimídia ou de navegação [...] (Lévy, 2014, p. 277).

A colocação de Lévy (2014) vai ao encontro do que propõe nossa abordagem, isto porque, buscamos que nas interações entre o coletivo pensante estudantes-com-IA, os atores humanos possam aperfeiçoar ideias, interpretar e questionar as informações geradas e produzir soluções a partir de várias representações.



Já a utilização do *Modellus* abrange a sua capacidade de fazer simulações, gerar gráficos e tabelas que podem proporcionar aos estudantes diferentes perspectivas de análise. Conforme pontuam Soares e Souto (2014, p. 49) este *software* oferece a possibilidade de estudar as EDO de maneira a “[...] visualizar as soluções enquanto gráficos de funções, modificar os valores dos parâmetros do modelo e observar o reflexo dessa modificação no comportamento das soluções”.

Explicadas as escolhas das tecnologias, retomo o porquê sobre abordagens pedagógicas alternativas. A meu ver, ela se constitui como uma teorização metodológica de ensino, em que o planejamento das atividades de ensino foi pensado e articulado para gerar os movimentos dos miniciclones de aprendizagem expansiva. Como já discutido anteriormente na subseção 4.1, olhar para os deslocamentos ou para duplo papel que as tecnologias assumiram no sistema S-H-C-M pode favorecer a compreensão sobre como a aprendizagem ocorreu nesse coletivo de atores humanos e não humanos.



5. Apresentação e Análise dos Dados

Esta seção aborda sobre os dados produzidos em dois episódios que tratam da aprendizagem das EDO, por uma turma de estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática do CEST/UEA. Os encontros ocorreram ao longo da disciplina, uma vez por semana, com duração de quatro horas, equivalentes as quatro aulas semanais de uma componente curricular de 60 horas. No entanto, quando as equipes não concluíam a atividade no tempo limite da aula, era dialogado e acertado com os estudantes a realização de encontros extras para suprir essa demanda.

As aulas combinavam teoria, métodos de resolução analíticos e interpretação geométrica e qualitativa das EDO com uso de tecnologias. Isto porque, assim como Rezende (2003, p. 432) defende que no ensino de CDI “tão importante quanto saber usar as regras [...] e as técnicas [...] é saber os seus significados, as suas múltiplas interpretações, sua utilidade em outros campos da matemática e em outras áreas do conhecimento”, acreditamos que no ensino das EDO é igualmente importante a integração entre as técnicas, os significados e as aplicações, sem que um prevaleça sobre o outro.

Quanto ao uso do ChatGPT, dois estudantes mencionaram já conhecer e utilizar essa tecnologia; outros relataram apenas ter ouvido falar, sem nunca tê-la utilizado; e a maioria declarou não possuir qualquer tipo de familiaridade com essa IA. Em contextos de uso em sala de aula, para todos foi a primeira experiência.

Posto isso, os dados tratados dizem respeito à produção de três equipes: Equipe 01 composta por A1, A2 e A3; Equipe 02 por A4 e A5 e Equipe 03 com A6, A7 e A8. Antes de começar a dinâmica, foram disponibilizados 30 minutos para que os alunos inserissem suas credenciais no computador, se conectassem à *internet* e realizassem *login* no ChatGPT. Esse tempo se fazia necessário pelas dificuldades enfrentadas em relação à *internet*.

É preciso assinalar que, as falas foram transcritas conforme enunciadas, logo não foi realizado quaisquer tipos de correções gramaticais e de concordância. Além disso, para garantir o caráter confidencial da identidade dos participantes, optamos por usar *emojis* na região que exhibe o rosto dos estudantes.

A escolha pelos *emojis* não é fortuita, pois como discutido na subseção 2.1, as tecnologias ao longo do tempo têm alterado a forma com que os atores humanos interagem e se relacionam uns com os outros, e uma dessas mudanças abrange o processo comunicacional. Os *emojis* é um bom exemplo disso, isto porque, em uma conversação, eles comunicam sentimentos, reações de concordância, discordância, surpresa etc.



Em minha interpretação, os *emojis* são uma extensão das representações de linguagem não verbal (expressões faciais, gestos, entre outros), com a diferença que o ambiente onde eles são manifestados é digital. A entonação da fala, por exemplo, é contemplada com as nuances dos *emojis*. Para Chiari (2018, p.55-56), “[...] só com a expressão de felicidade ou com sorrisos temos várias opções, com diferentes intensidades, muitas vezes difíceis de terem suas nuances sutis contempladas [...] com a escrita”.

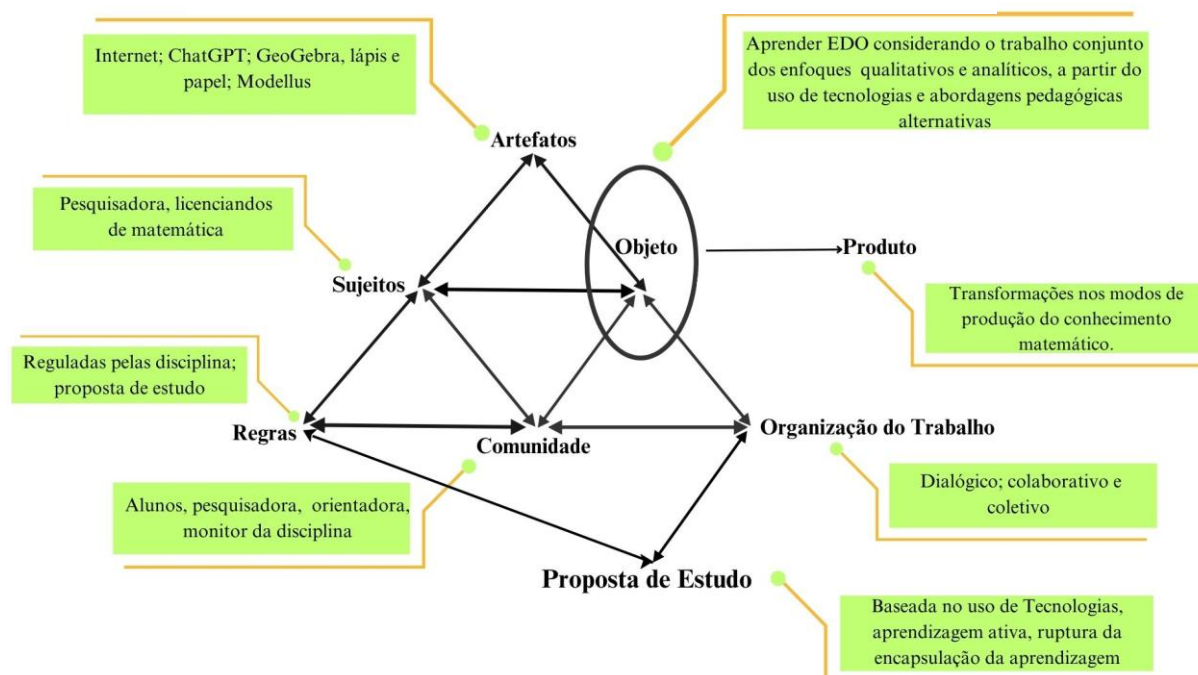
Mediante ao exposto, justifico o uso dos *emojis* para compartilhar as reações dos participantes no desenvolvimento das atividades, por entender que as manifestações, sejam elas discursivas ou não, são essenciais para contextualizar os dados produzidos.

5.1 Episódio 01: Pensando-com-ChatGPT na construção de campos de direções

Este episódio foi dividido em duas partes. A primeira parte consistiu em familiarizar os acadêmicos com o ChatGPT, e por meio dele investigar o que são e como construir campos de direções utilizando tecnologias digitais, enquanto a segunda parte visava interpretar qualitativamente um problema proposto a partir dos campos de direções.

Para representar o sistema de atividades idealizado para disciplina de EDO, construímos o esquema da Figura 22:

Figura 22 - Sistema de Atividade Idealizado



Fonte: Elaborado pela autora.

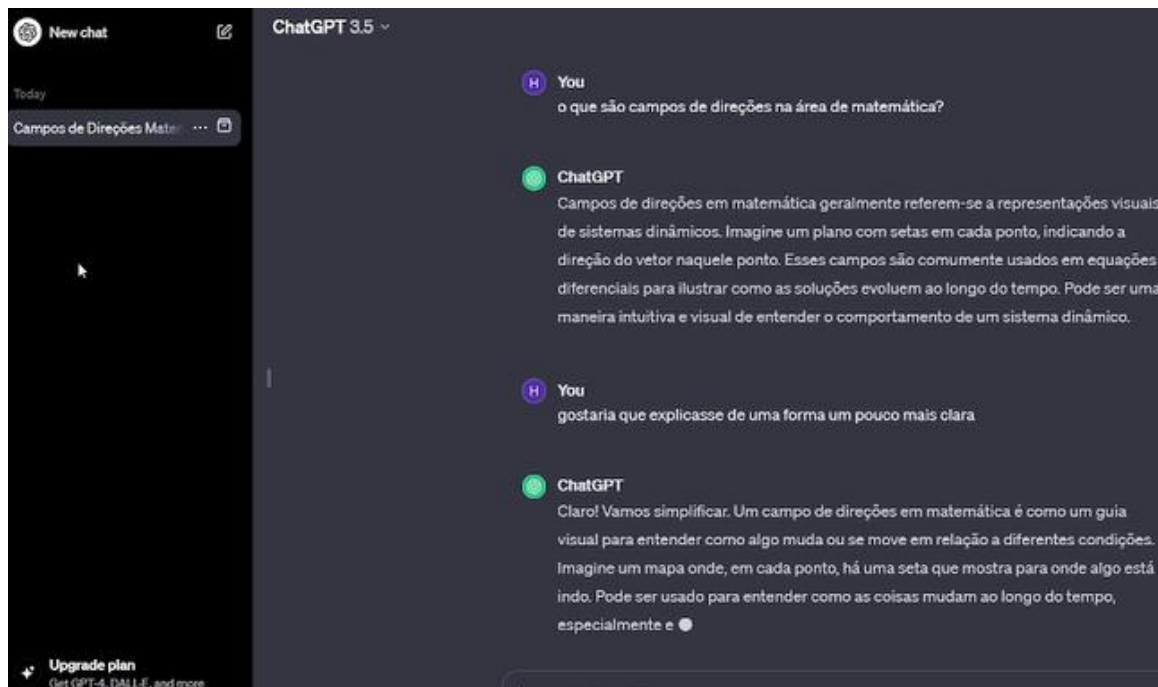


A Figura 22 apresenta os elementos do sistema de atividade, com suas respectivas características (sujeitos, objeto, comunidade, organização do trabalho, regras, artefatos e proposta de estudo). Nele, destacamos o objeto, que consiste em aprender EDO considerando o trabalho conjunto dos enfoques qualitativos e analíticos, a partir do uso de tecnologias e abordagens pedagógicas alternativas. Assim como Engeström (2016, p. 129), coadunamos que “o objeto de uma atividade de aprendizagem não pode ser reduzido a um texto”, caso contrário, “leva à minimização da produtividade do aprendizado”.

5.1.1 Equipe 01 (A1; A2 e A3)

A equipe 01 começa a interação com o ChatGPT perguntando o que são campos de direções na área de matemática e após a leitura da resposta, A2 verbalizou, “eu só entendi mais ou menos, tu entendeu A3?” e diante desse fato, A1 ponderou “vamos perguntar de novo”. Este trecho assinala uma das regras sendo delineada pelo grupo: só se avança quando há compreensão de todos. Essa convenção orientou as ações da equipe no sistema de atividade do início ao final. A Figura 23 exhibe as primeiras interações da equipe com o ChatGPT.

Figura 23 - Primeiras interações da equipe 01 com o *ChatGPT*



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

A continuidade do diálogo da equipe com o ChatGPT é evidenciada na Figura 23 e assinala o desejo dos estudantes por uma outra explicação, que nas palavras de A2, gostaria que fosse “de uma forma um pouco mais clara”. Baseado no *feedback* da Equipe 01, o ChatGPT fez



ajustes para atender à solicitação e com isso, na nova explicação houve a supressão do termo “vetor”.

A mudança no trecho “imagine um plano com setas em cada ponto, indicando a direção do vetor naquele ponto”, adaptado para “imagina um mapa onde, em cada ponto, há uma seta que mostra para onde algo está indo”, suscitou em mim um questionamento: como esta singela alteração poderia simplificar a ideia de campos de direções para os estudantes? Me deparei em meio a análise dos dados, a pensar-com-ChatGPT, e como aquela situação influenciaria ou não o raciocínio dos estudantes, para tanto, me apoiei em Kenski (2012, p. 105):

A ação docente mediada pelas tecnologias é uma ação partilhada. Já não depende apenas de um único professor, isolado em sua sala de aula, mas das interações que forem possíveis para o desenvolvimento das situações de ensino. Alunos, professores e tecnologias interagindo com o mesmo objetivo geram um movimento revolucionário de descobertas e aprendizados.

Este episódio trouxe para mim oportunidades de aprendizado e descobertas, que com toda certeza, impactaram minha prática pedagógica, especialmente, na organização e planejamento das aulas com o uso de TD. Em consonância, Lévy (2010b) reflete que na cibercultura “[...] a transação de informações e de conhecimentos [...]” também faz parte da atividade profissional, e nela, “a resolução inventiva de problemas” tem papel fundamental para a inteligência coletiva. Aqui, o uso do ChatGPT junto a propositura de um problema aberto, me fez sair da zona de conforto a que eu estava habituada, isto porque, ele ofereceu vários caminhos para os estudantes e dentre as possibilidades, algumas delas, eram desconhecidas para mim. Um bom exemplo disso, diz respeito à plotagem do campo de direções no *Visual Studio Code*, que até aquele momento eu não havia experimentado e se tornou fonte de aprendizado. Em várias ocasiões, me encontrei a pesquisar e investigar mais sobre Matemática e linguagem de programação.

Na mesma direção, Almeida (2015) argumenta que o professor ao ter contato com a *internet* (em meu caso, o ChatGPT), também experimenta transformações em sua prática, devido ao acesso que essa tecnologia dá a diferentes conteúdos e formas de ensiná-los, que podem ampliar e diversificar sua abordagem. Feita esta observação, retomo a discussão em volta de “imagina um mapa onde, em cada ponto, há uma seta que mostra para onde algo está indo” (ChatGPT, 2024), após alguns minutos, formulei a situação apresentada no Quadro 3:



Quadro 3 - Analogia para campos de direção.

Imagine que eu tenha um mapa de Tefé, e o porto é o ponto de partida. Meu objetivo é ajudar quem não conhece a cidade a chegar no CEST/UEA. Para tanto, faço marcações no mapa com vários pontos e para cada um deles, desenho uma seta que aponta para a direção que a pessoa precisa seguir. Todavia, preciso considerar, que conforme a pessoa opta por um caminho e avança, essa direção pode mudar.

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Ao concluir a ideia apresentada no Quadro 3, perguntei ao ChatGPT se a analogia era pertinente, e na Figura 24 evidencio sua resposta.

Figura 24 - Resposta do *ChatGPT* sobre a analogia



Sim, esse exemplo pode ser considerado uma boa analogia para campos de direções. Aqui está o porquê:

- **Pontos no Mapa:** No campo de direções de uma equação diferencial, cada ponto no plano corresponde a uma posição onde uma solução da equação é definida. No seu exemplo, cada ponto no mapa de Tefé representa uma posição na cidade onde a pessoa está em um determinado momento.
- **Setas no Mapa:** As setas que você desenha em cada ponto do mapa correspondem às direções que a solução da equação diferencial tomaria em cada ponto do campo de direções. Assim como as setas no mapa mostram a direção a seguir, as setas no campo de direções mostram a inclinação da solução naquele ponto.
- **Mudança de Direção:** No campo de direções, a direção da solução muda conforme o ponto muda, dependendo da equação diferencial. Da mesma forma, no seu exemplo, conforme a pessoa se move de um ponto a outro no mapa, a direção que ela deve seguir muda.

Portanto, essa analogia do mapa de Tefé pode sim ser considerada uma representação intuitiva de como um campo de direções funciona.

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

A resposta do ChatGPT na Figura 24, indica como cada elemento usado na composição da situação se relaciona com o campo de direções de uma EDO. O mapa de Tefé representa o espaço, os pontos por sua vez, tem ligação com a posição onde uma solução é definida, enquanto as setas correspondem à direção a ser tomada, e a mudança de direção pode ocorrer na medida em que a pessoa se move.

Assim como eu contextualizei a informação do ChatGPT, da mesma maneira um estudante poderia fazê-la, portanto, a meu ver, essa mudança na linguagem do ChatGPT, pode sim ter reorganizado o pensamento desses atores, assim como reorganizou o meu. No entanto, a suposição em relação aos estudantes, só poderia ser confirmada ou refutada, no andamento



das atividades. Cabe frisar, que não se trata de menosprezar o rigor matemático, tampouco conceitos formais, mas de oportunizar aos estudantes outras condições para compreender o conteúdo, de maneira mais intuitiva.

Ao passo em que as interações aconteciam, o próprio ChatGPT atualizava sua memória e salvava as preferências e informações ligadas ao usuário, por exemplo, se a pessoa é um estudante ou professor, a área de interesse, entre outros. O fato de personalizar a comunicação, evidencia a capacidade do ChatGPT em adequar sua linguagem a partir das necessidades individuais de quem o utiliza, de modo a simplificar ou fornecer mais detalhes sobre o tema em estudo, alinhando-os ao nível de conhecimento do usuário.

Avançando um pouco mais, o diálogo 01 mostra o entendimento dos estudantes sobre campos de direções após outras interações com o ChatGPT.

Diálogo 01 (08.01.2024):

A2: Ah eu entendi mais ou menos agora. É como se fosse construção de gráficos esses campos de direções.

A1: Eu entendi que era o comportamento, direção.

A2: Vamos dizer que são as setinhas.

Conforme visto no diálogo 01, campos de direções são construções gráficas (A2) que têm ligação com o comportamento de algo (A1), representado por meio de setas (A2). Importa destacar que a definição formal de campos de direções foi construída com os estudantes ao longo das atividades, portanto, os comentários acima indicam uma ideia inicial sobre o tema.

Até então, o ChatGPT desempenhava o papel de artefato mediando a relação sujeito-objeto, isto porque a IA nesse momento atuava como o meio pelo qual os sujeitos da atividade (estudantes) agiam sobre o objeto (aprender EDO de forma qualitativa). Aqui, os estudantes interagiam com o conceito de campo de direções por intermédio das respostas fornecidas pelo ChatGPT, o que de maneira gradual, alterou a forma deles compreenderem o objeto da atividade. Não identifiquei no diálogo 01, manifestações discursivas de contradições internas.

Em continuidade, a equipe questionou o ChatGPT sobre possibilidades de construção *online* dos campos de direções, e em resposta obteve como opções o *GeoGebra*, *Desmos* e *Wolfram Alpha*. Na tentativa de entender o processo de construção, a equipe se empenhou em fazer um exemplo dado pelo ChatGPT, utilizando o *GeoGebra*.

A escolha pelo *GeoGebra* se deu porque a equipe desconhecia os demais *softwares* mencionados pelo *chat*, e pelos estudantes terem algum tipo de experiência com o *GeoGebra*. Apesar disso e do passo a passo dado pelo ChatGPT, os acadêmicos não obtiveram êxito na



construção do campo de direções. E à medida que as tentativas falhavam, tensões eram reveladas. Por esta razão, a equipe teve que olhar para as outras possibilidades citadas:

Diálogo 02 (08.01.2024):

A2: Eu tava pensando em tentar o Desmos.

A3: Esse não tá abrindo.

A2: Então tenta o Wolfram Alpha.

A3: Abre o chat e pede um tutorial de como construir campos de direções no Wolfram Alpha [...]

A2: Acho que tem que digitar o comando [eles olham para o *site* e não sabem onde digitar a equação]. Volta lá e pergunta onde adiciona a função.

A1: A equação.

A3: Jesus, servidor temporariamente indisponível.

A2: Tenta de novo.

A1: Eu acho que não vai prestar não.

A3: Não vai não.

A2: Pede sugestões de aplicativos online em linguagem python. Pede o link do chat aí [...] abre os dois [se referindo aos links]. Fecha o Wolfram Alpha.

A frequência de expressões negativas de “não” dá indicativos da existência de um provável conflito, pois conforme indicam Engeström e Sannino (2011) comumente os conflitos se exteriorizam na forma de desacordo, crítica e resistência. Neste caso, ao olhar para o contexto e para as características desse tipo de manifestação, acredito que de fato se trata de um conflito, visto que há discordâncias entre os estudantes sobre os tipos de *softwares* a utilizar para a construção do campo de direções.

O diálogo 02, em minha análise, também remete ao início de um miniciclone de aprendizagem expansiva, pois, de acordo com Souto e Borba (2016, p. 9), “um miniciclone, começa a ganhar forma quando surgem dúvidas e questionamentos decorrentes de uma tensão, que pode ser ocasionada por uma necessidade de solucionar uma situação nunca antes prevista”. Neste caso, temos o grupo de estudantes, em situação de conflito na busca por resolver a visualização do campo de direções sugerida pelo *chat*.

No excerto de A2, diálogo 02, há influências externas que afetaram na escolha do *software*, isto porque A3, que estava manipulando o computador, havia feito o curso técnico de informática e entendia de linguagem de programação, e A2 sabia desta informação, o que pode ser confirmado no diálogo 04, quando A2 discorre: “É você que manja *Python*”.

Num momento subsequente, ao perguntarem ao ChatGPT sobre *softwares online* em linguagem *Python*, foi dada como sugestão o *Plotly*. Os estudantes então, tentaram instalar o programa, todavia, A3 ponderou sobre a necessidade de baixar bibliotecas para executar o programa. Eles seguiram pedindo informações ao ChatGPT, e outra vez, o fator externo, agora, de restrições de acesso à *internet*, foi evidenciado no trecho do diálogo 03:



Diálogo 03 (08.01.2024):

A3: Ele pede pra instalar. Se eu não me engano a gente tem que ter outro programa pra rodar essa biblioteca aqui. Pera aí, bora pesquisar aqui [se referindo ao chat]

A2: Coloca ponto de interrogação [se referindo a escrita da pergunta para o chat].

A1: O chat é brabo, ele consegue entender.

A3: Oh, para utilizar e executar scripts ou programas em Python você precisará de um ambiente de desenvolvimento que inclua um interpretador Python. Tem várias opções disponíveis.

A2: Pede uma sugestão dele, qual a melhor para fazer campos direções. Melhor não né.

A3: Mais leve né [risos].

As observações a respeito de agentes externos são fundamentais em nossa análise, primeiro, por representarem factíveis movimentos de translação no miniciclone de aprendizagem expansiva, e segundo, por contribuírem para a compreensão de quais elementos sociais, históricos, culturais e/ou outras influências externas impactaram ou não na aprendizagem de EDO. Como explica Santos (2006), quando reunimos pessoas, suas experiências e seus saberes, em distintos contextos, são compartilhados, e podem desencadear transformações no processo de produção do conhecimento. Da mesma forma ocorreu com essa equipe.

Avançando um pouco mais, a equipe seguiu com a instalação do programa *Jupyter*, porém, devido a um erro não foi possível executá-lo. Diante disso, tiveram que recorrer ao ChatGPT, para entender o que significava aquele erro. Após o *feedback* do *chat*, A3 decidiu fazer o *download* do *Python* versão 3.11. Em conformidade, a equipe voltou a executar o *prompt* de comando, e mais uma vez não obteve sucesso:

Diálogo 04 (13.01.2024):

A3: Vou copiar o código. Tá. E agora, como que coloca pra correr [se referindo a como visualizar]. Tá aqui o *Run*, sim, mas não tá indo.

A2: Dá F5.

A3: F5 não. Atualiza. Aqui não.

A2: Vai no tutorial de novo.

A3: Acho que achei o erro [se referindo ao programa instalado no computador]

A2: É você que manja *Python*.

A3: Aqui diz que o erro é na linha trinta. Mas aqui nem aparece a numeração. Vamos pro *online* mesmo.

A2: A gente tem que escolher uma e ir nela.

A3: Vou baixar esse aqui [aponta para o *Visual Studio Code*]

A2: Já volta no chat e pede um tutorial de como adicionar campos de direções daí tu coloca o nome do aplicativo.

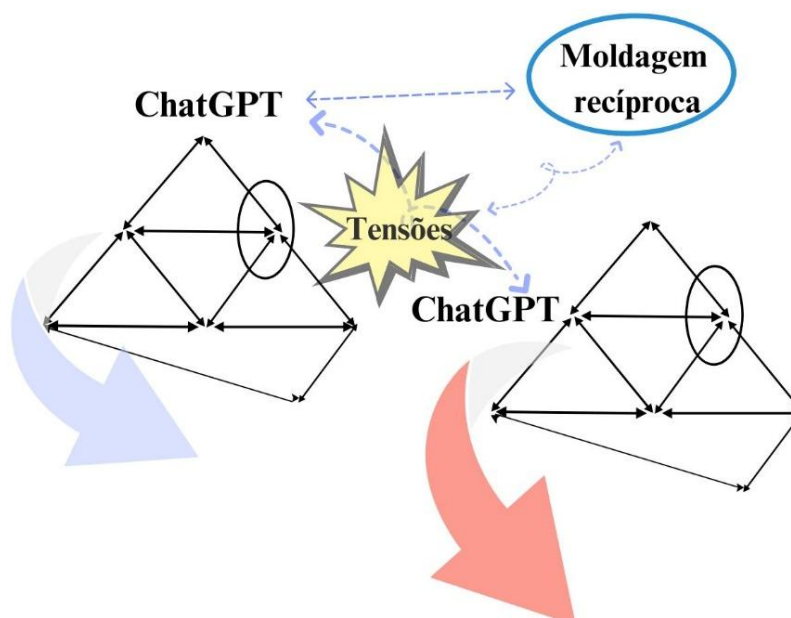
No diálogo 04 aparecem as pistas linguísticas “sim, mas” e “mas”, “a gente tem”, que respectivamente podem indicar um provável dilema e beco sem saída. Com respeito ao possível dilema manifestado nas expressões “sim, mas” e “mas”, nas falas de A3, foi verificada uma avaliação incompatível, entre o ator humano e o não humano (mídia), portanto, trata-se de uma contradição interna.



A expressão “a gente tem” não está descrita no Quadro 2, porém, considero que ela tem o mesmo sentido de “temos que”, e por esse motivo, foi incluída na primeira camada de nossa análise (identificação das pistas linguísticas). As tentativas não exitosas da equipe, aliadas às opções disponíveis para a construção dos campos (*software online versus* instalado no computador), fizeram emergir contradições internas no sistema de atividade. Quando A2 afirma: “a gente tem que escolher uma e ir nela”, o discurso revela os estudantes frente a alternativas dadas pelo ChatGPT, que embora indesejáveis para eles, precisavam ser feitas para prosseguir, o que caracteriza, portanto, uma situação de duplo vínculo (beco sem saída).

Além disso, esse cenário coloca em evidência o *agency* manifestado pelo ChatGPT, pois conforme pontuam Souto *et al.* (2025, p. 79) “[...] uma das formas pelas quais atores não humanos manifestam *agency* é por meio da delegação: eles realizam ações intencionais cuja intenções lhes foram atribuídas por outra entidade”. A intenção da Equipe 01 era obter um código em *Python* que gerasse o campo de direções desejado, com isso, nas interações com a IA essa intenção foi compartilhada, e as respostas geradas passaram a agir e mobilizar os estudantes na resolução daquela tarefa. Com a *agency* delegada exercida pelo ChatGPT, compreendo que o miniciclone progredia com movimento de rotação, deslocando essa mídia para o polo sujeito, conforme representado na Figura 25.

Figura 25 - ChatGPT como sujeito da atividade – Equipe 01



Fonte: Elaborado pela autora.

Na Figura 25 as setas em azul e vermelho destacam que o miniciclone estava progredindo, impulsionado pelas tensões que ocorriam originadas nas interações estudantes-



com-ChatGPT. Nela também está representado o movimento do ChatGPT no Sistema S-H-C-M, que naquele instante estava compartilhando com a Equipe 01 o papel de sujeito da atividade. De acordo com Engeström (2016) os sujeitos e/ou subgrupos do sistema de atividade, são aqueles que agem sobre o objeto, e nesse caso especificamente, o poder de ação da IA provocou ações agentivas nos estudantes.

O próximo diálogo traz indícios da solução do conflito apontado no diálogo 02:

Diálogo 05 (13.01.2024):

A3: Acho que já tá tudo ok. Tá tudo instalado. Nós vamos fazer o teste com o que ele deu como exemplo pra ver se executa.

A2: Olha lá [se referindo ao chat] vê se é o mesmo passo a passo que o outro [começam a leitura das informações]. Viu, executa o script ‘Ctrl+F5’.

A1: Será que agora vai?

A3: Já deu um erro.

A2: Não! Erro fica em vermelho.

A3: Te acalma aí, vou ver no chat aqui. [A3 digita no chat “revise o código”]. Vou copiar o novo código.

A2: Mas tu nem viu se deu erro mesmo.

A1: Deu oh, nem executou [A3 então copia o novo código].

A3: Agora ele exibiu aqui.

A2: Ah sim, sim. Mano salva aí. Se é, é, se não for, meu Deus.

Na expressão “nós vamos fazer” temos a resolução do beco sem saída, caracterizada pela ação prática. Para Engeström e Sannino (2011, p. 374) um duplo vínculo ou beco sem saída é resolvido quando há “uma tentativa de transição do “eu” individual para o “nós” coletivo [...] carregada de um senso de urgência”. Nessas circunstâncias, os estudantes coletivamente decidiram testar o código e verificar se ele executava, em que a responsabilidade sobre o entendimento do código deixava de ser direcionada a A3 e passava a ser compartilhada pelos demais componentes da equipe, como por exemplo, quando A2 diz “executa o script ‘Ctrl+F5’”. Isto significa que houve uma transformação prática na postura desses estudantes.

A pista “sim, sim” sublinha a resolução do conflito que se originou nas dúvidas e inquietações quanto aos tipos e às formas de acesso dos *softwares* para a construção do campo de direções. Em virtude das negociações que se estabeleceram e por intermédio das experimentações, A2 aceita que o caminho tomado (instalar o editor de código-fonte *Visual Studio Code*) os levou à solução da situação.

Quando A2 socializou com a turma o caminho percorrido por sua equipe, ele pontuou de maneira específica as dificuldades enfrentadas e as tentativas realizadas a partir das opções disponibilizadas pelo ChatGPT.

Como na aula anterior a gente teve muita dificuldade em trabalhar com o *GeoGebra*, a gente também tentou a opção do *Wolfram Alpha*, mas não ficou tão claro pra gente, daí a gente solicitou que, como o A3 ele entende um pouco de linguagem Python, a



gente pediu pro chat indicar pra gente algum aplicativo que trabalhasse com a linguagem *Python*, daí ele indicou esse *VS Code*, a gente teve que baixar umas bibliotecas e tudo mais aí a gente conseguiu fazer bem (Dados da pesquisa, 2024).

Analisando este trecho, a falta de fluência dos estudantes com o *GeoGebra* e o *Wolfram Alpha* desencadeou tensões, que resultaram na formação de um miniciclone de aprendizagem expansiva. A esse respeito Souto (2022, p. 151) discorre que “não ter fluência com uma dada tecnologia, é um elemento muito forte e paradoxal”, pois ao mesmo tempo que isto pode limitar o processo de reorganização do pensamento, pode ser fonte de tensões em um miniciclone, e foi esta segunda possibilidade que aconteceu com a Equipe 01.

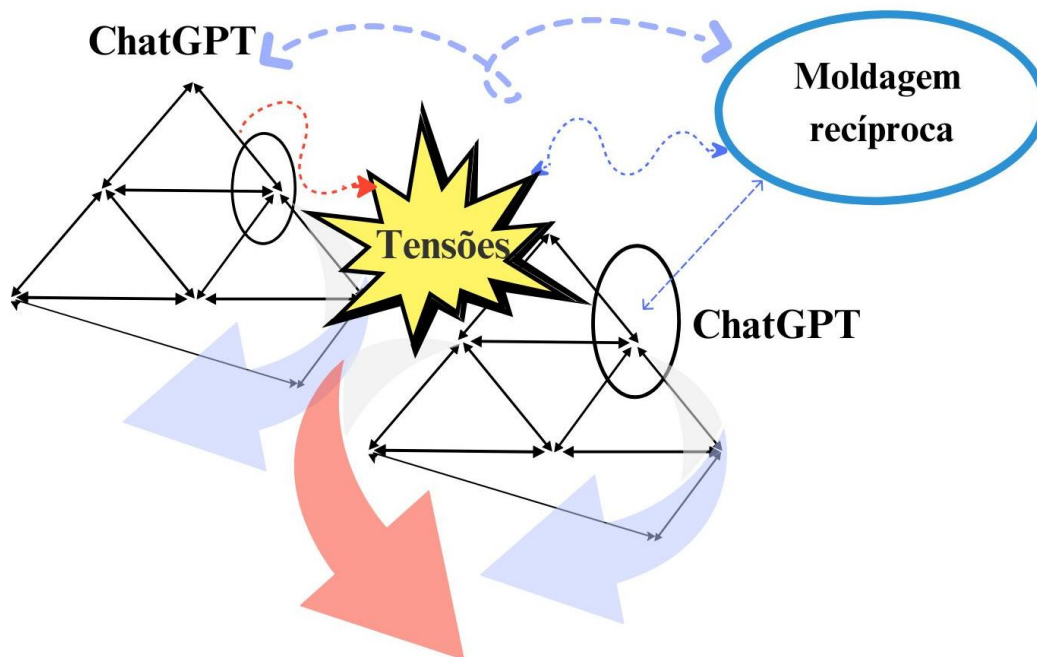
Paralelamente, na proporção em que os estudantes adaptavam suas ações na busca por novas soluções a partir das conversações com o ChatGPT, surgiam indícios de um movimento de rotação no miniciclone. Em Borba *et al.* (2022, p. 105) é indicado que “um movimento de rotação pode ocorrer, por exemplo, nas quebras de *script* [...] que são as rupturas, interrupções, pausas, reorganizações no/do planejamento do professor”.

Em minha interpretação, embora as rupturas não estivessem relacionadas diretamente ao planejamento pedagógico citado pelos autores, elas aconteciam na dinâmica e no fluxo das ações planejadas pelos estudantes, impulsionadas pelos *feedbacks* do ChatGPT. Os retornos obtidos exigiam constantes reavaliações sobre os próximos passos a serem tomados.

Essa compreensão pode ser percebida quando inicialmente a Equipe 01 buscava construir o campo de direções no *GeoGebra* e com as tensões que emergiram nesse processo, passou a construir o campo de direções no *Wolfram Alpha* e posteriormente no *Visual Studio Code*. Tais reorganizações foram lideradas pelos aprendizes e influenciadas pelas respostas da IA. O movimento de rotação também revelava os possíveis deslocamentos ou papéis desempenhados pelas TD no sistema de atividade em dado momento (Borba *et al.*, 2022).

Os retornos da IA condicionavam (sem determinar) as ações dos estudantes. A respeito das ações agentivas humanas, Soares e Toledo (2022, p. 271) afirmam que ela envolve “a capacidade de um indivíduo de agir visando superar as condições circundantes”, o que ocorreu de maneira explícita nas interações estudantes-com-ChatGPT. Aliado a isso, Cunha (2023) explica que quando uma tecnologia mobiliza esse tipo de ação na atividade, ela manifesta *agency* delegada. Em razão disso, é plausível considerar que o ChatGPT se tornou um novo espaço-problema para o sistema de atividade, e com isso vislumbro que houve uma expansão no papel por ele desempenhado no sistema de atividade, que transicionava para a condição de objeto. A Figura 26 ilustra esse movimento.



Figura 26 - Ilustração do Movimento do *ChatGPT*

Fonte: Elaborada pela autora.

Na Figura 26, o ChatGPT ocupava o lugar do elemento artefatos, e com o processo de moldagem recíproca, estudantes-com-ChatGPT, seu papel foi transformado, assumindo, conforme ilustrado na Figura 26, o papel de objeto da atividade. Os dados vão ao encontro de Souto (2013, p. 221): “a constatação de que uma mídia molda as ações dos sujeitos [...] indica, a meu ver, que essa mídia pode ser entendida como componente do objeto em sistemas S-H-C-M”. Sob este prisma, há muitos anos, Borba e Penteadó (2019, p. 57-58) já manifestavam que:

Ao fazermos uma pergunta para um oráculo, ele nos responde com uma charada ou desafio. O entendimento se dará na medida em que tentarmos decifrar a resposta dada pelo oráculo. Algo similar acontece na interação com o computador. Nem sempre é possível conhecer de antemão as possíveis respostas que aparecem na tela. É preciso entender as relações que estão sendo estabelecidas pelo software.

Como observam os autores, os *feedbacks* dados pela tecnologia não necessariamente darão aos estudantes as respostas prontas para alguma situação. Na atividade com o ChatGPT, por exemplo, a aprendizagem foi se estabelecendo à proporção que esses atores interagiam e experimentavam o que estava sendo proposto pelo ChatGPT.

Em outras palavras, os estudantes influenciaram o ChatGPT por meio de suas perguntas, necessidades e preferências, como quando A2 discorre “a gente pediu pro chat indicar pra gente algum aplicativo que trabalhasse com a linguagem *Python*, daí ele indicou esse *VS Code*”, esta ação moldou as respostas do ChatGPT. Por outro lado, ao emitir suas sugestões e gerar os



códigos em *Python*, o ChatGPT também influenciou o pensamento dos estudantes, isto porque foi preciso interpretar e adaptar o código a outras situações, além propriamente da análise do gráfico gerado no *Visual Studio Code*.

Na segunda parte (Quadro 4), foi solicitado aos estudantes o uso de alguma tecnologia digital, para construir o campo de direções da equação logística de uma certa espécie, dada por:

Quadro 4 - Problema proposto aos estudantes

$p'(t) = p(2 - p)$, em que p é a população dada em milhares no instante de tempo t . Após, eram realizados os seguintes questionamentos: i) o que se pode inferir sobre a população limitante, considerando uma população inicial de 4000; ii) é possível que uma população de 1200 pessoas inicialmente diminua para 800; iii) essa mesma população inicial (1200) poderia aumentar para 2500.

Fonte: Adaptado de Nagle *et al.* (2012).

A propositura era fazer com que os estudantes construíssem campos de direções com as TD, considerando as sugestões do ChatGPT, e definidas suas escolhas, proceder com a análise do comportamento das soluções da EDO, dadas as condições iniciais. O processo de resolução começou com a equipe abrindo o editor *Visual Studio Code* para construir o campo de direções da equação:

Diálogo 06 (15.01.2024):

A2: Já tem lá os comandos?

A3: Já do exemplo que a gente fez. É só mudar lá no Studio.

A1: Mas não tem o intervalo?

A2: Eu acho que não.

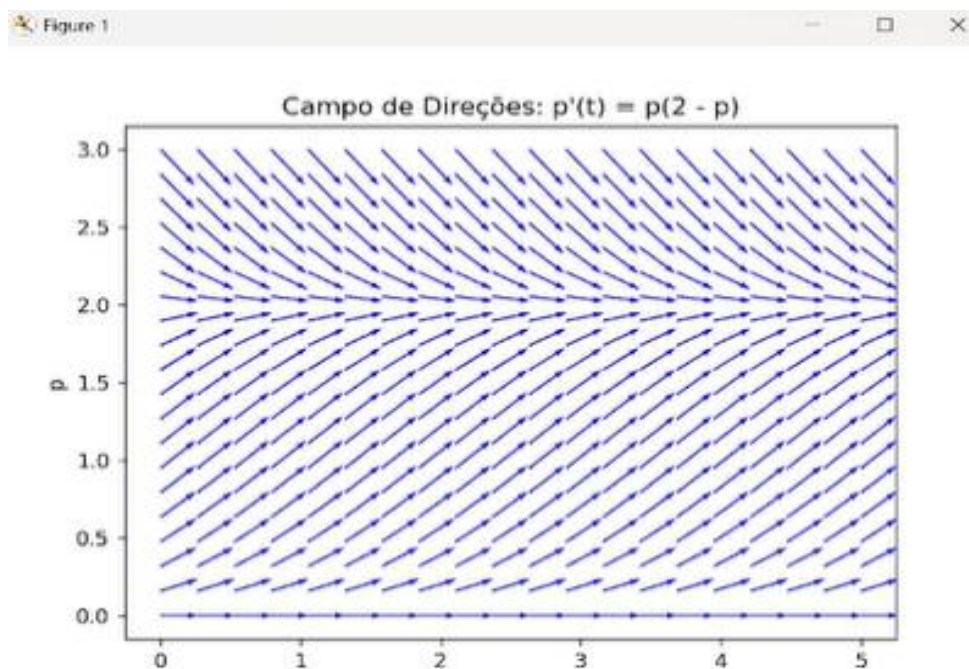
A1: E aí?

A3: Espera um pouco. Oh aí, alterou.

Como é possível observar no diálogo 06, A1 questiona os intervalos a serem usados nos eixos, contrapondo que não se trata apenas de alterar a equação no ambiente de programação, conforme indicado por A3. As expressões “mas” e “não”, sublinhadas, suscitam a existência de possíveis contradições internas no sistema, respectivamente, dilema e conflito. Elas emergem das dúvidas em relação aos valores (máximo e mínimo) a serem tomados no eixo p , as quais, no decorrer das discussões, se tornam ainda mais evidentes. Na Figura 27, destaco a representação do campo de direções da equipe.



Figura 27 - Campo de direções gerado pela equipe no *Visual Studio Code*



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Apesar de a equipe ter construído o campo de direções da equação (Figura 27), tensões são alavancadas pela necessidade de responder às questões propostas, a partir das visualizações gráficas do campo de direções. Dito de outro modo, até então, os estudantes não conseguiam relacionar o campo de direções à interpretação qualitativa do comportamento das soluções de uma EDO. Vislumbro, com isso, o início de um novo miniciclone no diálogo 07:

Diálogo 07 (15.01.2024):

A2: Mas e aí [risos]. A partir disso aí, que conclusões nós tiramos?

A1: Mas aí só aparece o campo de direções.

A2: [...] Oh ele é limitado de zero a cinco. Não sei.

A3: Nesse caso aqui, esses valores aqui dá pra tu alterar.

A1: Então o nosso p vai ser 3000? 4000.

A3: 4000.

A1: Então a gente vai ter que modificar no código.

A2: Eu acho que não. É pra analisar a parte do campo de direções. É só pra analisar, não precisa modificar nada não.

A3: Mas eu acho que a gente vai ter que modificar aqui, porque o inicial fala aqui que é 4000. E no gráfico o inicial aqui começa de 0.

A1: Vê o valor lá, oh é 1200.

A2: São três coisas diferentes pra analisar a partir do gráfico isso daí. Oh, presta atenção. Olhando aqui oh a gente consegue, de zero todos os valores abaixo de 2, vai crescente e todos os valores acima de 2 tá descendo.

A3: Mas a gente tem que organizar o 4 [se referindo ao 4000]

A2: O 4 não.

A3: É porque a cada 1 a gente considera como 1000.

Nessa passagem, ao comentarem: “mas e aí [risos] a partir disso aí, que conclusões nós tiramos?” e “mas aí só aparece o campo de direções”, A2 e A1 revelaram traços de um ensino



compartimentalizado, “encapsulado” (Engeström, 2002). Para Silva e Souto (2020, p. 151), esse tipo de tensão “parece ser estrutural e historicamente construída pela forma como temos aprendido e ensinado a matemática”. Na percepção dos estudantes, observada nas entrelinhas do diálogo 07, a visualização gráfica gerada pelo campo de direções não fornecia informações suficientes para que eles formassem conjecturas sobre os questionamentos propostos. Essa situação imprimiu mudanças no sistema de atividade, visto que o editor *Visual Studio Code*, desestabilizou a forma usual de produção do conhecimento matemático internalizada pelos estudantes.

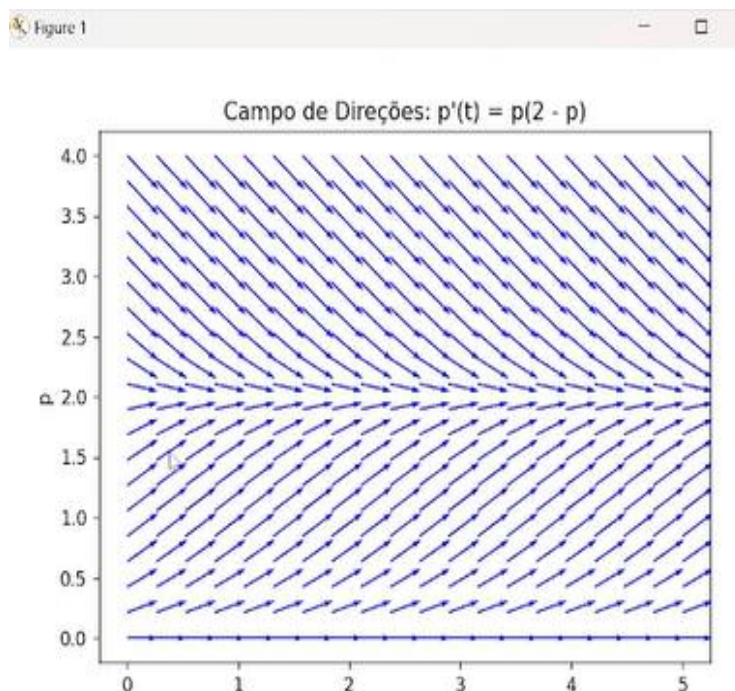
As pistas linguísticas “mas”; “não” e “a gente consegue”, no diálogo 05, sugerem a existência de contradições internas. Apesar de o termo “a gente consegue” não estar descrito na Figura 03, considero que ele tem o mesmo significado de “vamos conseguir”. Nestes moldes, analiso a ocorrência de um dilema. Ao discutirem sobre o intervalo do eixo p , os estudantes expressam opiniões diferentes, enquanto para A1 e A3 se faz necessário mudar os valores do intervalo no código, A2 é contrário a esse entendimento. Desta forma, trata-se de uma situação de dilema.

No diálogo 07 são reveladas ainda confusões a respeito da interpretação dos valores iniciais para a EDO, bem como de sua representação no plano pt , quando A3 argumenta: “o inicial fala aqui que é 4000, e no gráfico o inicial aqui começa de 0”; à contrapelo, A1 afirma: “vê o valor lá, oh é 1200”. Há uma falta de compreensão da condição inicial, que na situação i) indica que no instante $t = 0$ a população p é de 4000, enquanto na situação ii) no instante $t = 0$ a população p é de 1200.

Por sua vez, A2 tenta contribuir explicando que são situações diferentes para serem analisadas na representação gráfica, conforme evidenciado em um dos trechos do diálogo 07. Nesse momento, o trabalho colaborativo se delinea, quando, juntos, os estudantes decidem alterar os valores no código, na busca por um argumento aceitável para todos. A mobilização da equipe pode ser um indício de que o dilema estava sendo resolvido. A Figura 28 apresenta o novo campo plotado após as mudanças.



Figura 28 - Campo gerado após a alteração do valor máximo do eixo p



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

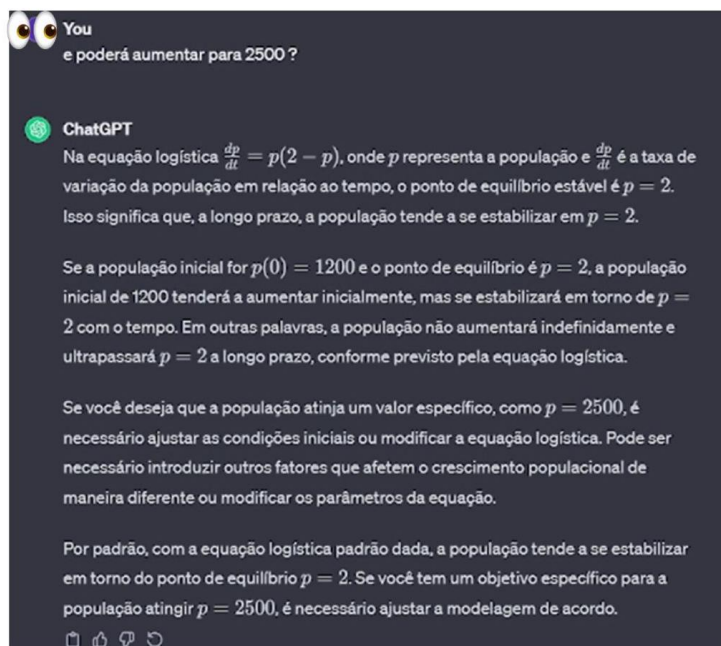
À luz do novo gráfico gerado, A2 argumenta: “Olha é a mesma coisa [...] viu que é o mesmo comportamento. Tá descendo”. Embora A2 tenha reafirmado sua opinião, ele expressa, em outro discurso a necessidade de calcular o limite de $p(t)$: “tem que calcular o limite não tem não? Pra poder saber, calcular o limite de $p(t)$ ”.

Javaroni (2007) explica que, ao se concentrarem unicamente em métodos e técnicas analíticas, os estudantes acabam não atribuindo significados ao comportamento das soluções de uma EDO. Adicionalmente, em Souto (2016) encontro que esse sentimento de que falta algo pode ter ligação estreita com o tipo de enfoque a que os estudantes estão acostumados, neste caso, centrado na resolução analítica e algébrica, com o uso das mídias lápis e papel.

Dando prosseguimento, a equipe decidiu perguntar ao ChatGPT sobre os pontos que geraram incertezas, em especial, se as conjecturas por eles formuladas estavam corretas. A Figura 29 evidencia uma das interações estudantes-com-ChatGPT.



Figura 29 - *Feedback* do ChatGPT referente ao diálogo 06



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Pelo exposto na Figura 29 o ChatGPT indicou que, se a população inicial era de 1200 e o ponto de equilíbrio $p = 2$, então a população poderia aumentar, estabilizando-se em torno desse ponto. À luz dessa informação, A2 formulou a seguinte conjectura: “Ele se aproxima de 2 oh, mas não chega exatamente em 2”. Na mesma direção, A3 verbalizou: “Em 2. É basicamente a análise que a gente fez lá. Tipo ela vem decrescendo até se estabilizar”. Já A1 assinala: “em 2 é estável”.

Após a resposta do *chat*, as discussões recomeçaram, e durante esse processo, os estudantes alternavam entre os *feedbacks* do *Visual Studio Code* e do ChatGPT, e ao contrastar os dados reformulavam suas interpretações. Tais movimentos indicaram uma reorganização do pensamento (Tikhomirov, 1981), isto porque ambas as tecnologias influenciaram o raciocínio dos estudantes, seja para corroborar ou refutar as respostas que não eram unanimidade para a equipe. No diálogo 08 ilustramos mais algumas reflexões da equipe no que tange à interpretação das soluções da EDO:

Diálogo 08 (15.01.2024):

A2: E se a pergunta que a gente estiver fazendo estiver errada. Porque pera aí [ele alterna a janela para o gráfico do campo de direções]

A3: Pergunta do chat, você tem certeza da sua resposta, porque aí ele revisa.

A1: Eu acho que tá certo, porque a setinha vai assim [faz movimentação com as mãos apontando para baixo], no caso maior que 2.

A2: Tá, mas o que tem a ver?

A1: Porque não pode passar de 2.

A1: Ele vai vir e tender a 2.



A3: Ela vai se estabilizando.

A2: Não, mas. Pensa assim agora [suspiro], vamos supor [...] uma população de 1200.

A3: Ela poderá aumentar. Tipo diminuir não né, porque pelas setas aqui, sempre tá aumentando [faz gestos para cima se referindo as setas]. Por isso que ela não pode diminuir porque nenhuma daqui tá [novamente faz gestos]

A2: [...] ah sim, entendi, entendi [...] tá subindo mesmo e para lá no 2.

A3: Imagina a gente fazendo isso no *GeoGebra*, a gente tava perdido até agora né.

A2: Agora vai! Pra $p < 2$ diminui, tudo pra baixo.

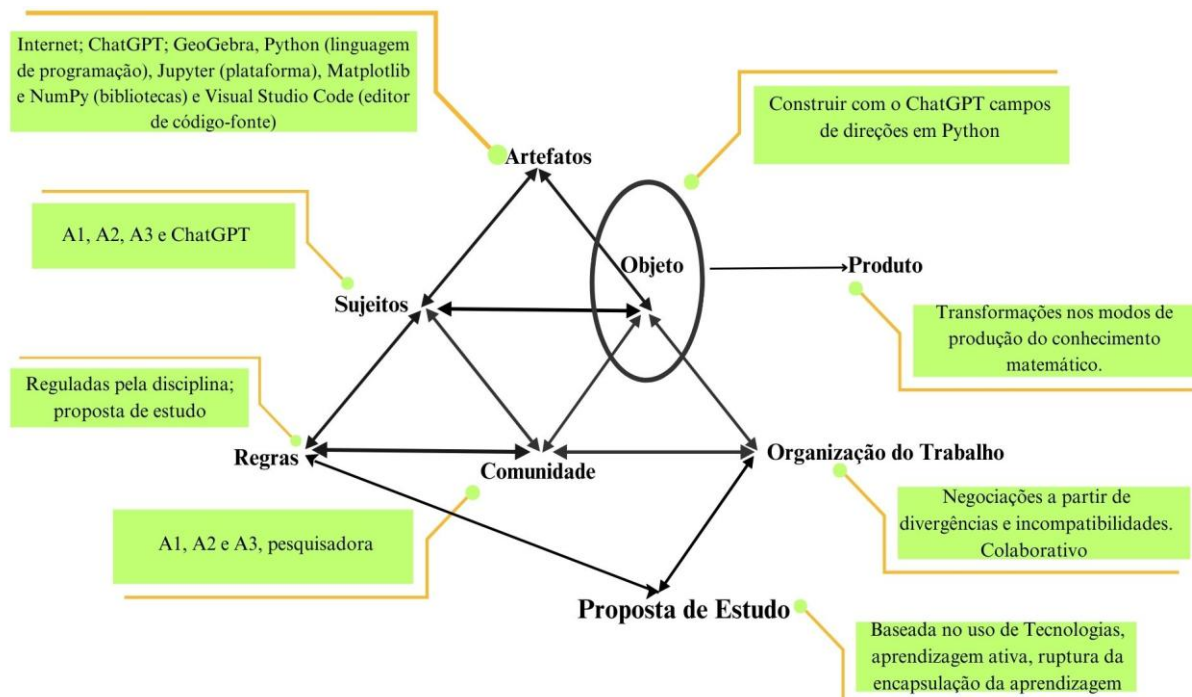
A3: Tudo vai pra 2.

A2: Então é isso mesmo [...].

No diálogo 08, A2 pontuou sobre o modo como as perguntas estavam sendo realizadas ao *chat*, no entanto, A3 ponderou que isso era passível de ser questionado ao próprio *chat*, justificando que ele [o *chat*] poderia revisar as informações fornecidas. As pistas linguísticas “mas” e “não”, sublinhadas no diálogo 08, indicavam a existência de prováveis tensões (dilema e conflito), e avaliando as características de cada manifestação e seu contexto, apenas a contradição interna, conflito, de fato ocorreu, pois segue acompanhada de debates e argumentações. À contrapelo, a pista “sim” sinalizava a resolução desse conflito.

O fim do miniciclone começava a ser manifestado, quando A1 justificou que no caso de $p > 2$, as setas apontavam para baixo, indicando decrescimento até se estabilizar em $p = 2$, o que também foi confirmado por A3 e posteriormente aceito por A2. No início desta seção, a Figura 22 ilustrou o sistema de atividade idealizado para a disciplina de EDO, e com base nos dados produzidos por A1, A2 e A3 em relação ao primeiro episódio, apresento na Figura 30, o sistema de atividade constituído por essa equipe.

Figura 30 - Sistema Constituído por A1, A2 e A3 – Episódio 01



Fonte: Elaborada pela autora.



No diagrama do sistema constituído ao longo do desenvolvimento do episódio, representado na Figura 30, assinalo a expansão do papel desempenhado pelo ChatGPT no processo de aprendizagem dos campos de direções. A princípio, o ChatGPT foi considerado como artefato, no entanto, as interações estudantes-com-ChatGPT se constituíram como potenciais qualitativos para a transformação do espaço problema.

À medida que os *feedbacks* do ChatGPT mostravam possíveis soluções para a construção de campos de direções, tensões foram geradas no sistema de atividade. Isto aconteceu porque as opções dadas não eram triviais para os estudantes. Com isso, o *agency* do ChatGPT provocou dúvidas, incertezas e questionamentos que, aliados à necessidade da equipe de resolver a situação, culminaram na ocorrência de um miniciclone.

Para Souto (2016, p. 187) é “[...] neste momento de instabilidade é possível observar o processo de moldagem recíproca que carrega consigo pistas do objeto da atividade”. À luz dessa citação e a partir dos dados produzidos, o ChatGPT imprimiu mudanças no pensar coletivo da equipe, influenciando o raciocínio e, conseqüentemente, as ações desses atores.

Na socialização com a turma, ao final desse episódio, A3 compartilhou que para sua equipe, campos de direções “[...] são representações visuais e essas setas, em cada ponto do plano tem setas, que na verdade são a $f(t, p)$ nesse ponto [...] a inclinação é esse valor [...] elas ajudam a visualizar as tendências do comportamento das soluções das equações diferenciais”. Esse trecho evidencia que a compreensão inicial indicada no diálogo 1, como uma construção gráfica que tem “setas” e trata da “direção” e “comportamento” de algo, se tornou mais elaborada e próxima da definição formal sobre campos de direções, especialmente no que se refere à interpretação das setas nessa representação geométrica.

Interessa sublinhar que as contradições internas mais recorrentes foram dilema e conflito, no entanto, houve ainda a identificação de um duplo vínculo (beco sem saída).

As respostas do ChatGPT, aliadas ao trabalho colaborativo da equipe e ao conhecimento prévio de A3 sobre linguagem de programação, contribuíram para que a equipe concluísse satisfatoriamente a atividade. Nessas circunstâncias, o ChatGPT participou como coautor da produção do conhecimento matemático, o que se alinha a perspectiva de Lévy (2014, p. 289), de que esse tipo de inteligência precisa estar a serviço do aperfeiçoamento das “[...] capacidades pessoais e coletivas de produzir, de gerar e de se apropriar dos conhecimentos [...]”.

Com isso, a nosso ver, os estudantes conseguiram compreender as relações entre campo de direções e a interpretação qualitativa do comportamento das soluções de uma EDO de primeira ordem, além de significados atribuídos ao conceito de pontos de equilíbrio.



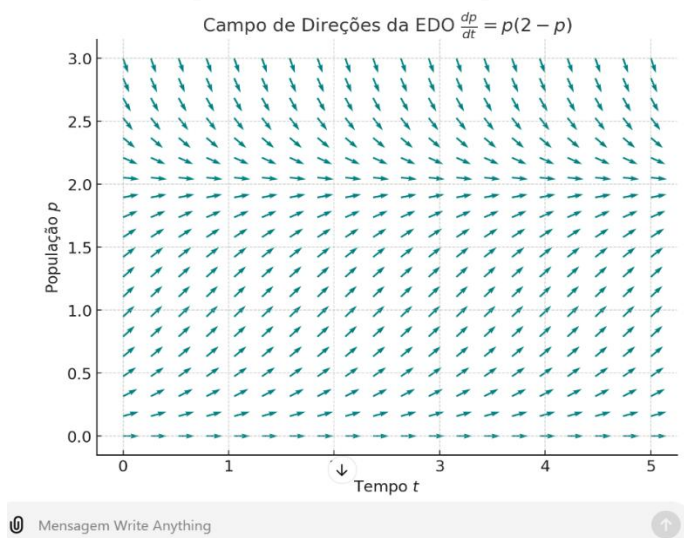
Importa destacar que o *agency* do ChatGPT também provocou ações agentivas nesta pesquisadora, isto porque, para além do percurso tomado por essa equipe (sugerido pelo ChatGPT) em construir o campo de direções usando ambiente de programação, que me fez estudar com mais profundidade a linguagem *Python*, a própria elaboração da proposta de estudo que enfatiza o pensar-com-tecnologias, entre elas o pensar-com-ChatGPT, me colocou em um miniciclone de aprendizagem expansiva. Sobre o *agency* que atores não humanos podem exercer sobre atores humanos, Souto *et al.* (2025) esclarecem que:

O *agency* não se limita à capacidade de agir dentro de estruturas preexistentes ou de se adaptar a elas; ele se manifesta, crucialmente, na capacidade dos sujeitos de questionar, desafiar e fundamentalmente transformar essas estruturas e as próprias práticas [...] esse potencial transformador está intimamente ligado ao conceito de “aprendizagem expansiva [...], que é um processo coletivo de superação de contradições internas ao sistema de atividades (Souto *et al.*, 2025, p. 119).

Essa citação vai ao encontro da mudança qualitativa que aconteceu em minha prática pedagógica, onde me coloquei continuamente a investigar, pesquisar e formular tarefas para serem resolvidas de forma criativa pelo coletivo pensante estudantes-com-ChatGPT.

Nos diversos testes simples que fiz no ChatGPT, percebi por exemplo, outras possibilidades disponibilizados na barra lateral dessa IA no ícone de ‘explorar GPTs’, entre elas, o *Write Anything*. Esse modelo de IA oferecia uma opção direta para gerar o campo de direções, no entanto as limitações impostas na versão gratuita, que era de uma imagem criada para cada 12 horas, na época da produção dos dados, impediriam o trabalho e acesso irrestrito a esse tipo de representação durante o encontro semanal com a turma, o que inviabilizou o uso desse modelo de IA na proposta. A Figura 31 exibe o campo gerado no *Write Anything*.

Figura 31 - Campo de direções gerado pelo *Write Anything*



Fonte: ChatGPT, 2024.



Apesar dessa opção não ter sido utilizada na proposta de estudo, considero que ela assim como outros modelos de IA, incorporados ao ChatGPT, ampliam as oportunidades de ensinar e aprender Matemática. Compartilho da visão de Lévy (2014, p. 274) de que “aumentar a inteligência humana é mais importante do que substituí-la”, assim a IA deve ser “colocada a serviço da autonomia e do poder cognitivo das pessoas e das suas conversações criativas” (Lévy, 2014, p. 287). Em outras palavras, o uso do ChatGPT metamorfoseou a dinâmica de trabalho e as formas de raciocinar, formular, agir e produzir matemática.

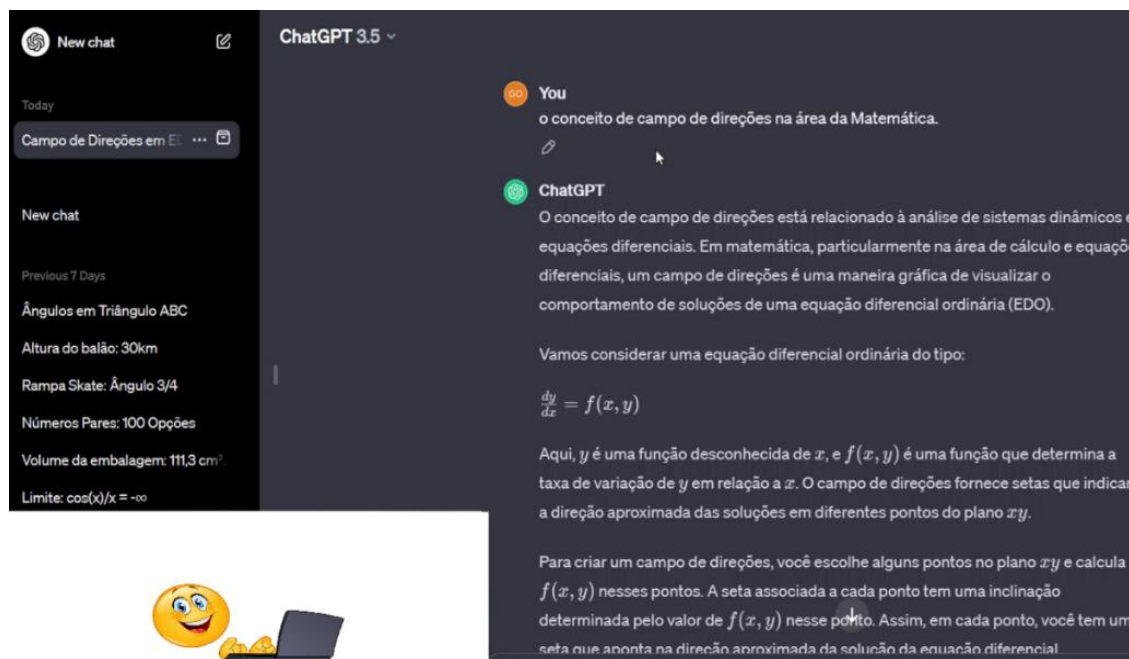
5.1.2 Equipe 02 (A4 e A5)

A Equipe 02 iniciou o bate papo com o ChatGPT perguntando diretamente o conceito de campos de direções. Contudo, um detalhe em específico me chamou a atenção: na barra lateral, onde ficam localizados os históricos de conversa, havia diálogos anteriores relacionados a conteúdos de matemática, o que indica que ao menos uma das componentes da Equipe 02, já fazia uso do ChatGPT para fins de estudos.

A estudante A5 discorre durante o grupo focal que “no começo a gente não conhecia muito bem o chat, a gente conhecia outras inteligências artificiais, mas não basicamente o chat né, porque estudante, tu sabe que estudante procura de tudo”. É importante perceber que o discurso de A5 é uma evidência de como as IA já estão se popularizando entre os estudantes, independente se a sala de aula está ou não conectada a ela.

Essas ideias também vão ao encontro de Souto e Borba (2016), quando afirmam que nos dias de hoje, não se trata mais de uma decisão do professor, proibir ou não o uso das TD, isto porque, elas já fazem parte do processo de aprendizagem dos estudantes, seja antes, no decorrer ou após o horário de aula. A Figura 32 ilustra a situação descrita e a primeira pergunta da Equipe 02 ao ChatGPT sobre campo de direções.



Figura 32 - Registros do uso do *ChatGPT* anterior a aplicação da proposta

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

É possível observar que a pergunta da Equipe 02 resultou em uma resposta mais detalhada, se comparada a da Equipe 01 (ver Figura 23). No primeiro parágrafo é dada uma visão mais ampla sobre o tema e logo após, é introduzida uma definição matemática mais formal. A seguir, o diálogo 09 traz indícios de como a organização do trabalho se desenhava nessa equipe.

Diálogo 09 (08.01.2024):

A5: Deixa logo eu abrir o *chat* pode ser?

A4: Me dá papel para a gente ir anotando [...]

A5: Então, eu pergunto o que são campos de direções? Ou o conceito?

A4: O conceito.

A5: Quer que eu tire print?

A4: Tira e renomeia tela 01, tela 02. E depois a gente só organiza.

A5: A gente fez a primeira parte né [se referindo ao que são campos de direções].

A4: Agora pergunta a segunda, sobre a construção.

A5: A gente bota só isso aqui, sobre as possibilidades de construção?

A4: Mesma coisa, conceito aí.

A5: Será que tem conceito pra isso?

A4: Sim! Sobre o que trata isso né.

A5: Eu acho que as possibilidades são as ferramentas, digamos assim, os métodos.

A4: Os métodos que a gente pode utilizar pra isso [neste momento A5 faz print de tela das respostas do chat]. Agora bora para a próxima pergunta, aí depois a gente faz as anotações [...].

A divisão de tarefas, a princípio, ocorreu com A5 interagindo com o computador, enquanto A4 fazia anotações no papel. No entanto, as perguntas direcionadas ao ChatGPT, não



foram definidas exclusivamente por A5, mas acordadas conjuntamente pela Equipe 02, o que sugere traços de um trabalho colaborativo.

Ainda no diálogo 09, as posições assumidas por A4 e A5, indicam pouca preocupação da Equipe 02 em interpretar as respostas dadas pelo ChatGPT. Quando A5 indaga o que escrever na mensagem, A4 prontamente responde “o conceito”, e isto se repete para a pergunta subsequente. Havia assim, um interesse mais ávido da Equipe 02 em buscar “respostas” do que propriamente entender o que eram campos de direções. A meu ver, neste momento, o sistema de atividade da Equipe 02 se encontrava estagnado.

Somente após “finalizar” as buscas, é que de fato, a Equipe 02 iniciou com atenção a leitura dos dados, e a partir daí, alguns questionamentos foram levantados:

Diálogo 10 (08.01.2024):

A5: Então tá, o campo de direções [...] é uma técnica que tem uma parte mais de visão gráfica, que auxilia [...] a enxergar, eu não sei, a visualizar o comportamento de soluções de uma equação diferencial. É isso.

A4: Sim. E essas setas?

A5: Pera aí [começam a ler o que diz o chat]. É, vamos lá, vamos imaginar, o nosso plano cartesiano aqui né [...] aí imagina que nesse plano cartesiano tem vários pontozinhos, diferentes pontos dele, e a gente tem que calcular a $f(x,y)$ de cada ponto desse daqui. Eu não sei se a gente associa a seta né, ou se coloca a seta, não sei se a seta é determinada por algum cálculo [recomeça a leitura]. É como se cada seta, ela fosse se comportar de acordo com o valor da $f(x,y)$ [...]. Tipo, pensa assim, eu tô aqui num ponto, aí o valor, o resultado desse valor aqui nesse ponto é negativo, então a minha seta tem uma inclinação, não sei como é o sentido. Ela deve ter uma inclinação negativa né, porque é de acordo com o valor do ponto, então basicamente é isso, só não sei como a gente coloca isso [...] deixa eu ver [pausa] a gente pode colocar primeiro essa parte aqui [apontando para um trecho fornecido pelo ChatGPT], a gente falou o que ele fornece e o que são as setas, aí a gente pode falar que o comportamento delas tem a ver com o resultado da solução da equação.

A4: O comportamento dessas setas [pausa]

A5: O comportamento dessas setas está relacionado com o valor de $f(x,y)$, coloca assim.

A4: Será que tá certo? [...] A gente não vai falar que cada ponto tem uma seta? E, onde essas apontam, na direção aproximada da solução?

A5: Vamos colocar assim, cada ponto, tem uma seta que aponta na direção aproximada da solução da equação diferencial. É isso.

O diálogo 10 evidencia que não houve discordância entre as estudantes, de que campos de direções fornecem uma visualização gráfica do comportamento das soluções de uma equação diferencial. Em contrapartida, as dúvidas permeavam a compreensão sobre o que as setas representavam neste tipo de gráfico. Este ponto em questão, causou certa insegurança na Equipe 02, e se tornava perceptível em expressões do tipo “eu não sei” e “será que tá certo”.

Nas colocações de A5, é possível constatar que existe uma compreensão sobre a relação do valor de $f(t,p)$ com a inclinação das setas, apesar de não haver clareza sobre o que isto



significava. Por exemplo, quando $f(t, p)$ é negativa, a inclinação do vetor também será, e isto implica que o vetor apontará para baixo em relação ao eixo t .

Avançando no trabalho, a Equipe 02 se deparou com as seguintes sugestões do ChatGPT para a construção do campos de direções: *GeoGebra*, *Desmos*, *Alpha*; *Python com Matplotlib*; *PhET Interactive Simulations*; Soluções de EDOs online; *Online Equation Plotter*. Essas alternativas geraram desconforto, isto porque, somente o *GeoGebra* era conhecido pelas estudantes.

É oportuno destacar, que a proposta pedagógica não orientava o uso de um *software* específico para a construção do campo de direções, isto porque “buscar algo novo é uma forma de colocar os miniciclones em movimento de modo que possam culminar em uma aprendizagem expansiva” (Souto, 2022, p. 150). O próximo excerto discorre sobre as percepções da Equipe 02 em relação as indicações do ChatGPT.

Diálogo 11 (08.01.2024):

A5: As possibilidades é como se fosse os programas, aplicativos, sites, né, que trazem os campos de direções [...] de uma forma mais visual digamos, traz tipo um pouco lá da escrita e tu começa a ver mais visualmente entendeu, o comportamento das setas.

A4: Existem várias possibilidades e aí vai depender da tua afinidade com cada um.

A5: Pois é [...] existem ferramentas online que oferecem níveis mais complexas e aquelas outras que oferecem menos complexas [...] Tipo o *GeoGebra*, o *GeoGebra* é muito simples de aprender a mexer entendeu [...] a manipular ali as equações e tudo mais, já vê o comportamento, porque já é uma ferramenta que já muito, tem mais afinidade [...] mais fácil assim de mexer. Agora uma ferramenta que a gente desconhece, tipo *Desmos* que eu nunca ouvi nem falar. Tipo esse nomezinho em Python já mexe com códigos simples, e com ajuda de códigos você pode criar gráficos [...] algumas mais conhecidas são o *GeoGebra*.

A4: A gente só conhece o *GeoGebra* [risos]

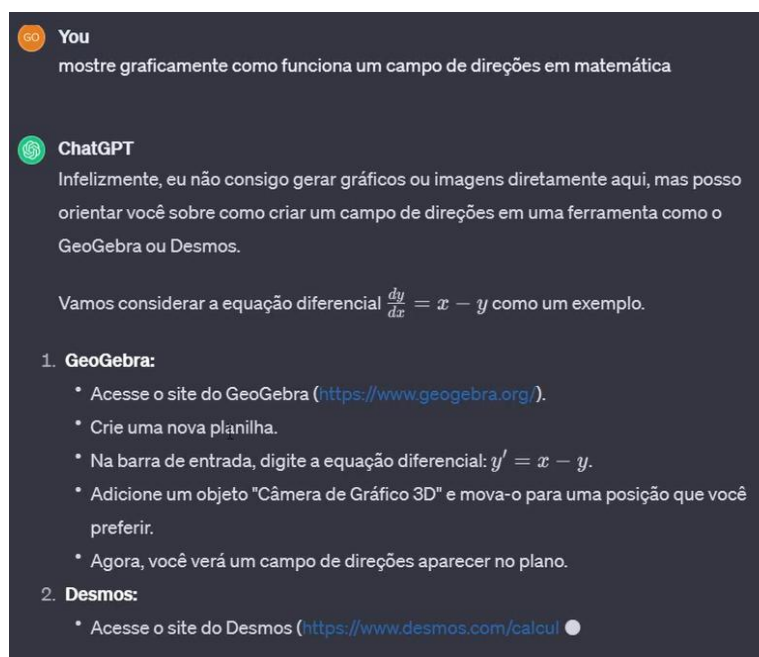
Quando A5 diz que existem ferramentas mais complexas e outras menos complexas, acredito que a estudante esteja associando a “complexidade” de uso de um *software* ao fato de ter ou não familiaridade com ele. Esta aceção pode ser corroborada por meio das frases “o *GeoGebra* é muito simples de aprender a mexer [...] porque já é uma ferramenta que já tem mais afinidade”, “agora uma ferramenta que a gente desconhece, tipo *Desmos* que eu nunca ouvi nem falar”.

Tais manifestações convergiam para a seleção do *GeoGebra*, pois assim, as estudantes não saíam de sua “zona de conforto”. O termo destacado entre aspas, carrega sentido daquilo que é esperado, controlado e que causa pouco movimento (Borba; Penteado, 2019). As demais opções, a meu ver, representavam para essa equipe entrar em um ambiente desconhecido e incerto, suscetível a uma série de dúvidas e dificuldades a serem por elas enfrentadas. Os risos ao final do diálogo 11 demonstravam o nervosismo da equipe diante dos caminhos possíveis.



Antes de prosseguir, A5 expressa curiosidade em saber se o ChatGPT conseguiria exibir o campo de direções, ao dizer “será que ele [chat] tem como mostrar graficamente?”, A4 por sua vez, balança a cabeça sinalizando que não. Todavia, A5 insiste e diz “bora perguntar?”. Na Figura 33 é assinalada a resposta do ChatGPT em relação a esse questionamento.

Figura 33 - Resposta do *ChatGPT* sobre a possibilidade de gerar gráficos



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Interessa sublinhar que, a versão do ChatGPT utilizada no período da produção dos dados, era a gratuita, com o modelo GPT 3.5, o que implicou na existência de restrições quanto as funcionalidades ofertadas. Já em sua versão 4.0, o ChatGPT “traz uma abordagem mais avançada e precisa para a criação e interpretação de gráficos, oferecendo uma experiência mais robusta e detalhada em comparação com a versão 3.5” (ChatGPT, 2024).

Ainda na Figura 33, apesar da negativa, o ChatGPT apontou outros meios e disponibilizou *links* de acesso a *softwares* que permitiam o tipo de construção gráfica pretendido. De acordo com Borba e Balbino Júnior (2023, p. 148), “o uso do ChatGPT na Educação Matemática, apesar de algumas limitações e problemas, oferece desafios e oportunidades”. Os dados mostraram que mesmo com a restrição de gerar gráficos, o ChatGPT forneceu alternativas para a Equipe 02 prosseguir.

Diálogo 12 (08.01.2024):

A5: Olha ele deu o site. Será que a gente vai no *GeoGebra*?

A4: Vamos [as estudantes então abre a página do *GeoGebra*]



A4: Aí você pega aquela equação que ele te deu lá $y' = x - y$. Digita o passo a passo que ele te deu.

Mesmo sem indicativos de pistas linguísticas, a manifestação de A5 “será que” sugeria incerteza sobre a escolha do *software*, apesar disso, a Equipe 02 optou pelo *GeoGebra*. Em seguida, A5 abre a calculadora gráfica, copia a equação do ChatGPT, cola no campo de entrada e pressiona *enter*. Consequentemente, esse conjunto de operações não exibiu o campo de direções da EDO, e em resposta, A5 decidiu alterar a notação y' para $\frac{dy}{dx}$, o que também não afetou no resultado. Diante da dificuldade que a equipe enfrentava, foi possível identificar uma quebra de *script* e indícios da ocorrência de um miniciclone, no diálogo 13.

Diálogo 13 (08.01.2024):

A5: Cadê, cadê? Por que não funciona? Deixa eu tentar com dy/dx [começa a digitar]. Não aparece as setas, e agora?

A4: Volta lá

A5: Não apareceu foi nada aqui. E agora que não funciona?

A4: Vamos só tentar entender o que é que é.

A5: Eu queria ver como é que é. Deixa eu ver aqui uma coisa [abre uma página de busca e digita].

A4: Olha, tem vídeo no Youtube.

O trecho acima tenciona que um miniciclone começou a se desenvolver, isto porque, as expressões ‘não aparece as setas’ e ‘por que não funciona’ delineiam tensão e inquietação, geradas nas tentativas das estudantes em construir o campo de direções. Isto significa que o *GeoGebra* desestabilizou a maneira com que essa equipe estava acostumada a trabalhar, em particular, na representação gráfica de equações.

Souto (2013, p. 222) considera que “a busca pela superação de tensões pode gerar diferentes segmentos dentro do próprio miniciclo(ne) [...] em que os aprendizes assumem o papel de liderança e redirecionaram a proposta de estudo”. Ao enfrentar dificuldades com o *GeoGebra*, a equipe encontrou nas páginas de busca da *internet*, possibilidades para continuar e superar essa tensão, o que caracterizou, a meu ver uma quebra de *script*. Essa ação da Equipe 02, de consultar páginas da *internet*, representou uma ruptura no fluxo da proposta pedagógica, visto que o ChatGPT foi a tecnologia escolhida para direcionar o estudo sobre campo de direções, em que a análise qualitativa do comportamento das soluções de uma EDO era o centro da aprendizagem matemática.

A princípio, a *internet* desempenhava no sistema de atividade, o papel de artefato, que mediava a relação entre os polos sujeito e objeto, mas na medida em que a tentativa da Equipe 02 falhou, a *internet* foi a tecnologia que A5 utilizou para identificar seu erro e ajustar suas

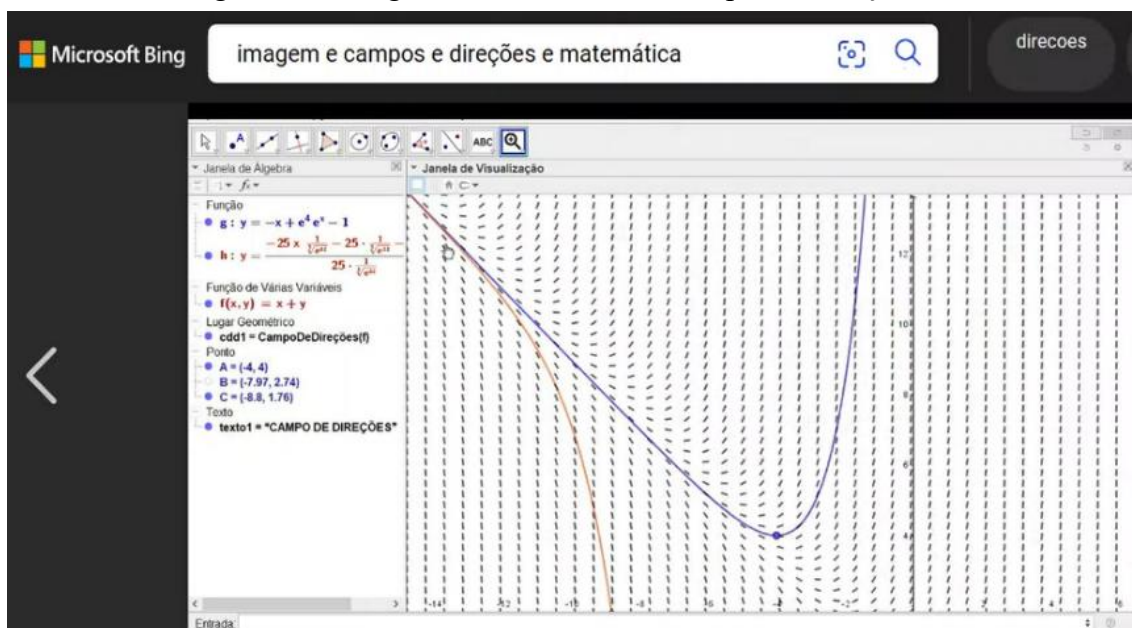


ações. A meu ver, neste instante, a participação dessa mídia (*internet*) passou a exercer uma outra função no sistema de atividade, a de comunidade.

A esse respeito, Souto (2015, p. 952) argumenta que quando a *internet* “é utilizada como mecanismo de busca, propicia, além de distintas reorganizações do pensamento, a integração de múltiplas “vozes” ao sistema”. Mais à frente, este movimento do papel da *internet* como comunidade se torna mais explícito.

Ao abrir um mecanismo de busca na *internet*, A5 procurava por imagens de campos de direções, e na exibição dos resultados, vários encaminhamentos foram dados como opções, em especial, um deles é observado por A4: “olha, tem vídeo no *Youtube*”. Enquanto isso, A5 refinava a busca clicando em imagens, e selecionou uma delas, que mostrava a construção realizada com o *GeoGebra*.

Figura 34 - Imagem da *internet* sobre campos de direções



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

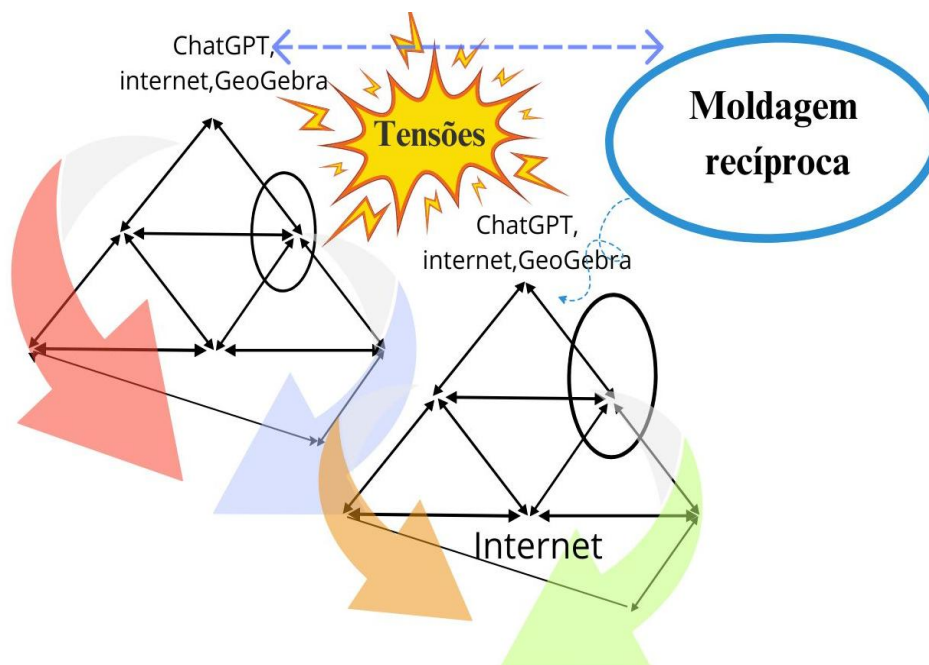
A Figura 34 exhibe o campo de direções selecionado por A5, nela o que mais chamou a atenção da estudante foi o histórico de entradas na janela de Álgebra, onde estava disposto o comando ‘cdd1=CampoDeDireções(f)’. Este ponto é fundamental para a análise, pois nas próximas interações com o ChatGPT, este mesmo comando é procurado nas respostas. Sob esta perspectiva, considero que a *internet* influenciou as ações da Equipe 02 e imprimiu mudanças no desenvolvimento do trabalho.

Essas ideias também vão ao encontro de Costa e Souto (2018), quando as autoras pontuam que ao consultar uma página na *internet*, os estudantes se conectam a outras pessoas



que compartilham do mesmo objeto, ou de algo semelhante a ele. Aqui, A5 se aproximava de uma rede de pessoas que assim como ela, estavam interessadas em partilhar ideias, soluções, descobertas e desafios relacionados ao mesmo tema de estudo.

Figura 35 - Diagrama do movimento da *internet* e do miniciclone – Equipe 02



Fonte: Elaborado pela autora.

A Figura 35 é uma representação do miniciclone que se originou nas dúvidas e inquietações da Equipe 02 na interação com o *GeoGebra*. Isto fez com que as estudantes procurassem vias diferentes para dar continuidade ao trabalho, o que resultou em um duplo papel desempenhado pela *internet* no sistema de atividades: artefato e comunidade. Para Engeström e Sannino (2010), a comunidade é representada por um coletivo que compartilha do mesmo objeto que os sujeitos, e que de forma direta ou indireta altera o modo como a atividade está sendo conduzida, o que em certa medida ocorreu na situação envolvendo a Equipe 02, o *GeoGebra* e a *internet*.

Com o tempo da aula acabando, a Equipe 02 retomou a interação com o ChatGPT, questionando-o sobre o objetivo de construir campos de direções. Com posse das informações do *chat*, A5 abriu um bloco de notas no computador, enumerou em tópicos os pontos centrais mencionados pela IA e usou essas anotações no momento de socialização com a turma.

Na aula seguinte, a Equipe 02 começou a tentativa de construir o campo com o *GeoGebra*, ainda que com um sentimento de insegurança sobre essa escolha. No diálogo 14, a instabilidade de conexão à *internet* ganha destaque, e mais que isso, reflete a existência de uma possível contradição secundária entre os ângulos artefatos e objeto.



Diálogo 14 (15.01.2024):

A5: Vamos perguntar do chat como é que faz e daí a gente escolhe um método para construir online o campo de direções. Vamos lá!

A4: Escreve aí a equação $dp/dt = p(2-p)$.

A5: No *GeoGebra* né? Só o *GeoGebra* ou a gente coloca outros?

A4: Só o *GeoGebra* mesmo [a Equipe 02 inicia a leitura das informações]

A5: Pronto o chat parou.

A4: É a *internet* que está ruim.

A4: O que é definir a variável? Ah tá.

A5: Eu acho que é pra colocar a função.

A4: É $f(t,p)$ na entrada. É como se fosse $f(x,y)$.

A5: Hum rum. Acredito que seja isso também [...]

A5: Bora chat.

A4: Não é o chat, é a *internet*.

A5: Olha, digite p.

A4: Onde é esse adicionar vetores? [se referindo ao passo 5 dado pelo chat]

A5: Eu não sei.

A4: Misericórdia.

A5: Será que eu pesquiso de maneira mais simplificada.

A4: De maneira mais mais [não complementa]

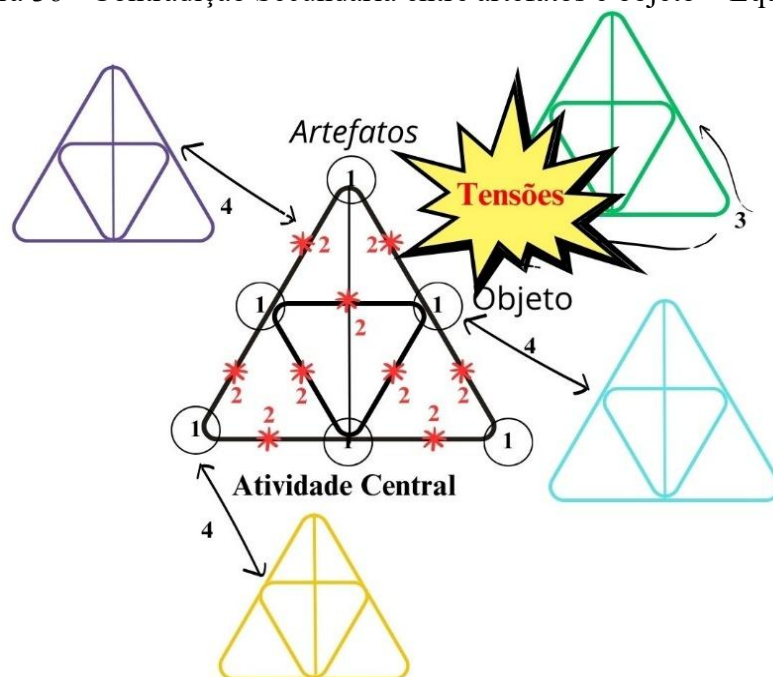
A5: Um passo a passo mais simplificado?

A4: Sim. Agora mais outra eternidade.

A5: A gente ainda tá pesquisando, meu Deus.

O diálogo 14 carrega expressões como “pronto o chat parou”; “bora chat” e “a gente ainda tá pesquisando, meu Deus”. Tais expressões revelam sentimentos de angústia e preocupação em A5, e ao que parece, esses sentimentos estavam ligados à percepção de que as falhas de conectividade poderiam acarretar uma possível incompletude da tarefa pela equipe. Este fato sustenta a interpretação sobre a ocorrência de uma contradição secundária, que aparece entre os polos artefatos e objeto no sistema de atividade. A Figura 36 destaca essa contradição.

Figura 36 - Contradição Secundária entre artefatos e objeto – Equipe 02



Fonte: Elaborado pela autora.



A contradição secundária ilustrada na Figura 36 emergiu a partir da instabilidade de conexão à *internet*, que naquela ocasião, impediu uma maior interação das estudantes com o ChatGPT, elemento que faz parte do objeto no sistema de atividade. Ademais, essa contradição também impactou diretamente no desenvolvimento do miniciclone.

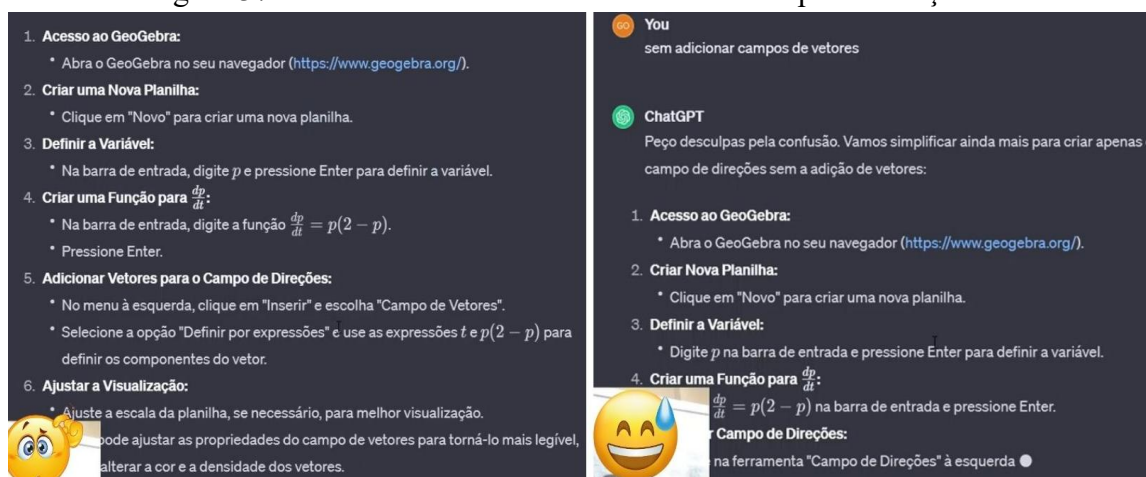
Entendo que assim como as TD podem desencadear mudanças positivas no processo de aprendizagem, suas limitações e restrições também podem significar obstáculos à aprendizagem. Aqui especificamente, os problemas de conexão poderiam ocasionar desmotivação nos estudantes, devido à dificuldade de interação entre eles e o ChatGPT, como pontuado por A4 ‘agora mais outra eternidade’.

Nesse sentido, Borba, Malheiros e Amaral (2021) discutem no contexto de Educação à Distância, que tanto a inabilidade de digitar quanto a falta de banda larga da *internet* podem moldar a personalidade dos estudantes. Mesmo que, o ambiente aqui seja distinto, considero que as interrupções no acesso à *internet* impactaram o processo de aprendizagem das equipes, principalmente nos modos de comunicação dos estudantes com o ChatGPT. Na socialização com a turma, este obstáculo foi verbalizado por vários estudantes, como na fala de A1 “o desafio maior foi a *internet* professora, a gente não sabia mais o que fazer”.

Para além dessas observações, o diálogo 14 registra outra adversidade enfrentada pela Equipe 02, a de associar alguns dos passos descritos pelo ChatGPT à interface do *GeoGebra*. As falas de A4 ‘onde é esse adicionar vetores’ e A5 ‘eu não sei’ fornecem esse indicativo.

Adiante, as estudantes solicitaram do ChatGPT, que as instruções fossem mais simples e direcionadas à equação $\frac{dp}{dt} = p(2 - p)$. Novamente, o ‘adicionar vetores’ apareceu no *feedback* do ChatGPT, como pode ser observado à esquerda da Figura 37. Frente a isso, as estudantes decidiram escrever explicitamente no *prompt*: ‘sem adicionar campos de vetores’.

Figura 37 - ‘Adicionar vetores’ versus ‘inserir campo de direções’



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.



Ao receberem o *feedback*, A4 externou uma sensação de alívio “pronto, agora ele deu campo de direções”, enquanto A5 complementou com o comentário “obrigada chat”. Como apontado anteriormente, a *internet* influenciou a produção matemática da Equipe 02, de modo mais específico, as estudantes procuravam nas entrelinhas das repostas do ChatGPT, uma espécie de validação do caminho encontrado na imagem da *internet* (Figura 34). Com os dados confrontados, a Equipe 02 reiniciou a construção do campo com o uso do *GeoGebra*.

Diálogo 15 (15.01.2024):

A4: Vamos tentar, acessa de novo o *GeoGebra* [A5 começa a digitar no *GeoGebra* as etapas]

A5: Clique em novo para criar uma nova planilha. Mas já não está criada uma nova?

A4: Já, era só se tu tivesse já no *GeoGebra*, daí tipo tu ia criar um novo.

A5: Agora é pra definir a variável. E aí a gente coloca p ou a gente coloca $f(t,p)$?

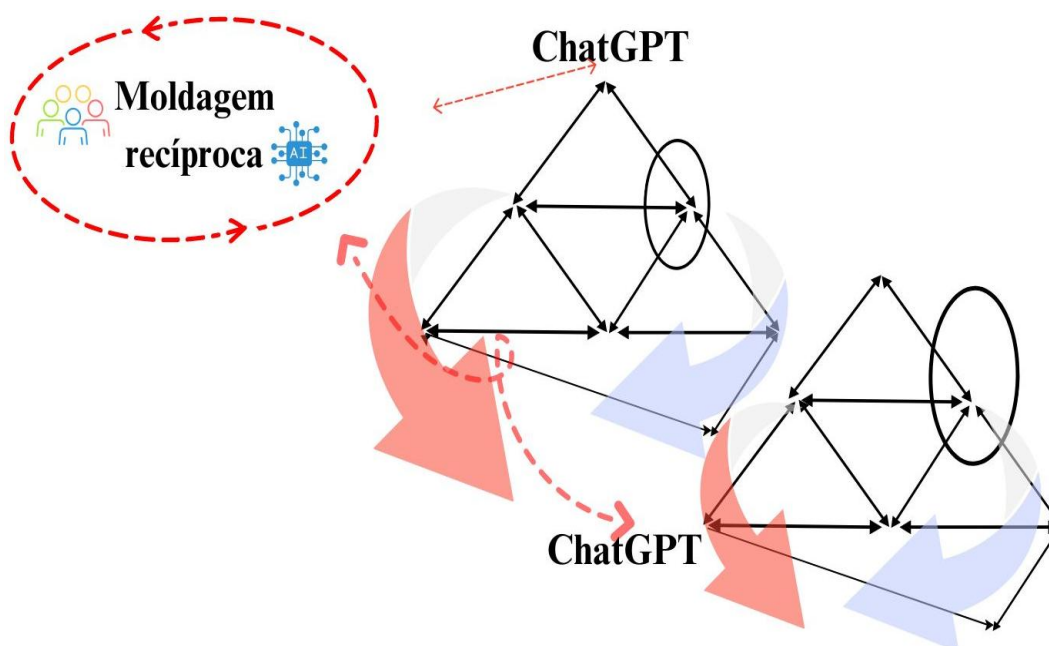
A4: É melhor colocar como tá lá [se referindo ao ChatGPT].

A5: Tá. Aí é pra criar a função [...] adicionar campo de direções à esquerda, mas pode escrever né?

A4: Hum rum.

Percebo neste diálogo que as ações da Equipe 02 estavam sendo reguladas pelo ChatGPT, como quando A5 questionou se deveria definir a variável ou inserir a função que descreve a taxa de variação de p em relação a t, e A4 externou que seria ‘melhor colocar como tá lá’, em referência às instruções apresentadas pela IA. Ao que parece, os sujeitos da atividade adotaram o passo a passo do ChatGPT como uma regra e com isso, o ChatGPT se movimentou no sistema de atividade, conforme indicado no diagrama da Figura 38.

Figura 38 - *ChatGPT* no papel de regras



Fonte: Elaborada pela autora.



A representação destaca a mudança que ocorreu no papel do ChatGPT, que até então ocupava o lugar de artefato no sistema e com o processo de moldagem recíproca acontecendo de forma parcial, ele passou a assumir o papel de regras. Para Galleguillos (2016, p. 51) “as regras correspondem às normas e convenções, explícitas e implícitas, que regulam as ações e as interações dentro do sistema de atividade”. Nessa ótica, o diálogo 15 realça que a IA influenciou as ações das estudantes, uma vez que, o passo a passo por ela indicado foi seguido como uma norma implícita por essa equipe.

A moldagem parcial, pode ser percebida de forma mais direta no diálogo 16, onde a visualização gráfica em tempo real no *GeoGebra* aliada às sugestões do ChatGPT, faziam com que as estudantes realizassem os ajustes necessários para obter uma melhor compreensão sobre o campo, e nessa medida, o pensamento da equipe era reorganizado. O final do diálogo 16 assinala o momento em que a Equipe 02 conseguiu exibir o campo de direções da EDO.

Diálogo 16 (15.01.2024):

A5: É essa aqui né, que ele pede para configurar não é não? [se referindo as possibilidades de seleção]. Aqui eu boto -5 ou -10? [valor mínimo para o eixo]

A4: Não. Porque eu acho que esse daí não pode ser negativo. Tipo o tempo e a população não pode ser negativo.

A5: Sim, é verdade. Então vai ser zero?

A4: É. O mínimo dela é até aqui, no zero.

A5: Então vai ser zero e zero [se referindo ao valor mínimo de cada eixo]. E aqui eu boto 10? [se referindo ao valor máximo]

A4: É, que é pra definir o campo de direções até o máximo onde ela vai. Até aqui.

A5: Esse negócio aqui ficou estranho [em relação ao campo]

A4: É por causa do número aqui oh [aponta para o parâmetro n]

A5: Ah é. Vou colocar 21.

A4: Coloca pra diminuir, é por isso que eles estão praticamente emendados [em referência ao parâmetro a].

A5: Agora melhorou [risos]. Olha só, eu acho que a cor que ele [chat] deu pra mudar é esse aqui oh. Olha azul, vermelho.

A4: Onde? No chat?

A5: Hum rum, lembra? Lembra que tem aquela opção lá que ele deu.

A4: É! Agora deu certo.

A5: Maravilha, deu tudo certo.

Neste diálogo A5 pergunta sobre os valores mínimos para colocar nos eixos t e p, e sugere números negativos, à contrapelo A4 diz que como se trata de tempo e população, essas variáveis não poderiam assumir valores menores que zero. Este argumento associado a pista linguística “não”, denota a existência de uma contradição interna, manifestada em forma de conflito, que foi resolvido posteriormente por meio da concordância de A5 diante das justificativas de A4. A observação feita por A4 é muito importante no que diz respeito a condição de existência da solução de uma EDO, visto que o domínio da função estabelece onde a solução da EDO pode existir.

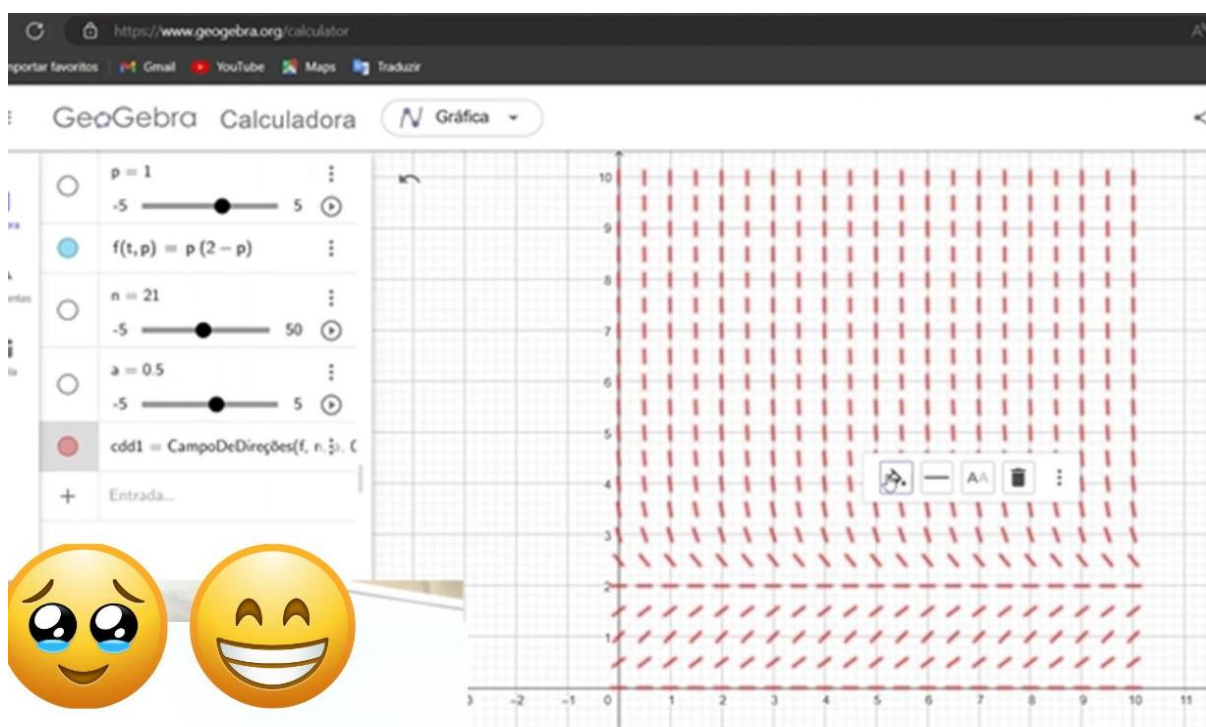


Ainda no diálogo 16, A5 reclamou que o gráfico ‘ficou estranho’ e novamente A4 explica que isso aconteceu devido aos parâmetros estabelecidos. Com o campo exibido na tela, a confiança da Equipe 02 começou a crescer, e a simples mudança na cor do gráfico suscitava este sentimento.

Por mais que A5, tenha manifestado a princípio, que o *GeoGebra* era mais fácil de mexer, a proposta pedagógica trouxe para a equipe, novos conceitos e funções envolvendo gráficos e métodos de visualização diferentes do que elas estavam habituadas. Isto exigiu mobilização e esforço conjunto das estudantes, para ajustar e aplicar o conhecimento existente ao contexto em estudo, o que demonstra o papel fundamental da proposta no sistema de atividade.

Com o trabalho se desenvolvendo, tanto o ChatGPT quanto à *internet* reorganizava o pensamento das estudantes. A Figura 39 apresenta o campo de direções construído pela equipe.

Figura 39 - Campo de Direções da Equipe 02



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

O campo de direções sugere como a população (p) evolui ao longo do tempo (t), considerando a equação logística $f(t, p) = p(2 - p)$. O eixo p representa a população em milhares, logo os valores neste eixo são múltiplos de 1000. A região de análise é delimitada ao primeiro quadrante do plano tp , isto porque as soluções precisam atender as restrições de



domínio. As interpretações da Equipe 02 em relação a este gráfico são destacadas no diálogo 17.

Diálogo 17 (15.01.2024):

A5: A população inicial é 4000. Daí a pergunta é sobre o limite dessa população. Então aqui a gente tem que adicionar o valor aqui na equação.

A4: Na verdade eu acho que é só pra gente analisar. Eu não acho que a gente tem que trocar. O que acontece é que quando chegar nesse ponto ele vai se estabilizar, porque o 2 é o limite [...] tipo essa equação aqui, ele não vai ultrapassar o 2, independentemente do valor.

A5: É, de acordo com o campo não vai ultrapassar, eu acho que é o valor máximo.

A4: O limite é o 2 e o 0.

A5: Se for 1200 ela vai diminuir para 800? A gente pega um ponto?

A4: Ainda assim oh, independente, que nem eu te falei ainda agora, independente da população ela sempre vai estabilizar em 2 e em 0, então ela não vai poder diminuir pra 800, porque todos estão tendendo pra cá [A4 aponta para a linha horizontal $p = 2$]. Como aqui tá em milhares o 2 é 2000. Não tem como diminuir pra 800 porque o limite é 2. Agora tipo assim, se fosse de 1200 para aumentar pra 2000 aí na realidade eu acho que poderia, tipo estaria aqui, eu acho que poderia chegar em 2000.

A5: Eu acho que não.

A4: Pode sim, porque é o limite entendeu, podia chegar até 2000, que é onde tá se estabilizando [A5 fica em silêncio].

A5: Agora assim, tá 1200 diminui para 800, tá em 1200 e a capacidade máxima é 2000.

A4: Olha aqui ele tá em 1200, mais ou menos por aqui, os de baixo estão todos subindo e os de cima estão todos descendo, todos pra 2. Não tem como tu descer de 1200 pra 800, entendeu, seria tipo uma contramão. Não tem ninguém descendo pra baixo daqui do 1200.

A5: Eles estão todos subindo né. Ah entendi! Agora eu entendi. Agora se a população é de 1200 ela pode subir pra 2500?

A4: A mesma coisa, não né. Porque oh, de 1200 né que tá mais ou menos aqui oh. 2500 é bem aqui oh, então não vai, porque ela vai chegar no máximo até aqui, que é o seu limite, daqui pra cá ela não vai ultrapassar. Do dois em diante tá tudo descendo. Nenhuma subindo que no caso seria pra aumentar.

A5: É como se fosse um confronto né. É como se o 2000 fosse uma barreira né.

A4: É como eu disse, é uma contramão.

No diálogo 17, na primeira camada de análise, as pistas linguísticas “eu não acho”; “não” e “eu acho que não” indicam uma potencial situação de conflito. Para Engeström e Sannino (2011) em um contexto de conflito verbal as opiniões e/ou pontos de vista entre os sujeitos se chocam, e isso pode ser observado nos debates da Equipe 02, sobretudo no aspecto do entendimento dessas estudantes sobre a inferência da população limitante, como na passagem do trecho em que A4 discorda da necessidade de adicionar um ponto para identificar a condição inicial $p(0) = 4$, alegando se tratar de uma análise gráfica.

Em sua explicação A4 argumentava que o limite da população é 2, mas logo após opinou que o limite é 2 e 0, o que demonstra algumas confusões conceituais a respeito do limite da função $p(t)$, já que o limite de uma função, quando existe, é único.



Posteriormente, na socialização com a turma, foram feitos os devidos esclarecimentos sobre a Unicidade de Limites: não pode haver dois valores distintos para os quais a solução de uma EDO converge a partir da mesma condição inicial.

Em um dado momento, a Equipe 02 examinou o comportamento da população considerando dois cenários: o primeiro se uma população inicial de 1200 poderia diminuir para 800, e o segundo se essa mesma população de 1200 poderia aumentar para 2500. Com isso, A4 reafirmou seu posicionamento, de que a população se estabiliza em 2 e 0, e acrescentou que diante da condição inicial, não haveria possibilidade dessa população diminuir para 800, tampouco de aumentar para 2500. O silêncio de A5, no entanto, sugeria hesitação, dúvidas, ou ainda, possíveis reflexões acerca das colocações de A4.

A visualização do campo de direções no *GeoGebra* foi fundamental para que A5 reorganizasse suas ideias e entendesse o ponto de vista de A4. Embora houvesse equívocos nas explicações de A4, suas interpretações mostravam uma compreensão parcial sobre o comportamento das soluções do modelo logístico $f(t, p) = p(2 - p)$, além de seu esforço em analisar as questões com o *software*.

A assíntota horizontal $p = 2$, representada graficamente por uma linha tracejada, foi o centro dos debates da Equipe 02. Os gestos de apontar para cima e apontar para baixo simulavam as direções das setas no gráfico e indicavam respectivamente, uma tendência de crescimento e decrescimento da população no decorrer do tempo, considerando o ponto de equilíbrio $p = 2$.

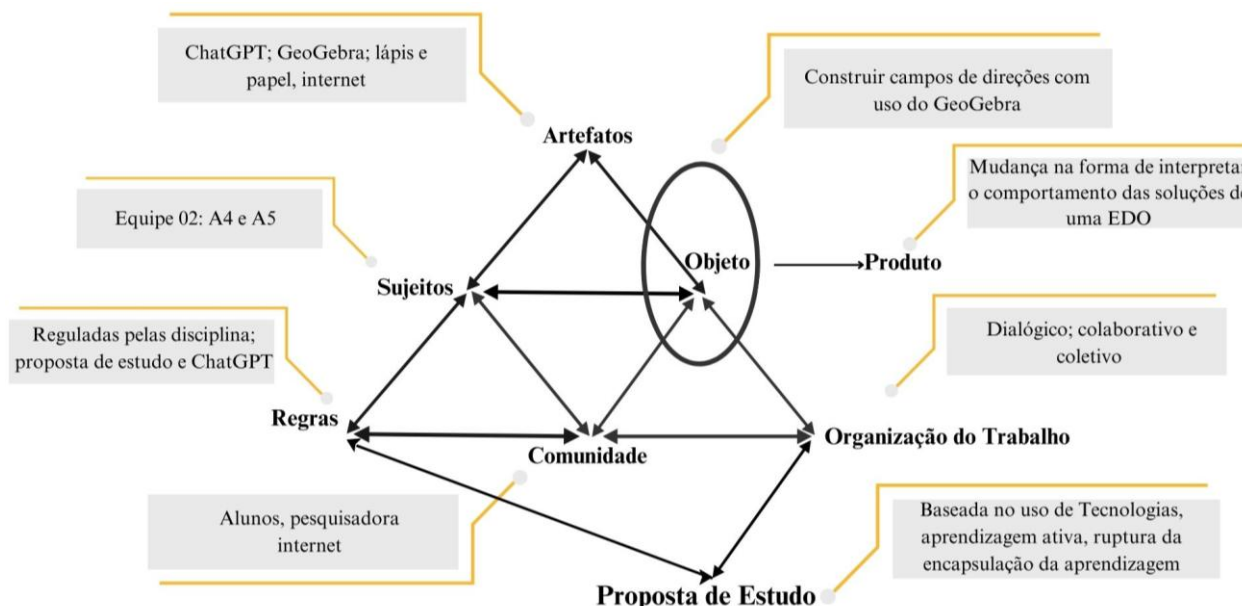
Com base nessas considerações, a interface gráfica do *GeoGebra* influenciou o pensamento matemático das estudantes, e consequentemente a compreensão sobre o comportamento das soluções da EDO. Nesta direção, Borba *et al.* (2021) argumentam que mídias como o *GeoGebra*, já participam desse coletivo formado por atores humanos e atores não-humanos que produzem conhecimento, em particular, a dinâmica deste *software* fornece quase que instantaneamente uma resposta visual daquilo que está sendo construído ou nele manipulado, o que possibilita a análise de conjecturas e a verificação de hipóteses.

Ao final do diálogo 17, também é possível observar que o conflito é resolvido, marcado por expressões do tipo “ah entendi”; “agora eu entendi”. Essas manifestações aliadas as justificativas da solução produzida pela Equipe 02 indicavam o fim do miniciclone.

A representação da Figura 40 ilustra o sistema de atividades constituído pela Equipe 02.



Figura 40 - Representação do Sistema Constituído – Equipe 02



Fonte: Elaborada pela autora.

Fazendo uma comparação do sistema idealizado (Figura 22) com o sistema constituído pela Equipe 02 (Figura 40), é possível identificar algumas mudanças nos papéis desempenhados pelas tecnologias. Se por um lado o ChatGPT se movimentou da posição de artefato para a posição das regras, por outro lado a *internet* desempenhou um duplo papel no sistema: artefato e comunidade.

É oportuno observar que a ferramenta analítica dos miniciclones de transformações expansivas, foi fundamental para análise desses movimentos, isto porque, as poucas pistas linguísticas manifestadas pela Equipe 02, me permitiu visualizar apenas a ocorrência de dois conflitos ao longo do desenvolvimento do sistema de atividades.

5.1.3 Equipe 03 (A6; A7 e A8)

A Equipe 03 faz a leitura da atividade e na sequência, iniciam uma discussão em torno das perguntas a serem direcionadas ao ChatGPT, considerando que o foco de estudo são as equações diferenciais. A meu ver, isto ocorreu, porque na questão proposta mencionava campos de direções na área de Matemática, sem fazer menção às EDO.

Diálogo 18 (08.01.2024):

A7: O nosso objetivo é o que? Fazer o estudo sobre as equações diferenciais, não é?

A6: É [balança a cabeça como sinal de positivo].

A7: Aqui tá pedindo pra perguntar sobre campos de direção na matemática.

A6: E aí o que a gente pergunta? Relacionado a matemática?

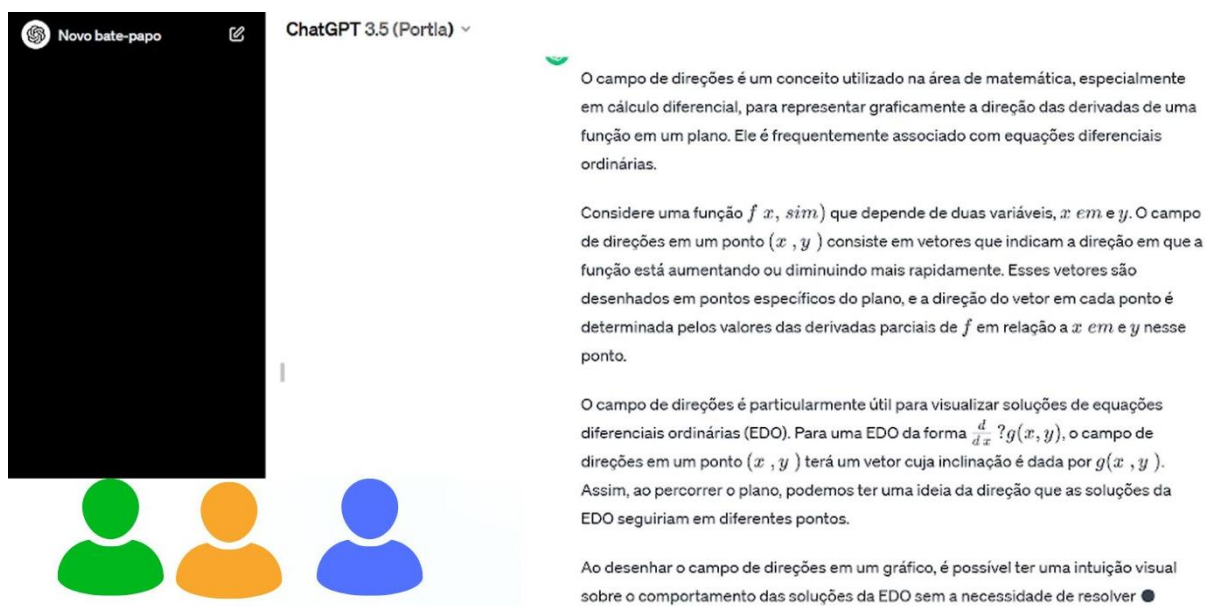
A7: Pois é, mas o nosso estudo é as equações diferenciais. Depende do que tu escrever é que vai aparecer.



A6: Então a gente vai perguntar o campo de EDO?
 A7: Pode ser.
 A6: Vamos primeiro perguntar como está aí, pode ser?
 A7: Pode ser então.
 A6: Qualquer coisa a gente pergunta de novo.

Este trecho não foi destacado por acaso, pois, embora a equipe demonstrasse preocupação na formulação das perguntas, ao longo das atividades, algumas informações importantes foram suprimidas, em outras, fornecidas em excesso. Isso influenciou o retorno dado pela IA e consequentemente, as interpretações da equipe. A Figura 41 assinala a primeira interação da equipe com o ChatGPT.

Figura 41 - Primeira interação da equipe 03 com o *ChatGPT*



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Com base na resposta do ChatGPT, os estudantes começaram a ter uma noção sobre o que são campos de direções e sua finalidade para o estudo das EDO, e isto aflorou em A6 uma motivação para estudar o tema. A seguir o diálogo 19 ilustra essa situação.

Diálogo 19 (08.01.2024):

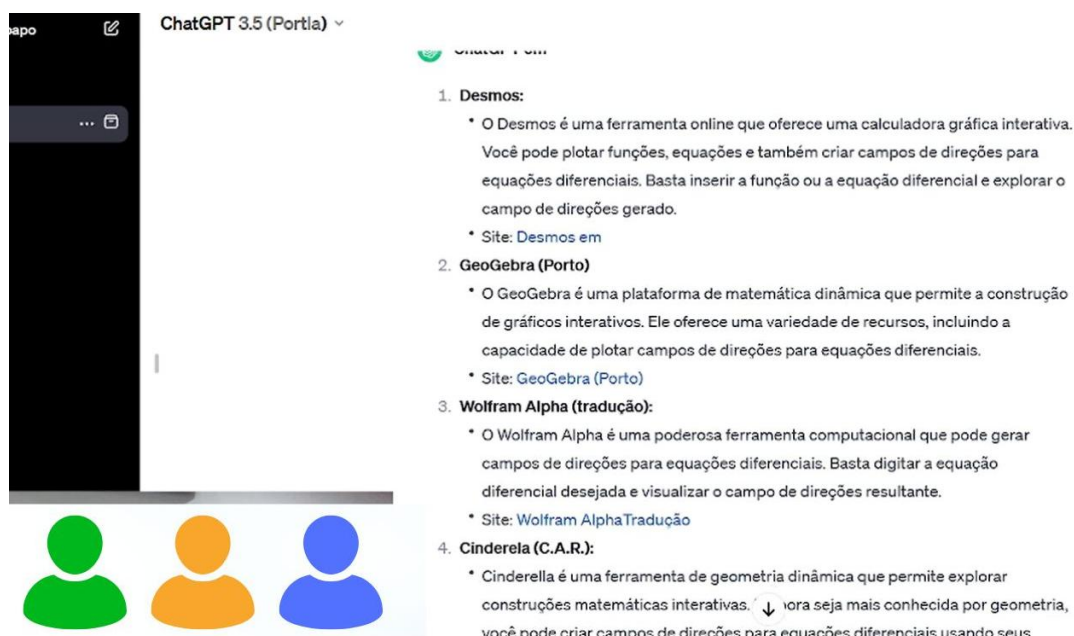
A7: Olha ele já deu cálculo diferencial, equações diferenciais. Ele já tá programado pra isso.
 A6: Esse que é o lance dessas inteligências, tipo tu tem que dizer pro computador o que você quer [continuam a leitura]. Aqui ele fala de desenhar o campo de direções, no caso, pra conseguir ver, sem a necessidade de resolver a equação.
 A7: É isso. Hum rum.
 A6: Isso aí que é beleza, o cara aprender EDO, conseguir olhar [...] e saber como ela tá se comportando [sorrisos]
 A7: Geralmente o que é que acontece, tu tem uma equação diferencial, aí é dada uma função para você ver se ela zera naquela equação, se ela é solução da equação diferencial.



A surpresa da equipe diante do *feedback*, de que o campo de direções fornece uma visualização intuitiva sobre o comportamento das soluções da EDO sem que haja necessidade de resolvê-la, despertou nos estudantes motivação, quase que uma satisfação em estudar EDO por meio de uma análise qualitativa e com o uso de TD. Isto se torna mais claro quando A6 exclamou “isso aí que é beleza”, enquanto A7 comentou sobre o modo de produção matemática que os estudantes estavam acostumados, acompanhada da expressão “geralmente”.

À medida que o trabalho se desenvolvia, os estudantes se depararam com as seguintes sugestões dadas pela IA sobre a construção de campo de direções: *Desmos*; *GeoGebra*; *Wolfram Alpha* e *Cinderella* (Figura 42). Embora, a equipe tenha manifestado conhecer somente o *GeoGebra*, demonstraram curiosidade em saber mais a respeito das demais opções.

Figura 42 - Possibilidades de construção – Equipe 03



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Das opções dispostas na Figura 42, a que mais intrigou os estudantes foi o *Cinderella*, isto aparentemente devido ao nome do *software*, que remete a contos conhecidos e que de certo modo, instiga a curiosidade. Essa situação é ilustrada no próximo diálogo, além disso, enquanto aguardavam o *feedback* do ChatGPT, os estudantes conversavam sobre algumas aplicações em EDO, o que levou a equipe a refletir sobre o modo de produção de conhecimento matemático antes das tecnologias digitais.

Diálogo 20 (08.01.2024):

A6: Vocês já viram algum desses? Eu só conheço o *GeoGebra*. Eu nunca tinha visto esse *Cinderella*.



A7: Eu também não [...].

A8: Eu não conheço.

A6: Vamos aprofundar mais, pesquisar mais sobre esses programas, como eles funcionam, alguma coisa assim.

A7: Pode ser. É uma boa ideia, pode até fazer uma pergunta pra ele [chat] direcionada pra isso aí.

A6: A gente começa então pelo primeiro? Como funciona o Desmos?

A7: Sim [enquanto esperam a resposta do ChatGPT]

A7: Tu sabia que essas paradas são usadas pra por exemplo, eu quero lançar uma nave que vai sair da Terra e ela tem que chegar em Marte, aí eu vou usar uma equação dessa aí, eu não vou lançar pra cá, eu vou lançar pra cá [faz gestos com a mão] [...]. Não é aonde está mais perto é onde tu tem que lançar.

A6: É verdade.

A7: É muito louco, sério é sinistro. Essas equações são pra isso. O interessante, tu sabe o que intriga, como é que o Einstein, ele conseguiu fazer isso sem a tecnologia, sem nada, só com caneta e papel [...] Ele veio de um planeta muito distante [risos]

A8: Ele era do outro mundo [risos]

A6: E aí, a gente pesquisa o *GeoGebra*?

A7: Pode ser sim.

A8: O segundo lá é o *GeoGebra*. O Cinderella é o quarto.

A7: A8 tu tá curioso pra ver o Cinderella né?

A6: Eu também tô.

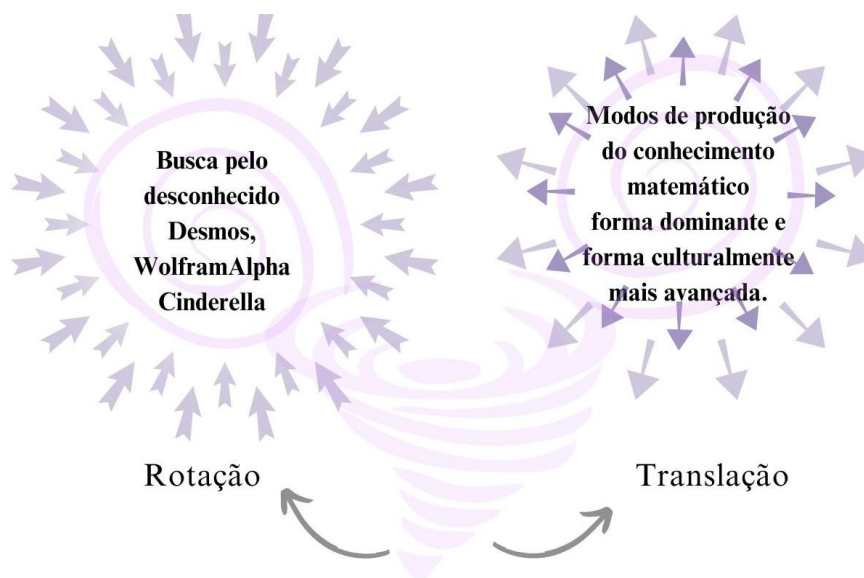
A7: Vê logo o Cinderella então.

Tais registros indicam que três dos quatros *softwares* sugeridos pelo ChatGPT, eram desconhecidos para os estudantes. Essa constatação representaria então, uma tensão no sistema de atividade dessa equipe? Por um lado, a falta de familiaridade com uma dada tecnologia poderia ser negativa, por restringir o processo de reorganização do pensamento matemático, já que a moldagem recíproca ocorre na interação dos atores humanos com os atores tecnológicos, mas por outro lado, poderia ser positivo, visto que tensões são necessárias em contextos de miniciclone de aprendizagem expansiva (Souto, 2022).

Sob este prisma e considerando o desejo dos estudantes em conhecer algo novo, enunciado na fala de A6 “vamos aprofundar mais, pesquisar mais sobre esses programas” e reforçado por A7 ao dizer que era “uma boa ideia”, me leva a interpretar que um miniciclone estava se desenvolvendo, com movimentos de rotação e translação, conforme representado na Figura 43.



Figura 43 - Movimentos de rotação e translação – Equipe 03



Fonte: Elaborado pela autora.

O movimento de rotação ocorre em torno da busca pelo desconhecido e nas possibilidades que os *softwares* poderiam proporcionar a Equipe 03. Já o movimento de translação aparece nas entrelinhas da fala de A7, quando ele questiona como era possível antigamente, lançar uma nave no espaço, onde modelos matemáticos contribuíam na previsão e correção da trajetória do objeto, apenas com “caneta e papel”, “sem usar tecnologias”.

As aspas no parágrafo anterior indicam a percepção dos estudantes sobre tecnologias, reduzida a máquinas e equipamentos, que difere da visão de conhecimento que compartilho, de que tecnologias são o resultado de pesquisa, planejamento e criação, para melhorar a forma de viver (Kenski, 2012). A caneta e o papel citados por A7, embora não sejam TD, elas são tecnologias, assim como a régua, compasso, ábaco, escrita e oralidade, as últimas duas consideradas tecnologias da inteligência (Lévy, 2010a).

Borba e Penteado (2019) nos lembram ainda que, usar uma dada tecnologia informática não implica deixar outras de lado, isto porque é necessário analisar qual mídia melhor se adequa ao planejamento e objetivos da aula. Em certa medida, o questionamento de A7, reproduz a forma dominante de ver a produção de conhecimento matemático, historicamente construída (lápiz e papel), que entra em colisão com a forma da atividade central (uso de TD), indicando assim, a presença de uma contradição terciária no sistema de atividade.

Avançando um pouco mais, a equipe solicitou do ChatGPT informações a respeito do *Cinderella* (Figura 44) e após a leitura desses dados, A7 demonstrou interesse pelo *software* ao afirmar: “você pode criar qualquer coisa [...] parece ser bom”, enquanto A6 manifestava

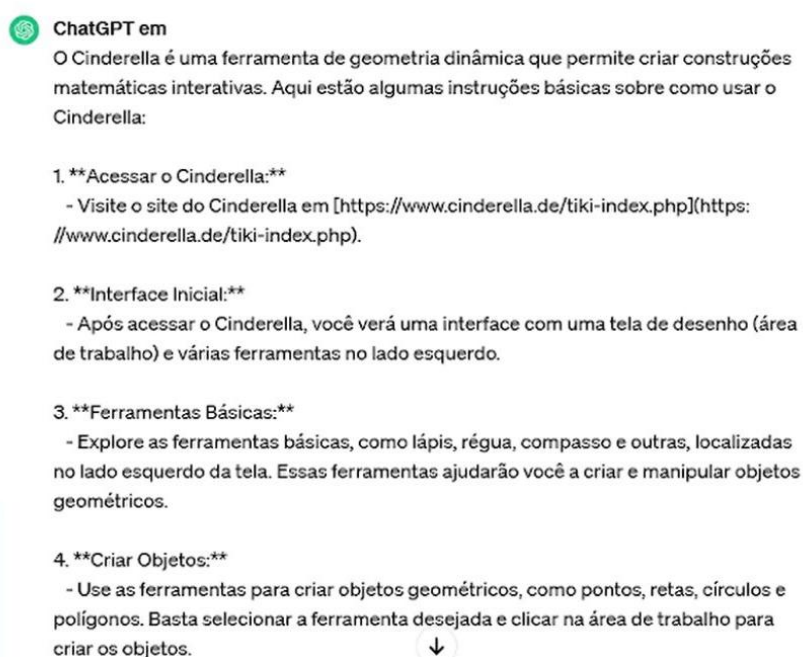


resistência, contrapondo: “o problema é que a gente não conhece ele né”. Diante da opinião de seu colega, A7 argumentou: “a gente se prende muito a um único, tem muita coisa [...], muita coisa pra conhecer”.

Mesmo com a ausência de pistas linguísticas que favoreçam a identificação de uma contradição, esse trecho remete um provável conflito entre A6 e A7, demarcado por ações de crítica e defesa dos respectivos pontos de vista desses estudantes. Como aponta Galleguillos (2016, p. 84), “os conflitos tomam a forma de resistência, discordância, argumento e crítica. No conflito verbal, os participantes se opõem a enunciados, ações ou a assuntos ditos por outros ou até por eles mesmos no passado”. Assim, a divergência de perspectivas a respeito de uma possível escolha do *software* ocasionou o surgimento de um conflito.

Neste instante, é provável que o objeto da atividade era o estudo das possibilidades dadas pelo ChatGPT para a construção dos campos de direções.

Figura 44 - *Feedback do ChatGPT sobre como utilizar o Cinderella*

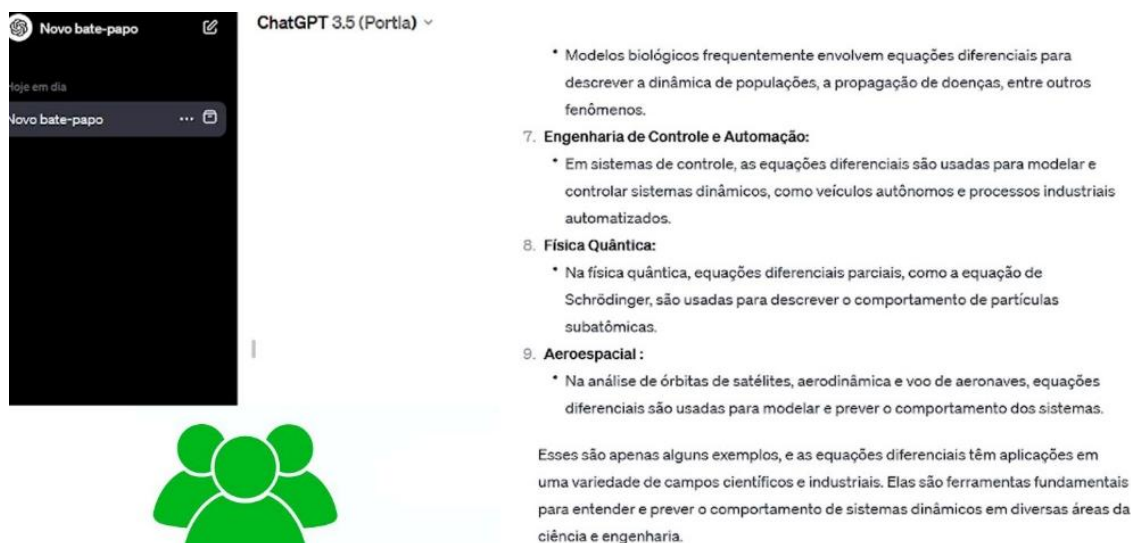


Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

O conflito mencionado anteriormente, só é resolvido quando A6 sugeriu a equipe prosseguir com a pesquisa, considerando as demais opções, o que foi concordado pelos demais. Ao final desse processo, A6 perguntou se ainda havia algo que eles gostariam de saber, e em resposta A8 assinalou, as situações cotidianas em que as EDO são utilizadas. Na Figura 45 é exibido alguns exemplos sugeridos pelo ChatGPT



Figura 45 - Aplicações das EDO – exemplos dados pelo *ChatGPT*



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Na Figura 45 um dos exemplos dados pelo ChatGPT chamou a atenção dos estudantes, pois vai ao encontro da situação mencionada por A7 no diálogo 20 (lançamento de uma nave). Nesse estágio existem pistas sobre a existência de um conflito crítico, enunciado na narrativa pessoal de A7, que colocava em pauta o modelo de ensino que estes estudantes estavam habituados, e com certa timidez, exprimia sua vontade de romper com esse padrão. Essa contradição é resolvida quando A7 reitera sua posição de como é importante conhecer aplicações sobre o tema estudado.

Diálogo 21 (08.01.2024):

A7: Tem muitas situações. De princípio apareceu dinâmica de fluídos, circuitos elétricos, mecânica clássica [...] olha, olha o que eu acabei de falar ainda a pouco, aeroespacial, na análise de órbita de satélites, aerodinâmicas [...] olha que coisa incrível, algo que eu havia falado antes da gente pesquisar.

A6: Ele deixou [chat] por último para criar um suspense [risos]

A7: Cara, quando tu pesquisa algo que tu sabe a aplicabilidade, tu pensa, é pra isso que serve, porque tem aula que tu não sabe pra que aquele conteúdo serve, poxa pra que eu tô estudando isso? Qual a utilidade disso? [...] mas só de você saber.

A6: É verdade. Sabia que eu nunca tinha usado o ChatGPT, olha essas possibilidades se você precisar, olha essa interação.

A7: Eu também nunca usei.

A8: Eu só ouvi falar.

Este trecho me faz refletir que o processo de internalização (reprodução da prática convencional de ensino) poderia estar progredindo para a externalização (ruptura do padrão), uma vez que a cada nova interação com o ChatGPT os estudantes se mostravam mais entusiasmados, seja pela descoberta de algo, ou pela validação daquilo que já sabiam. Quando



A6 afirma “olha essas possibilidades” ele ressalta o protagonismo da IA em proporcionar oportunidades de aprendizado, e dá ênfase à sua capacidade de interação.

Mesmo diante do entusiasmo e das pesquisas realizadas junto ao ChatGPT, a Equipe 03 seguiu a seleção mais provável: tentar a construção do campo de direções utilizando uma tecnologia com a qual eles tinham alguma familiaridade.

Diálogo 22 (08.01.2024):

A6: E aí, bora tentar fazer no *GeoGebra*?

A8: Por mim tudo bem.

A7: Vamos então.

A8: Digita a função e depois dá enter.

A7: A gente cria controle deslizante ou não? [...]

A8: Não tá indo. Olha aí o erro que tá aparecendo.

A6: Eu vou tentar fazer pelo *GeoGebra* aqui no meu celular [depois de algum tempo]

A7: O que é vocês querem que eu digite?

A6: Clica ali na janela A7. Cara, eu não sei.

A7: Eu pensei que seria mais fácil no *GeoGebra*, mas tá sendo mais difícil.

A6: O chat não tá ajudando [risos].

A7: Eu não sei fazer isso não [neste momento A7 chama o monitor da disciplina].

Estamos fazendo, mas não aparece.

Monitor: Vocês já viram se a versão é a mesma? Já digitou campos de direções?

A7: Não [A7 começa a digitar]. Agora apareceu [em relação ao campo de entrada].

A6: Não funcionou. Falta colocar um p aí na frente desse parêntese.

A7: Bora exibir essa ajuda online aqui?

A6: Bora. Null command. A *internet* não tá boa.

A7: Só dá erro, e grande [risos] [alternam para a calculadora gráfica]. Na verdade, tem várias opções pra esse campo de direções [...]. E agora que a gente não consegue?

A6: Bora escolher outro.

A7: Da maneira que nós estamos fazendo não aparece, mas deve ter uma maneira que ele aparece [...]

A6: É se a gente tentar outro, o que é que tu acha?

A7: Não sei.

A8: Vê o Desmos.

A7: Como que não tá aparecendo meu Deus. Não tem muito o que fazer não. Nós já estamos ficando agoniados [risos].

A6: Isso aqui parecia que ia ser mais fácil, mas tá difícil.

A7: É, mas a gente vai continuar tentando.

Essa passagem remete que o objeto da atividade, neste momento, era construir o campo de direções utilizando o *GeoGebra*. Contudo, a tentativa da equipe não foi bem-sucedida durante essa aula, o que provocou tensões no sistema de atividade. Os risos, por exemplo, sinalizam o nervosismo e a insegurança desses estudantes. Duas tensões emergiram entre os elementos do sistema: a primeira entre os sujeitos e o *GeoGebra*, que ocupava naquele instante a função de artefato, e a segunda entre os sujeitos e a proposta de estudo, que era baseada no uso das TD e na aprendizagem ativa.

No primeiro caso, a tensão surgiu em meio às dificuldades dos estudantes em manipular o *software* para a plotagem do campo de direções, e logo essa tensão evoluiu para um duplo vínculo, delineada por expressões de impotência do tipo “eu não sei fazer isso” e “e agora que

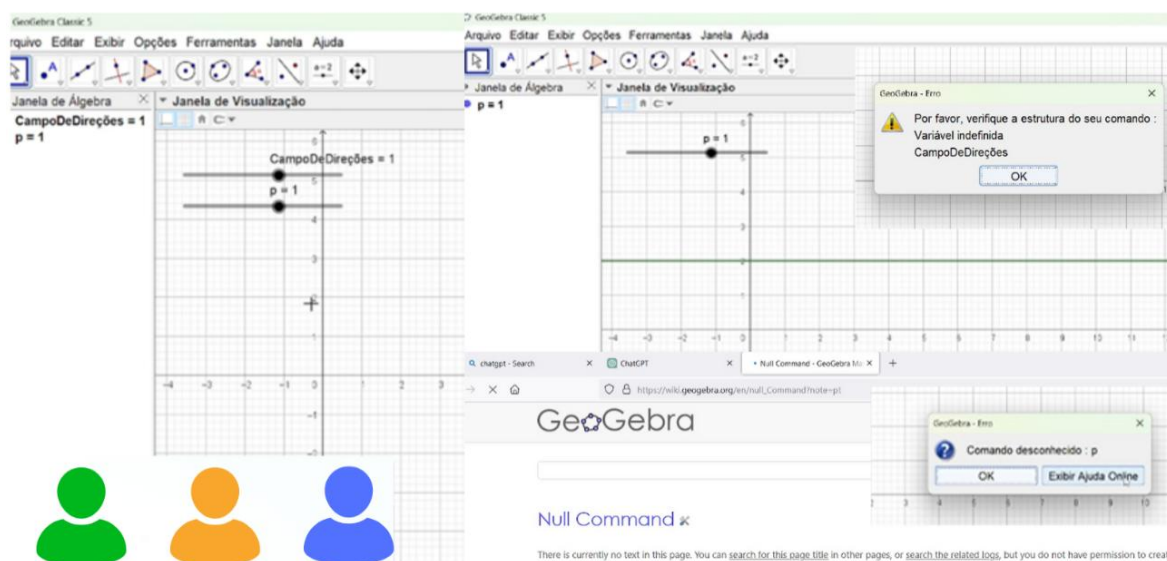


a gente não consegue”. Já no segundo caso, embora não tão explícita, a expectativa dos estudantes era de que o uso das tecnologias tornaria o trabalho mais fácil, como pode ser observado nas palavras de A6, “o chat não está ajudando” ou ainda, “isso aqui parecia que ia ser mais fácil, mas tá difícil”.

A esse respeito, Borba e Penteadó (2019) sublinham que não necessariamente as respostas exibidas na tela de um computador fornecem um resultado pronto, como ocorreu com essa equipe. A solução para a questão exigia dos estudantes, comandos específicos e configurações no *GeoGebra*, e talvez mais interações com o ChatGPT, que naquele instante estava momentaneamente deixado de lado.

A fim de ilustrar os obstáculos que a equipe enfrentava, optei por fazer uma colagem que reúne duas das mensagens de erro exibidas aos estudantes, capturas de telas da janela de visualização do *GeoGebra* e o resultado da consulta à ajuda *online*, dispostos na Figura 46.

Figura 46 - Tentativa da Equipe 03 com uso do *GeoGebra*



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

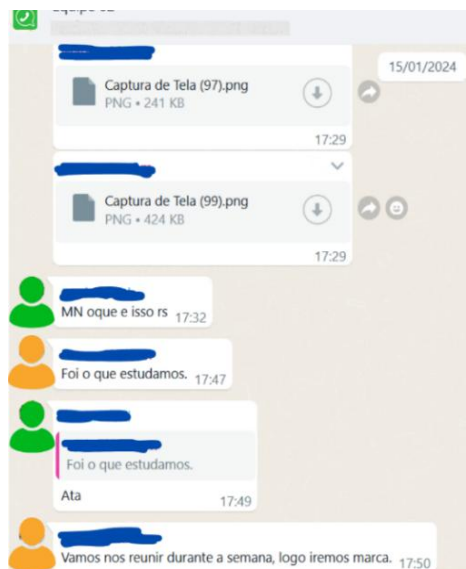
Outro aspecto que mexeu com a estrutura do sistema, foi a inserção de mais um sujeito, o monitor da disciplina, que apesar de breve, suas perguntas influenciaram o trabalho da equipe. Ademais, quando A6 resolveu usar a calculadora gráfica em seu celular, houve uma ruptura nas regras, uma vez que foi estabelecido o uso exclusivo do computador e folhas de rascunho disponibilizadas durante a aula, com o objetivo de captar as interações dos estudantes com as TD, bem como as discussões advindas do processo de moldagem recíproca e as estratégias adotadas na resolução das questões.



Embora a ação individual de A6 não tenha configurado uma mudança expressiva na organização do trabalho, é necessário olhar com atenção para todos os elementos que constituem a unidade mínima de análise e observar se aquela atitude se repetiria em outras ocasiões. Com o término da aula se aproximando, a direção do miniciclone apontava para uma possível estagnação, mesmo que ao final do diálogo 22, A7 tenha externado a intenção de continuar tentando. A esse respeito, Souto (2016, p.187) argumenta que não há como prever com exatidão para onde o miniciclone irá se deslocar, contudo o que se sabe é que “ele não leva, em geral, o sistema, a um ponto onde a atividade já esteve anteriormente”.

Na aula seguinte, A8 não compareceu devido a problemas de deslocamento, da comunidade ribeirinha onde reside para a sede da Universidade. Esse fator externo pode influenciar tanto na aprendizagem desse estudante, quanto no trabalho do grupo, já que se pressupõe que a organização do trabalho seja colaborativa. Desse modo, o grupo no *WhatsApp* criado para cada equipe, permitiu que A8 tivesse acesso as produções desenvolvidas por seu grupo (Figura 47). É preciso pontuar, que sua participação de forma *online* era praticamente inviável, devido às limitações de *internet*, que dificultavam uma conexão estável em plataformas de videoconferência.

Figura 47 - Conversa do *WhatsApp* – Equipe 03



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Este tipo de situação ressalta que as influências externas podem imprimir mudanças no sistema de atividade, particularmente aqui, na organização do trabalho. Nesta equipe, A8 era quem organizava o material a ser apresentado para a turma, logo sua ausência implicou em uma nova distribuição das tarefas.



Havia um esforço de A6 e A7 em superar as dificuldades enfrentadas na última aula. Para tanto, os estudantes buscaram nas outras possibilidades sugeridas pelo ChatGPT, uma forma de avançar, o que dá indícios de que o processo de internalização se movimentava em direção à externalização. Adicionalmente, um novo artefato é incluído no sistema de atividade, o *software Wolfram Alpha*.

Diálogo 23 (15.01.2024)

A7: E aí a gente vai usar qual? O Wolfram? Porque o *GeoGebra* não deu muito certo.

A6: Pode ser. Deixa eu pesquisar aqui no chat o Wolfram [...]

A7: São três passos que ele [chat] deu né, entrar, digitar a equação e dar enter.

A6: É isso.

A7: Escreve a equação [A6 digita no campo de entrada do Wolfram]. Tá aí mano, tá tudo aí, ali embaixo mano o campo [risos]

A6: Agora saiu [risos]. Tu imagina só esse desenho aqui se tu fosse fazer na mão.

A7: O trabalho é fazer a interpretação disso aí oh. A curva vai tangenciar.

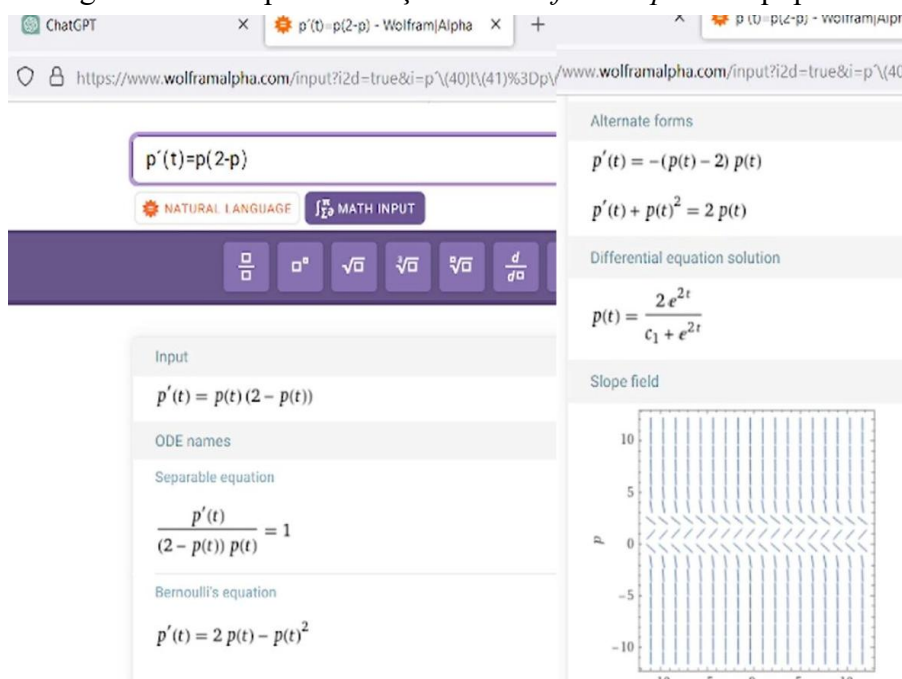
A6: A curva vai passar por onde? [...] Deixa eu te mostrar um exemplo que eu olhei uma vez, que eu pesquisei e é mais simples de ver.

A7: Tá gravando hein, tu sabe que isso tá gravando né.

A6: É, mas a gente tá usando um exemplo, a gente só está pesquisando.

Os excertos registram que uma nova tensão estava se constituindo, pois embora os estudantes tenham conseguido visualizar o campo de direções no *Wolfram Alpha*, as informações que ali estavam não diziam muito para eles. Esse aspecto é reforçado quando A7 pontua “o trabalho é fazer a interpretação disso”. A tensão também indicava que o miniciclone estava retomando seu desenvolvimento, e à medida que o estudo avançava, isto se tornava mais latente. A Figura 48 exibe a representação obtida pelos estudantes.

Figura 48 - Campo de Direções no *Wolfram Alpha* – Equipe 03

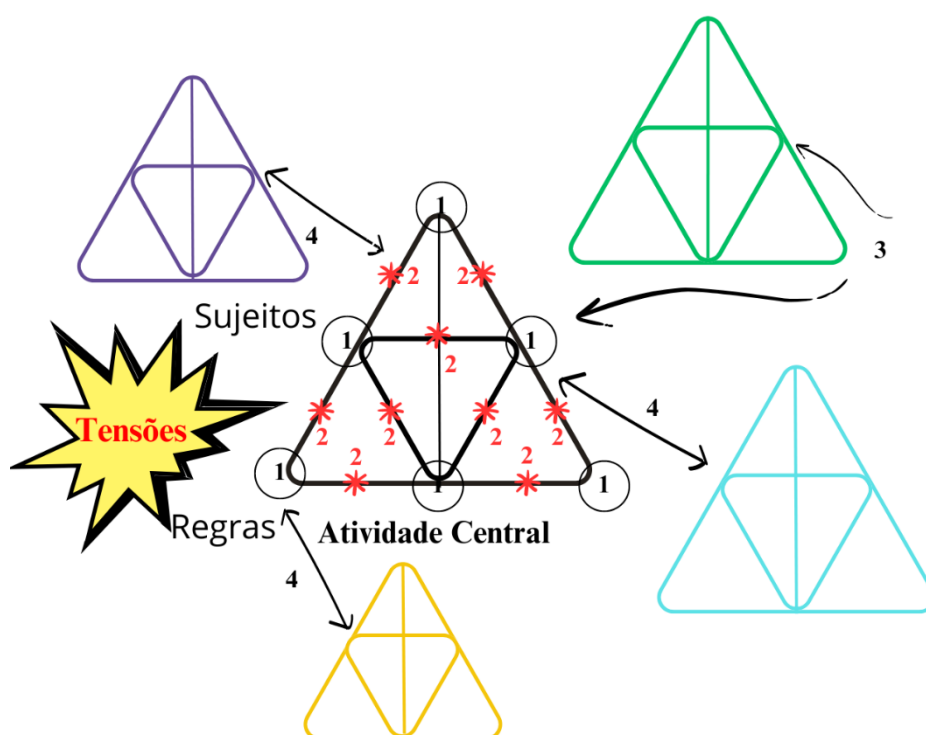


Fonte: Dados da pesquisa, 2024.



Ao que parece, A6 buscava identificar o tipo de curva-solução que a representação gráfica da Figura 48 estava descrevendo. Sem tal clareza, A6 resolveu mostrar para A7 o campo de direções de uma outra equação diferencial, que na opinião dele era mais simples de visualizar. Ao afirmar que fez uma pesquisa fora do ambiente de sala de aula, A6 me leva a duas perspectivas de análise: a primeira é que a ação individual do estudante representava uma quebra das regras, já que não foi possível acompanhar o que exatamente foi pesquisado e que acabou influenciando no raciocínio matemático. A Figura 49 ilustra a tensão que ocorre entre os componentes: sujeitos e regras.

Figura 49 - Contradição secundária sujeitos e regras – Equipe 03



Fonte: Elaborado pela autora.

De forma mais específica, temos neste momento a existência de uma contradição secundária, isto porque a ação de A6 desestabilizou as regras do sistema de atividade, o que culminou em tensão revelada no discurso de desconforto de A7 “tá gravando [...] tu sabe que isso tá gravando né”. Para Engeström (2001, p. 137, tradução nossa) esse tipo de contradição gera “perturbações e conflitos, mas também tentativas inovadoras de mudar a atividade”. E sob essa lente, que apresento minha segunda perspectiva de análise.

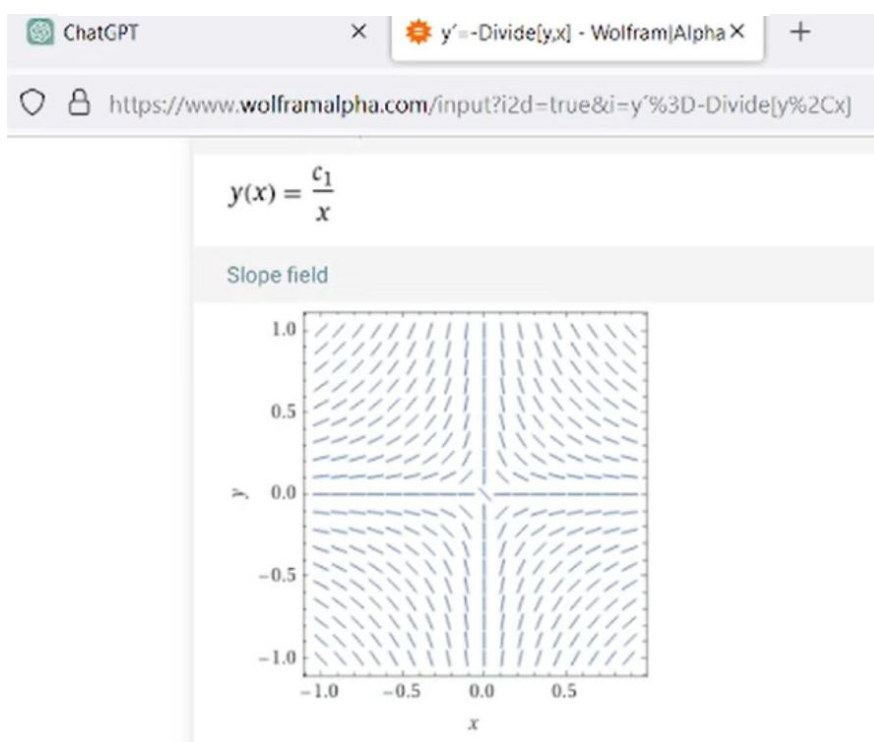
A ação de A6 assinala que a externalização estava ocorrendo, já que o estudante buscava alternativas para romper com a estagnação que sua equipe enfrentava na aula anterior. A esse



respeito Souto (2013, p. 61) esclarece que “a externalização ocorre de forma discreta nas inovações individuais, onde é feita a análise da situação e das possíveis soluções”.

Entendo que a aprendizagem, bem como os processos que a englobam, não cabem ao ambiente da sala de aula. Com essas observações, considero que a atitude de A6 impulsionou o avanço do miniciclone, isto porque, tanto o exemplo consultado quanto suas interpretações sobre ele, foram levados para discussão no grupo.

Figura 50 - Exemplo pesquisado por A6 – Equipe 03



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

A EDO em questão é $y' = -\frac{y}{x}$, e sua família de solução são hipérboles, o que pode facilmente ser visto na representação do campo da Figura 50. O diálogo 24 ilustra o debate em torno do exemplo trazido por A6.

Diálogo 24 (15.01.2024)

A6: Tá vendo aqui oh, esse aqui fica melhor de ver o desenho que tu poderia fazer. Vai passar do lado delas [em referência as setas] tá vendo, vai fazer esse desenho aqui oh [dedo na tela do computador], tu percebe que as soluções vão passar assim oh [faz gestos com as mãos para expressar a curva]. É isso que eu queria ver naquele lá, só que as equações que ela dá [pesquisadora] é meio que pra complicar mesmo [risos]

A7: É difícil de ver né.

A6: Sim, mas tu consegue ver nesse aqui? Tu tá vendo a curva que ela faz, sem tocar nesses pontos [setas], olha a direção.

A7: O que tu tá dizendo é que ela vem aqui e aí ela sobe [aponta para o gráfico do campo de direções]

A6: Eu consegui observar que essas curvas aqui tem um formato. Naquela equação lá fica mais difícil da gente interpretar.



A7: Hum rum.

A6: Aqui a gente tem um modelo da curva.

A7: Volta lá, na equação original. O lance não é só ver, mas tentar entender isso aí. A gente já viu que o campo de direções tá aí, agora vem a questão [não completa a frase]

A6: Estudar ele agora.

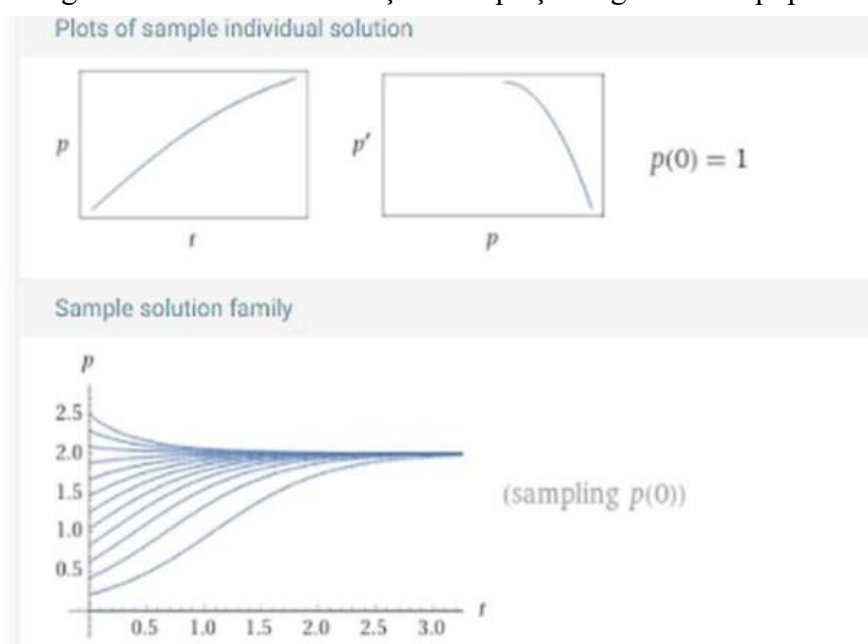
A7: Agora vem a situação, que nem você perguntou, tu consegue entender? Eu sinceramente, olhando aqui, eu não consigo entender o gráfico [...].

Em seus comentários, A6 pontuou que a visualização das curvas da EDO $y' = -\frac{y}{x}$ é mais explícita do que a proposta na atividade. As expressões “vai passar do lado” e “sem tocar” fazem referência à trajetória das curvas e à sua orientação em relação às setas, o que ajudou A6 a enxergar o desenho da curva-solução.

Ao compartilhar esse exemplo, A6 manifestava o desejo de validar sua interpretação e conduzir A7 para essa mesma linha de raciocínio. Nas entrelinhas dos excertos, A6 de certo modo, demonstrava intenção de ampliar essa compreensão e aplicá-la na questão da atividade. Apesar de escutar com atenção os argumentos de seu colega, A7 insistiu em voltar para a EDO inicial, o que revelou um provável dilema, sinalizado com a pista linguística “mas”, seguida de um beco sem saída, este por sua vez, caracterizado pela situação de impotência “eu não consigo entender o gráfico”. A meu ver, havia uma incompatibilidade entre o ‘ver’ e o ‘entender’.

De volta ao campo de direções da equação logística, A7 observou que outras representações eram dadas no *Wolfram Alpha*, entre elas a família de soluções da EDO. Aqui, o processo de moldagem recíproca começava a ser delineado, e para melhor elucidar as discussões acerca desse gráfico, a Figura 51 oferece uma visualização sobre ele.

Figura 51 - Família de solução da equação logística – Equipe 03



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.



Em razão da visualização que aparece na Figura 51, A7 conseguiu entender que a população limitante convergia para 2000, todavia, o estudante ainda não conseguia interpretar as informações que o campo de direções lhe oferecia. Havia um esforço de A7 em procurar estabelecer conexões entre os dois tipos de gráficos.

Diálogo 25 (15.01.2024)

A7: Então, eu tô tentando olhar para essa família de soluções e enxergar alguma coisa lá [em referência ao campo de direções]. Tu percebe uma coisa [...] que todos vem e quando chega no dois oh oh oh [aponta para o computador]. Então o 2 é como se fosse um feixe, o limite, e todas as soluções estão tendendo pra ele.

A6: No caso se a gente fizesse no *GeoGebra*, ia aparecer só uma reta?

A7: Sim, no *GeoGebra* dá pra fazer, mas a gente não sabe [...] Mas tu já conseguiu notar isso aí, que todas as soluções elas vão pro 2.

A6: Sim, agora eu vejo que elas estão indo para o 2.

A7: Fica claro que esse 2 aí vai ser o feixe, ele vai sempre pra 2 [...]

A6: Ei A7, tu conseguiria fazer esse campo de direções sem o programa, se tu não tivesse um *software*?

A7: Olhando como ele se comporta, se a gente olhar pro 2 [não completa] o problema é o que acontece a partir desse 2.

A6: Pra achar cada tracinho desse, tu conseguiria fazer na mão?

A7: Daria, mas é bem trabalhoso.

A6: Mas tu sabe como é que faz? Tipo, a questão dos pontos, a gente teria que atribuir qualquer valor pra achar ou valores específicos? [...] Eu queria saber como é que fica esses tracinhos.

A7: Eu sei que isso passa tangenciando.

A6: Será que é a inclinação?

A7: Isso. Eu acredito que esses tracinhos aí é como se fosse o coeficiente angular.

A6: É, acho que é isso mesmo, é onde vai passar tangenciando.

Como citado anteriormente, A7 observou que, na representação da família de soluções da EDO, as curvas convergiam em direção à assíntota horizontal $p = 2$. O termo ‘feixe’, usado por A7, funcionava como uma metáfora para descrever a ideia de limite. Se considerarmos um feixe de luz convergente, os raios se movem juntos, em direções semelhantes, até se encontrarem em um ponto focal. Isto se alinha ao argumento de A7: “o 2 é como se fosse um feixe, o limite, e todas as soluções estão tendendo pra ele”.

A conjectura formulada por A7 foi baseada em uma das visualizações gráficas geradas pelo *Wolfram Alpha*, o que significa que essa tecnologia influenciou o raciocínio matemático dos estudantes sobre o valor limitante da população. O miniciclone dava sinais de que estava evoluindo com o processo de moldagem recíproca, que ocorria de forma parcial devido a reorganização do pensamento proporcionada pelo *Wolfram Alpha*. Com o transcorrer dos trabalhos, novas dúvidas surgiram, agora, em relação aos segmentos de reta e suas respectivas inclinações.

Os questionamentos de A6 sobre como fazer ‘a mão’ os ‘tracinhos’ aliada a fala “eu queria saber como é que fica”, indicam a necessidade do estudante em adotar uma abordagem



analítica, que incluísse o uso das tecnologias lápis e papel. Em contrapartida, A7 pontuou que a construção manual seria trabalhosa, mas possível. Quando A7 argumentou que os segmentos tangenciam (a curva), A6 suscitou a ideia de que eles poderiam ser determinados pelo cálculo da inclinação da reta tangente, o que é confirmado por seu colega “é como se fosse o coeficiente angular”.

Outro aspecto a ser ponderado é a frustração de A6 em relação à construção do campo utilizando o *GeoGebra*, evidenciada por sua insistência ao perguntar “no caso se a gente fizesse no *GeoGebra*”, que de imediato foi lembrado por A7 que eles não sabiam como fazê-lo. Mais tarde, ao final da socialização dos resultados com a turma, os estudantes se dirigem a mim e fazem um pedido, “professora, será que a senhora poderia ensinar a gente a fazer isso no *GeoGebra*?”.

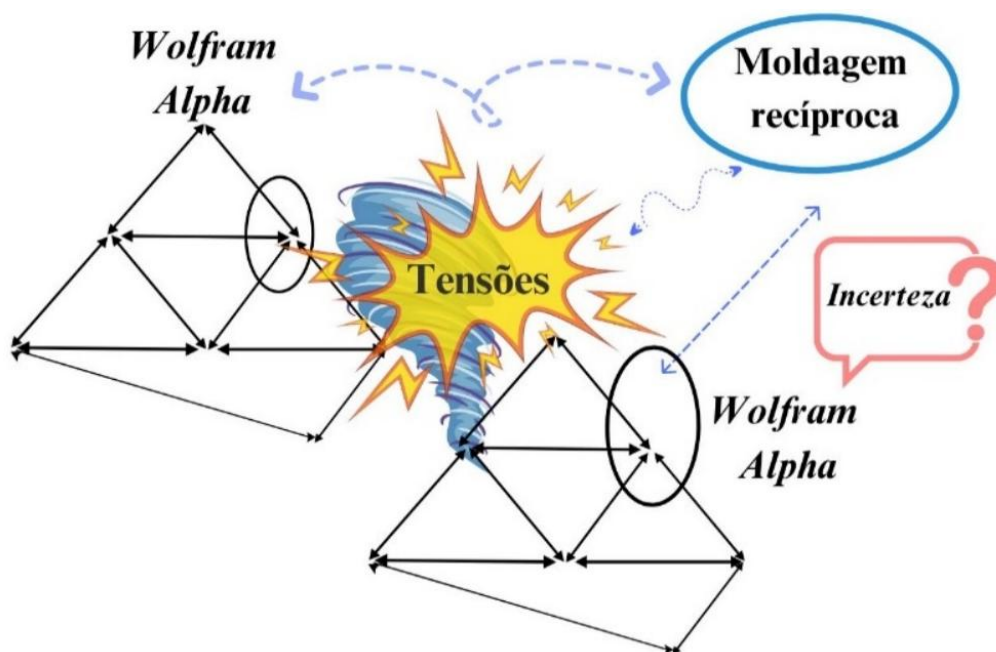
Aqui houve uma *quebra de script*, pois a necessidade dessa equipe me levou a destinar um tempo da aula seguinte, não previsto, para construir com a turma um exemplo de campo de direções com o *GeoGebra*. Borba *et al.* (2002) argumentam que iniciativas como essa, conduzidas pelos próprios estudantes e ocasionada na interação dos atores humanos com uma tecnologia não usual, sinalizam um possível movimento de rotação no miniciclone, uma vez que os estudantes assumiam o protagonismo desse processo e provocavam reorganizações no planejamento pedagógico.

À medida que o trabalho se desenvolvia, o desejo dos estudantes em enxergar explicitamente a solução (analiticamente) afluía, e conseqüentemente, isso os levou a tentar resolver o limite utilizando lápis e papel. Depois de um tempo, sem obter sucesso, os estudantes voltaram a plataforma do *Wolfram Alpha* para calcular esse limite.

O *Wolfram Alpha* até então, desempenhava o papel de artefato no sistema, contudo esta ação dos estudantes me levou a considerar se esse *software* estaria exercendo um outro papel, o de objeto. Para Engeström (2016, p. 376) “o objeto é o verdadeiro portador do motivo da atividade”, aquele que leva os sujeitos a ação. Os estudantes buscavam não somente resolver o limite com o *Wolfram Alpha*, mas testar a hipótese levantada, que emergiu das observações da família de soluções exibidas naquele *software*. Isto quer dizer que as ações da Equipe 03 estavam direcionadas para as possibilidades que o *Wolfram Alpha* oferecia para os estudantes validarem e testarem suas análises. A Figura 52 ilustra a percepção sobre o movimento do *Wolfram Alpha* no Sistema S-H-C-M.



Figura 52 - Incerteza sobre o papel do *Wolfram Alpha* – Equipe 03



Fonte: Elaborado pela autora.

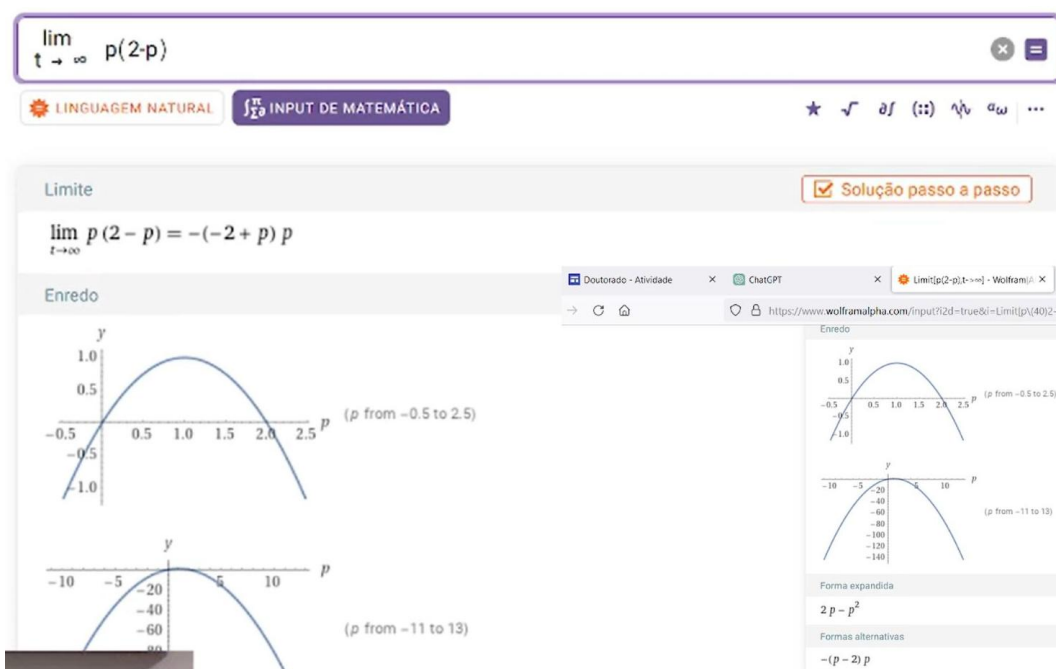
Sobre essa representação me apoio em Souto (2013, p. 221) para melhor entender esse processo:

A constatação de que uma mídia molda as ações dos sujeitos e, desse modo, contribui para a transformação da produção Matemática, indica, a meu ver, que essa mídia pode ser entendida como componente do objeto em sistemas S-H-C-M. Assim, verifica-se que o miniciclo(ne) iniciado com a mídia no papel de artefato se expande durante o processo de moldagem recíproca. Esse fato dá origem a uma transformação expansiva em que o artefato se torna objeto [...].

A autora discute que quando uma tecnologia influencia a maneira com que os sujeitos agem, impactando em mudanças qualitativas na produção do conhecimento matemático, ela pode estar se transformando expansivamente dentro do sistema de atividade. Neste caso, os estudantes exploravam e testavam suas hipóteses por meio do *Wolfram Alpha*, e as respostas geradas, moldavam a compreensão desses sujeitos, levando-os inclusive a novos questionamentos. Aparentemente o objeto da atividade estava expandindo para a compreensão sobre a população limitante a partir das diferentes representações disponibilizadas pelo *Wolfram Alpha*, e isto se clarifica ainda mais no diálogo 26.

O cálculo para a questão da população limitante precisa da solução da EDO, no entanto, ao invés de usar a função solução, os estudantes utilizaram propriamente a EDO, logo não obtiveram o resultado desejado. Isto porque a EDO logística nos diz informações sobre como a população p muda ao longo do tempo t , e não o valor dessa população em dado momento. A Figura 53 contextualiza o processo realizado pela Equipe 03.



Figura 53 - Cálculo do Limite no *Wolfram Alpha* – Equipe 03

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

De posse do *feedback* do *Wolfram Alpha*, os estudantes iniciaram uma discussão sobre aspectos importantes das condições de existência de solução para a equação logística.

Diálogo 26 (15.01.2024)

A6: [...] a gente descobrindo $p(t)$, seria a população né.

A7: Isso. A gente tem que calcular o limite.

A6: Onde que fica o limite aqui? [se referindo ao Wolfram]. Eu acho que é aqui.

A7: Agora tem que ver a situação lá dos 4000.

A6: Pois é, mas bora tentar entender esse gráfico [exibido na figura 42]. Tu viu que ficou negativo?

A7: Interessante que deu uma espécie de parábola.

A6: Hum rum, com concavidade voltada para baixo.

A7: Por que? [A7 franze a testa]

A6: Olha os intervalos?

A7: E se a gente fizesse essa pergunta para o Chat?

A6: Bora perguntar.

A7: Se a gente fizesse essa mesma pergunta que tu fez aqui pro chat, o que que ele diria?

Este trecho revela uma tensão existente entre as respostas exibidas no *Wolfram Alpha* e a interpretação da equipe no que se refere à variável população, como quando A6 questiona os intervalos negativos. É possível identificar uma certa preocupação dos estudantes sobre a validade daqueles dados, e isto os levou a interagir novamente com o ChatGPT. Essa constatação sugere que há um coletivo de estudantes-com-*WolframAlpha*-ChatGPT discutindo EDO.



O final do diálogo 26, traz indicativos que o ChatGPT poderia estar desempenhando o papel de comunidade no sistema de atividade. Para Galleguillos (2016) a comunidade é constituída por todos aqueles que interagem com os sujeitos e que dividem do mesmo objeto da atividade. Nesta conjuntura, os estudantes recorriam ao ChatGPT para debater as análises feitas de acordo com as informações exibidas pelo *Wolfram Alpha*.

Os comentários de A6 - “tu viu que ficou negativo” e “olha os intervalos” - indicavam que, para ele, não fazia sentido o gráfico abranger valores negativos, uma vez que estavam trabalhando com população, o que está correta a interpretação. Ao A7 propor que compartilhassem com o ChatGPT os questionamentos de A6, a meu ver, a IA passou a atuar juntamente com a Equipe 03 na interpretação da população limitante, ou seja, parcialmente sujeitos e ChatGPT partilhavam neste instante do mesmo objeto.

É oportuno frisar que o ChatGPT utiliza uma ampla base de dados, constituída de múltiplas vozes, que por sua vez, são saturadas de humanidade. Lévy (2010a, p. 116) discute que “a maior parte dos bancos de dados são antes espelhos do que memórias; espelhos o mais fiéis possível do estado atual de uma especialidade ou de um mercado”. Assim, ao consultar o ChatGPT, os estudantes ampliaram ainda mais as fontes para suas interpretações, e consequentemente isso alterou as formas de pensar e raciocinar desses sujeitos.

A próxima figura exhibe tanto a pergunta feita por A6 e A7, quanto a resposta do ChatGPT sobre a população limitante da equação logística $f(t, p) = p(2 - p)$.

Figura 54 - Interação com o *ChatGPT* população limitante – Equipe 03

You
usando a equação $p'(t) = p(2-p)$ considere a população inicial é de 4000, o que podemos inferir sobre a população limitante limite de $p(t)$ quando t tende ao infinito

ChatGPT
A equação dada, $p'(t) = p(2 - p)$, é uma equação diferencial ordinária que modela o crescimento populacional, onde $p(t)$ representa a população em um dado momento t .

Dada a equação $p'(t) = p(2 - p)$, é uma equação logística com termos lineares e não lineares. A solução geral dessa equação é dada por:

$$p(t) = \frac{2P_0}{1 + e^{-2t/C}}$$

onde P_0 é a população inicial e C é uma constante de integração.

Dado que a população inicial é de 4000, então $P_0 = 4000$. Substituindo isso na equação geral, temos:

$$p(t) = \frac{8000}{1 + e^{-2t/C}}$$

Quando t tende ao infinito, o termo $e^{-2t/C}$ se aproxima de zero, tornando o denominador muito grande. Isso faz com que $p(t)$ se aproxime de 8000 dividido por um número muito grande, o que tende a zero.

Quando t tende ao infinito, o termo $e^{-2t/C}$ se aproxima de zero, tornando o denominador muito grande. Isso faz com que $p(t)$ se aproxime de 8000 dividido por um número muito grande, o que tende a zero.

Portanto, podemos inferir que a população limitante ($p(t)$ quando t tende ao infinito) será $p(\infty) \approx 8000/\infty$, que é essencialmente zero. Isso sugere que a população estabilizará em um valor limite, que é zero, indicando um declínio populacional conforme t tende ao infinito. Esse é um comportamento típico para modelos logísticos quando a capacidade de suporte é excedida e a população se estabiliza ou diminui.

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.



A resposta do ChatGPT mostrava que quando $t \rightarrow \infty$, a população nas condições dadas, se aproximava de zero, o que não é verdadeiro. No entanto, em nenhum momento, foi mencionado que a escala utilizada na EDO era p de milhares, assim ao invés de usar $p(0)=4$ foi usado $p(0)=4000$, o que acabou influenciando no resultado, já que o comportamento assintótico ajuda na análise da inferência dessa população limitante.

Como a IA exibiu apenas a $p(t)$, sem detalhar o caminho até se chegar à solução, os estudantes não conseguiram visualizar quaisquer tipos de erros, mesmo depois de visualizar novamente a $p(t)$ no *Wolfram Alpha* (Figura 51).

Diálogo 27 (15.01.2024)

A7: Aqui ele [chat] já fez o cálculo.

A6: No caso, [...] ele [chat] tá querendo falar, se tivesse muita população, [...] não ia ter como sobreviver, porque ia ser muita gente para pouco recurso. Acho que por isso vai tender a 0.

A7: Hum rum, entraria em colapso.

A6: Em declínio. Ele [chat] diz que ela se estabiliza ou diminui.

A6: Então eu acho que a gente já começou a entender um pouco do que ela tá querendo, é o comportamento dessa população. A gente ter que pesquisar mais, tentar entender mais isso aí [recomeçam a leitura]. Bora ver lá no Wolfram.

A7: A gente precisa resolver isso no braço. Ia dar isso não ia? [se referindo a resolução do Wolfram].

A6: [risos] Ia dar um pouco de trabalho, mas ia. Tipo isso aqui [aponta para a solução no Wolfram] é o mesmo que tá lá? [se referindo ao ChatGPT] É o mesmo?

A7: Eu acho que é [recomeçam a leitura]. Olha o tempo, tá passando.

A6: $p(0)$ é 4000, ele [chat] só substituiu. Esse termo aqui [referência ao denominador] se aproxima de 0. Bora perguntar essa segunda pra ver se a gente entende mais?

Diante do retorno do ChatGPT, os estudantes chegaram à interpretação que a população ($p(0) = 4$) entraria em colapso. É oportuno destacar, que a equação logística em questão poderia se estabilizar em dois pontos, em $p = 0$ e $p = 2$, logo a solução poderia convergir para esses valores, contudo isto depende diretamente das condições iniciais. Neste caso, como $p(0) = 4$, o modelo sugere que o comportamento dessa população se aproxima do limite $p = 2$, já que ele é um ponto de equilíbrio estável.

Nessas circunstâncias, a resposta do ChatGPT influenciou o raciocínio dos estudantes, levando-os para uma solução incorreta, principalmente se considerarmos que com o *Wolfram Alpha* eles chegaram a formular que esse limite seria 2, por intermédio da representação da família de soluções. Este fato vai ao encontro do que nos diz Borba e Balbino Júnior (2023), apesar das IA generativas serem promissoras, é preciso ter cautela e cuidado ao usá-las, pois suas respostas não são inquestionáveis, e nem sempre estarão corretas.

De forma complementar, Lévy (2010a, p. 144) discorre que “a operação elementar da atividade interpretativa é a associação; dar sentido a um texto é o mesmo que ligá-lo, conectá-lo a outros textos [...]”. Logo, as informações gerados por uma IA, só nos permitem uma maior



compreensão sobre o objeto em estudo, se associamos a elas outros conhecimentos. Ainda em Lévy (2010a, p. 190) “não é possível utilizar sem interpretar, metaforsear”.

Retomando o diálogo 27, A7 não se mostrava convencido das respostas e propôs resolver a ‘mão’. Novamente o desejo em resolver analiticamente a EDO vem à tona, e ao que parece, para A7 ela lhe daria alguma certeza, ou talvez, clareza sobre aquelas inferências.

O pensar-com-lápis-e-papel assim como, o *pensar-com-ChatGPT* ou o *pensar-com-WolframAlpha*, são igualmente válidos, pois como comenta Kenski (2012) a mudança não depende exclusivamente do uso intensivo de uma tecnologia, mas das experiências pedagógicas em que elas são usadas, em um processo coletivo e colaborativo de aprendizagem. A recorrência do pensar-com-lápis-e-papel, revelou um característico apego dos estudantes pela abordagem analítica, ou em outras palavras, uma predominância da forma convencional de produção matemática desses sujeitos.

Antes mesmo de A7 tentar a resolução analítica, A6 começou a fazer alguns questionamentos, entre eles se a $p(t)$ dada no *Wolfram Alpha* era a mesma dada pelo ChatGPT. Mas, com o tempo da aula se esgotando, os estudantes não conseguiram confrontar as respostas dessas tecnologias para a mesma questão de estudo.

Mais tarde, A6 interage com o ChatGPT relativo ao segundo ponto a ser resolvido: se uma população inicial de 1200 poderia diminuir para 800. Na Figura 55 é exibida a explicação do ChatGPT sobre isto.

Figura 55 - Resposta do *ChatGPT* com outras condições iniciais

You
usando a equação $p'(t) = p(2-p)$ considere a população inicial é de 4000, o que podemos inferir sobre a população limitante limite de $p(t)$ quando t tende ao infinito, uma população de 1200 poderá diminuir para 800?

ChatGPT
A equação diferencial dada é $\frac{dp}{dt} = p(2-p)$, onde p representa a população em função do tempo t . Para analisar o comportamento da população no longo prazo (t tendendo ao infinito), podemos procurar os pontos de equilíbrio.

Para encontrar os pontos de equilíbrio, igualamos a equação a zero e resolvemos para p :

$$p(2-p) = 0$$

Isso implica que $p = 0$ ou $p = 2$ são os pontos de equilíbrio.

A população limite, quando t tende ao infinito, será determinada pelos pontos de equilíbrio. Se a população inicial for $p(0) = 4000$, podemos inferir que, se começarmos com uma população diferente de zero ou dois, ela convergirá para esses valores no longo prazo.

Agora, quanto à pergunta se uma população de 1200 pode diminuir para 800, precisamos considerar os pontos de equilíbrio. Se a população inicial for 1200 e $p(0) < 2$ (pois $p = 2$ é um ponto de equilíbrio), então a população eventualmente tenderá a zero.

Se a população inicial for 800, que é menor que 1200, e $p(0) > 0$ (pois $p = 0$ é outro ponto de equilíbrio), então a população também tenderá a zero no longo prazo.

Em resumo, para a equação dada, uma população inicial de 1200 pode diminuir para zero, e uma população inicial de 800 também pode diminuir para zero no longo prazo, de acordo com o comportamento dos pontos de equilíbrio.

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.



Na Figura 55, é possível verificar que o ChatGPT forneceu aos estudantes os pontos de equilíbrio da equação diferencial, e mais, indicou que se $p(0) \neq 0$, então a população poderia convergir para esse valores ao longo do tempo. No entanto, vários equívocos ocorreram no decorrer da explicação dada pela IA, que se misturam as condições iniciais distintas, dispostas em uma única pergunta. Essa confusão é percebida por A6 e segue descrita no diálogo 28.

Diálogo 28 (15.01.2024)

A7: Por que ele tirou o $p'(t)$?

A6: É porque quando [...] tu vai procurar os pontos de equilíbrio aí tu sempre vai igualar a 0 [...] os pontos de equilíbrio aqui são 0 e 2. Pra mim ele ficou meio confuso, meio que tipo ele separou a nossa pergunta em duas partes. Uma para os 1200 e a outra pra 800.

A7: Ele deu para os dois pontos de equilíbrio. Ele deu a resposta pra o que tu perguntou, e se ela vai tender pra 2 ou pra 0, dependendo do que tem. A população pode diminuir? Pode, mas depende do que a gente tem.

A6: Com base nisso aqui então, tu acha que essa população poderá aumentar para os 2500?

A7: Não, porque se ela tá tendendo pra zero, como ela vai aumentar? Ele deu que existe um numerador muito grande, mas existe o denominador maior ainda, então vai pra zero. Mas a gente poderia perguntar ainda pro chat, pra ver o que ele responde.

A6: Sim, mas bora fazer a pergunta separado. O lance dessa aula é a gente entender isso, então bora entender.

A7: Só acrescenta.

Conforme interagem com o ChatGPT novas informações são adicionadas a conversa, como por exemplo, os pontos de equilíbrio, fundamentais para entender a dinâmica de sistemas descritos por EDO, o que contribui em sua análise. Adiante, A7 volta a considerar duas possibilidades quanto a convergência, evidenciada no trecho “ela vai tender pra 2 ou pra 0, dependendo do que tem”, com leve inclinação dos estudantes para a interpretação de $p(t) \rightarrow 0$.

Outro aspecto, diz respeito à fragmentação das respostas do ChatGPT, dividida em três partes: 4000; 1200 e 800, consideradas como condições iniciais pela IA. Essa separação causou dúvidas em A6, e em conjunto com a pista linguística “sim, mas”, revela a existência de um dilema entre os sujeitos. Por um lado, A6 expressa o desejo de fazer a pergunta separadamente, do outro lado, A7 contrapõe, dizendo apenas para fazer um acréscimo, que neste caso, era se uma população de 1200 poderia aumentar para 2500.



Figura 56 - Resposta do ChatGPT se a população poderia aumentar

You
usando a equação $p'(t) = p(2-p)$ considere a população inicial é de 4000, o que podemos inferir sobre a população limitante limite de $p(t)$ quando t tende ao infinito, uma população de 1200 poderá diminuir para 800? e se uma população de 1200 poderá aumentar para 2500?

ChatGPT
A equação dada $p'(t) = p(2-p)$ é uma equação diferencial que descreve a taxa de variação da população $p(t)$ em relação ao tempo t . Vamos analisar as questões propostas com base nessa equação.

A equação pode ser separada e resolvida para $p(t)$. A forma separada é:

$$\frac{1}{p(2-p)} dp = dt$$

Integrando ambos os lados, obtemos:

$$\int \frac{1}{p(2-p)} dp = \int dt$$

A solução dessa integral pode ser usada para encontrar $p(t)$.

A população limite, ou seja, a população à medida que t tende para o infinito ($t \rightarrow \infty$), pode ser encontrada observando o comportamento de $p(t)$ nesse limite.

Se $p(t)$ é uma solução estável para a equação, a população converge para esse valor. Portanto, para encontrar o valor limite, você pode definir $p'(t) = 0$ e resolver para p .

Vamos considerar $p'(t) = 0$:

$$p'(t) = p(2-p) = 0$$

Isso ocorre quando $p = 0$ ou $p = 2$. Portanto, a população limite é $p = 0$ ou $p = 2$.

Agora, quanto às outras questões:

- 1. Uma população de 1200 poderá diminuir para 800?**
Para responder a essa pergunta, você precisa verificar como a população evolui com base na equação. Você pode usar condições iniciais para determinar a solução específica da equação diferencial. Se a solução mostrar que a população converge para um valor entre 0 e 800, então sim, é possível.
- 2. Uma população de 1200 poderá aumentar para 2500?**
Da mesma forma, você precisa analisar a solução específica para a condição inicial de uma população de 1200. Se a solução mostrar que a população converge para um valor entre 1200 e 2500, então sim, é possível.

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Na Figura 56, o ChatGPT não resolve a EDO por completo, o que é observado por A6 no diálogo seguinte. A informação de que a população limitante poderia ser $p = 0$ ou $p = 2$, gerou tensão nos estudantes, pois como mencionado anteriormente, eles já estavam parcialmente convencidos que a solução era $\lim_{t \rightarrow \infty} p(t) = 0$. Esse estágio de dúvidas e incertezas é evidenciado nos excertos abaixo.

Diálogo 29 (15.01.2024)

A7: Olha a integral [risos], viu como muda.

A6: Ele fez por separáveis aqui né.

A7: Separáveis.

A6: Aqui é o ponto de equilíbrio que a gente achou ainda agora né.

A7: Sim, sim.

A6: Eu acho que a gente tem que separar pra ficar melhor.

A7: Também acho, ele meio que tá se contradizendo.

A6: Hã ram. Tipo como ele [chat] já ensinou, ele já acha que a gente já tá [não completa a ideia]. Eu quero que ele explique o máximo que for possível.

É interessante observar como diferentes tecnologias, podem mostrar caminhos alternativos em relação à resolução de uma mesma questão. No *Wolfram Alpha* a EDO foi resolvida por meio do método analítico de Bernoulli, enquanto no ChatGPT foi usado o método de variáveis separáveis. Em consonância, Borba e Penteado (2019, p. 15) argumentam que “a relação entre problema e solução não é biunívoca”, logo a depender da opção tomada, o estudante pode lidar melhor com uma perspectiva do que com outra, e isso varia de indivíduo para indivíduo.



Para Borba e Villarreal (2005), diferente do que acontece com lápis-e-papel, na manipulação de *softwares*, os sujeitos têm menos controle sobre os processos de resoluções. Nessa ocasião, os estudantes não escolherem, nem no *Wolfram Alpha* nem no ChatGPT qual o tipo de método de resolução que gostariam que fosse utilizado, mesmo que essa escolha fosse possível com a IA.

A contradição (dilema) que surgiu no diálogo anterior agora é resolvida, já que a resposta dada pelo ChatGPT também gerou incertezas e dúvidas em A7. Na Figura 57 é ilustrado o *feedback* da IA diante da reformulação da pergunta.

Figura 57 - Reformulando a pergunta ao *ChatGPT*

You
usando a equação $p'(t) = p(2-p)$ considere a população inicial é de 4000, o que podemos inferir sobre a população limitante limite de $p(t)$ quando t tende ao infinito, uma população de 1200 poderá aumentar para 2500?

ChatGPT
A equação diferencial $p'(t) = p(2-p)$ é uma equação logística que modela o crescimento populacional em função do tempo. Aqui, $p(t)$ representa a população no tempo t , e $p'(t)$ é a taxa de crescimento populacional.

Dada a equação logística, é comum ter dois pontos de equilíbrio: $p = 0$ e $p = 2$. Quando $p = 0$ ou $p = 2$, a taxa de crescimento $p'(t)$ é zero. Isso significa que, se a população inicial $p(0)$ estiver entre 0 e 2, a população tende a se estabilizar em torno do ponto de equilíbrio $p = 2$.

Dada a população inicial de 4000, podemos inferir que a população vai se aproximar do valor de equilíbrio de $p = 2$ à medida que t tende ao infinito.

Dada a população inicial de 4000, podemos inferir que a população vai se aproximar do valor de equilíbrio de $p = 2$ à medida que t tende ao infinito.

Agora, vamos analisar se uma população de 1200 pode aumentar para 2500.

1. Se $p(0) = 1200$, temos uma população inicial menor que $p = 2$, então a população tenderá a aumentar.
2. À medida que t tende ao infinito, $p(t)$ se aproxima de $p = 2$ de acordo com a equação logística.
3. Portanto, é possível que uma população inicial de 1200 aumente para 2500 à medida que o tempo avança, seguindo a dinâmica da equação logística.

No entanto, é importante notar que a equação logística assume algumas condições ideais, como a ausência de limitações ambientais, competição ou recursos finitos. Essas condições podem afetar o comportamento real de uma população.

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Ao debaterem a explicação da IA, os estudantes conseguiram avançar em suas análises, principalmente quando A6 conseguiu estabelecer relações entre as informações exibidas no ChatGPT e a visualização gráfica no *Wolfram Alpha*. O *insight* surgiu no instante em que o estudante percebeu que a população era dada em milhares, com isso, o gráfico do *Wolfram Alpha* começou a fazer sentido e se aliava a explicação do ChatGPT de que a população inicial de 4000 se aproxima de $p = 2$ (2000 em milhares), quando $t \rightarrow \infty$.

Este momento dá indicativos que o miniclone estava chegando ao seu final, uma vez que as experimentações com o ChatGPT se intensificavam, e as interações tanto com ele quanto com o *Wolfram Alpha*, provocavam reorganizações no pensamento matemático desses estudantes, implicando na elaboração de justificativas para as soluções encontradas.

Sob este prisma, mesmo que a escrita da condição inicial tenha permanecido inalterada, ao que parece, o ChatGPT entendeu que a escala era dada em milhares, já que no item 1 da figura 46, ele considerou que uma população inicial de 1200 é menor que $p = 2$ (milhares). Contudo, no restante da explicação, especificamente no item 3, o ChatGPT erra ao considerar



que para essa condição inicial a população poderia aumentar. O próximo diálogo traz a última interação de A6 e A7 com o ChatGPT nesta aula.

Diálogo 30 (15.01.2024)

A7: Essa é a palavra que a professora usou [em referência a equação logística]. De novo ele deu os pontos de equilíbrio.

A6: Agora eu acho que eu tô entendendo A7 [alterna a janela para o Wolfram Alpha]. Como a gente tá trabalhando com mil, por exemplo assim, cada um ponto desse é mil, então aqui esse 2 é 2000.

A7: 2000?

A6: É, 2000 é o ponto de equilíbrio.

A7: 2000 aonde?

A6: Assim, se a gente fosse botar no gráfico, cada um desse a gente multiplicaria por 1000, se a tiver abaixo de 2000 então ela vai crescer, a partir disso ela vai cair. Né que é isso.

A7: Hum.

A6: Olha só, de 1200 no caso ela poderia aumentar, mas pra chegar até 2500 não poderia, porque ia passar de 2000.

A7: Hã rã.

A6: Né [alternam para o ChatGPT e retomam a leitura]

A6: Tá vendo o que eu falei ainda agora, ela vai poder aumentar oh.

A7: 1200 né.

A6: Sim, 1200 tá abaixo de 2, então vai aumentar.

A7: Então, com 1200 ela vai tá aumentando, e aí se chegar em 2000, ela não pode passar, ela vai ter que descer em declínio [faz o gesto com a mão também]

A6: Isso que eu tô eu falando [...] como algumas populações começam em 4000, pode ser que ela até chegue em 2500, mas só que a partir disso ela vai ter que descer.

A7: Então, tu concorda que ela pode tanto aumentar quanto diminuir.

A6: Pois é. Esse aqui ficou mais bem explicado [se referindo a última interação com o chat]. Mas isso porque a gente teve esse noção que tá trabalhando com 1000.

A7: Cada um, é uma escala de 1 pra 1000.

A6: Pô, eu gostei desse resposta, na primeira vez a gente não tinha se ligado pra isso.

A7: Faz sentido a gente considerar que esse 2 é 2000. Então pra 1200 essa população tenderá a aumentar porque esse número é menor que 2000 e não cair pra 800.

A6: Cara eu acredito que a gente conseguiu, essa equação, tipo o comportamento dela a gente conseguiu, olha o tanto de interpretação [sorrisos e retornam para a aba do Wolfram]

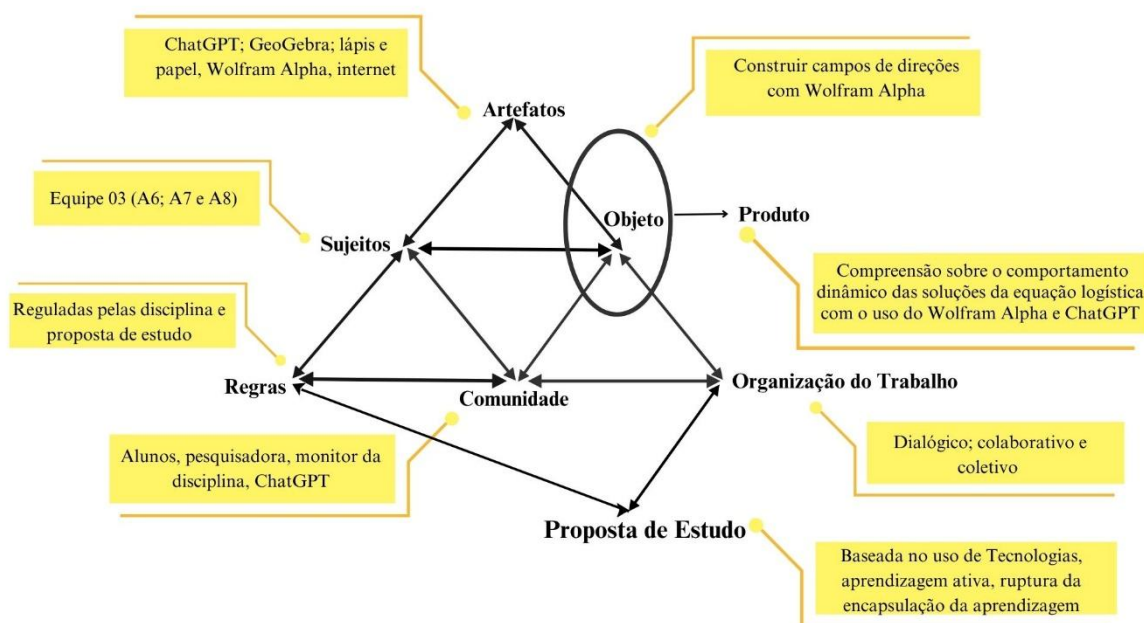
A7: Olha aqui, qualquer solução desse equação a partir daqui [aponta para o gráfico] vai para 2. Se ela vir por aqui 2, por aqui 2 [apontando para o gráfico novamente]

Para além do entendimento de A6 sobre a escala utilizada e sua influência na interpretação dos dados, é possível notar que o estudante começava a entender que o comportamento das soluções de uma EDO é dinâmico, como quando ele afirmou “como algumas populações começam em 4000, pode ser que ela até chegue em 2500, mas só que a partir disso ela vai ter que descer”. Havia, portanto, uma compreensão de que embora a população limitante seja $p = 2$, a população poderia sim atingir $p = 2.5$, desde que a condição inicial fosse maior que este valor, por exemplo, $p(0) = 3$, ou em particular $p(0) = 4$, diminuindo ao longo do tempo até se estabilizar na chamada capacidade de carga do sistema.



Com o decorrer das discussões A7 também partilhou desse pensamento e um sentimento de satisfação se aflorou nos estudantes, permeado por sorrisos e enunciado nas palavras de A6 “[...] eu acredito que a gente conseguiu, essa equação, tipo o comportamento dela a gente conseguiu, olha o tanto de interpretação”. Existia um interesse e motivação partilhado por esses atores: aprender EDO com as tecnologias disponíveis e possibilidades por elas oferecidas. Isto foi reafirmado em vários momentos ao longo da atividade, seja nas ações de perguntar, debater e argumentar quantas vezes fosse necessário ou ainda nas experimentações com as tecnologias. Na Figura 58 é apresentado o sistema constituído pela Equipe 03.

Figura 58 - Sistema Constituído – Equipe 03



Fonte: Elaborado pela autora.

O sistema de atividades dessa equipe foi permeado por várias tensões, com a ocorrência das seguintes manifestações discursivas de contradições internas: dilema (2); beco sem saída (1), conflito (1) e conflito crítico (1). Além disso, foi possível observar ainda contradições secundárias e terciárias, no primeiro caso, advinda da tensão entre os elementos constituintes: sujeitos e regras; e no segundo caso, os estudantes enfrentavam tensões para se adaptar a proposta de estudo que é ligeiramente diferente do que eles estavam habituados.

A contradição terciária me chamou bastante atenção, pois ao mesmo tempo em que era nítido o entusiasmo e o engajamento dos estudantes diante da proposta com o uso de TD, ‘internamente’ ou quase ‘inconscientemente’, eles questionavam esse tipo de produção de conhecimento matemático. A meu ver, havia uma idealização de que matemática produzida



com lápis-e-papel era mais válida e autêntica do que qualquer outro tipo de produção que dela diferisse.

Grandes nomes, como Euler, Hilbert, Leibniz, Newton (e a lista só aumenta), ou ainda, Einstein como citado por um dos estudantes, foram sem dúvida, fundamentais para o avanço e desenvolvimento da Matemática e de outras ciências, e seus legados permanecem ‘vivos’ na história, na memória e em suas extensões (oralidade, escrita, impressão). No entanto, recorro a Lévy (2010a) para explicar a visão de inteligência da qual compartilho.

A inteligência é produto de uma rede complexa em que seres humanos e não humanos interagem, “não sou “eu” que sou inteligente, mas “eu” com o grupo humano do qual sou membro, com toda uma herança de métodos e tecnologias intelectuais” (Lévy, 2010a, p. 137). À luz dessa citação, a informática faz parte desse processo, pois é uma tecnologia da inteligência.

De forma complementar, a ideia de humanos-com-mídias, defendida por Borba e Villarreal (2005) e assumida como perspectiva teórica nesta pesquisa, considera como unidade básica do conhecimento, o coletivo de seres humano e tecnologias, ambos atores protagonistas desse processo de produção do conhecimento. Os autores, também argumentam que “uma inteligência não compete com outra. Elas colaboram! Diferentes combinações de humanos com mídia, localizadas em diferentes partes do mundo, ganham poder em algum domínio que se torna parte dessa inteligência coletiva” (Borba; Villarreal, 2005, p. 26, tradução nossa”).

Com esse entendimento, pensamos-com-tecnologias, sejam elas digitais ou não. Assim, ao invés de medir ‘forças’ entre o pensar-com-lápis-e-papel ou o pensar-com-outras-tecnologias, poderíamos olhar para a forma com que elas se interconectam ou se influenciam mutuamente. Outro aspecto em relação ao sistema constituído é propriamente a dualidade erro e acerto experimentada pelos estudantes na interação coletiva com o ChatGPT e *Wolfram Alpha*. Aparentemente, mesmo com a preocupação dos estudantes citada no início da seção 5.1 sobre ‘como perguntar a IA’, a disposição das perguntas feitas por essa equipe moldou as respostas do ChatGPT. Essa constatação evidencia o quanto homens e tecnologias de fato se influenciam reciprocamente.

Souto (2016) indica que os movimentos recorrentes dos miniclones podem apontar para várias direções, o que reforça a ideia de que a aprendizagem não se dá por uma via de mão única. Fazendo uma analogia, o processo de aprendizagem é como se fosse uma função matemática que depende de várias variáveis, que ao final resulta em um valor de saída (positivo ou não). Para esta equipe, a contínua interação com diferentes tecnologias, orientou e moldou



as interpretações dos estudantes, e à medida que debatiam, argumentavam e reinterpretam os dados, eles atribuíam um novo sentido para as soluções encontradas.

Sobre os papéis assumidos pelas TD no sistema de atividade da Equipe 03, destaco o ChatGPT, que em dado momento deixou de ser artefato e passou a atuar como comunidade. Além disso, o ChatGPT, o *GeoGebra* e o *Wolfram Alpha* se constituíram espaço problema para o qual a atividade foi direcionada ao longo de seu desenvolvimento.

5.2 Episódio 02: Atividade com o software *Modellus*

Esta atividade consistia em realizar simulações no software *Modellus* para determinar o tempo necessário de resfriamento de um bolo assado a 180°C até atingir a temperatura de 33°C , temperatura considerada adequada para iniciar o processo de aplicação de glacê, sem que houvesse risco de derretimento. Outros pontos também foram foco de discussão, como por exemplo, mudanças nas condições iniciais e no parâmetro k e de que maneira essas alterações influenciariam no comportamento da solução de uma EDO. No Quadro 5 é apresentado os questionamentos realizados aos estudantes.

Quadro 5 - Tarefa proposta aos estudantes

a) Observando a tabela com os dados obtidos na simulação, indique o instante em que o bolo atinge a temperatura de 33°C , em que $k = 0.2$. Após resolva analiticamente a equação diferencial e compare se os resultados obtidos são compatíveis; b) No *Modellus*, faça simulações mudando apenas o valor da constante k , assim, considere o caso em que $k > 0.2$ e o caso em que $k < 0.2$ e discuta as implicações dessa mudança em relação ao comportamento da temperatura do bolo; c) Agora a mudança ocorrerá apenas na condição inicial, para tanto, considere os casos em que $T(0) = 180$; $T(0) = 160$; $T(0) = 190$, pergunta-se: o que ocorre com a temperatura nos instantes $t = 52$; $t = 53$ e $t = 54$, para cada caso? Qual a interpretação Física disso? d) Para acompanhar o bolo que tal um refri bem gelado? Retirei o barê da geladeira e sua temperatura era de 2°C . Suponha que a temperatura ambiente é de $T_m = 30^{\circ}\text{C}$ e $k = 0.2$. Se eu beber esse refrigerante no instante $t = 2$, qual a temperatura do refrigerante? O que está ocorrendo com a temperatura?

Fonte: Elaborado pela autora.

É oportuno destacar que, apesar da ênfase neste episódio ser dada ao uso do software *Modellus*, outras tecnologias também foram utilizadas ao longo do desenvolvimento das atividades.

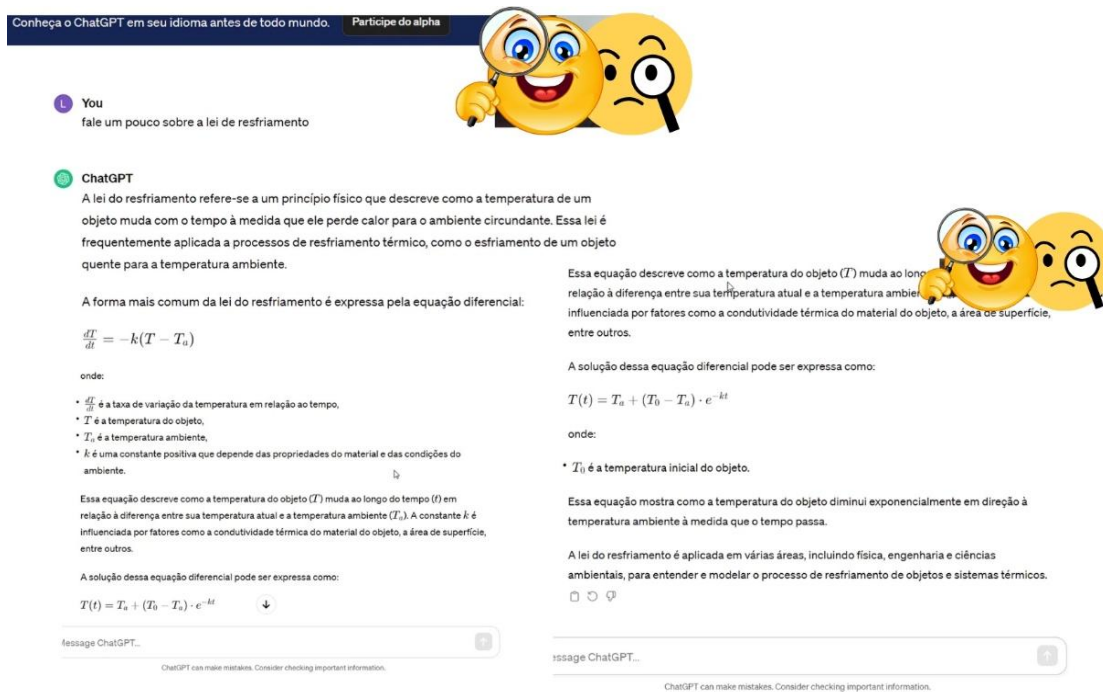
5.2.1 Equipe 01 (A1, A2 e A3)

A Equipe 01 iniciou a conversa com o ChatGPT, com a pergunta “fale um pouco sobre a lei de resfriamento”. No retorno do ChatGPT foi exibida brevemente informações gerais sobre esse princípio físico, tais como: a EDO que descreve o modelo e sua solução geral. Essa



interação é ilustrada na Figura 59, com recortes da resposta fornecida pelo ChatGPT à Equipe 01.

Figura 59 - Interação da Equipe 01 com o *ChatGPT* – Lei de Resfriamento



Conheça o ChatGPT em seu idioma antes de todo mundo. Participe do alpha

You
fale um pouco sobre a lei de resfriamento

ChatGPT
A lei do resfriamento refere-se a um princípio físico que descreve como a temperatura de um objeto muda com o tempo à medida que ele perde calor para o ambiente circundante. Essa lei é frequentemente aplicada a processos de resfriamento térmico, como o esfriamento de um objeto quente para a temperatura ambiente.

A forma mais comum da lei do resfriamento é expressa pela equação diferencial:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a)$$

onde:

- $\frac{dT}{dt}$ é a taxa de variação da temperatura em relação ao tempo,
- T é a temperatura do objeto,
- T_a é a temperatura ambiente,
- k é uma constante positiva que depende das propriedades do material e das condições do ambiente.

Essa equação descreve como a temperatura do objeto (T) muda ao longo do tempo (t) em relação à diferença entre sua temperatura atual e a temperatura ambiente (T_a). A constante k é influenciada por fatores como a condutividade térmica do material do objeto, a área de superfície, entre outros.

A solução dessa equação diferencial pode ser expressa como:

$$T(t) = T_a + (T_0 - T_a) \cdot e^{-kt}$$

onde:

- T_0 é a temperatura inicial do objeto.

Essa equação mostra como a temperatura do objeto diminui exponencialmente em direção à temperatura ambiente à medida que o tempo passa.

A lei do resfriamento é aplicada em várias áreas, incluindo física, engenharia e ciências ambientais, para entender e modelar o processo de resfriamento de objetos e sistemas térmicos.

Fonte: Dados da Pesquisa, 2024.

Após a leitura das informações, A2 começava a questionar as mudanças que poderiam acontecer ao alterar o valor de k . Além disso, o termo “resfriamento” incluído nessa lei, despertou a curiosidade do estudante, e mais especificamente, se havia um modelo aplicável a situações de “aquecimento”, conforme segue no diálogo 31.

Diálogo 31 (01.03.2024)

A2: O chat tá indicando que essa constante é influenciada por fatores como a condutividade térmica do material do objeto, a área de superfície e outros.

A1: Mas já foi dado o valor dessa constante, não?

A2: Sim eu sei. Mas se a gente mudar essa constante, a gente tem que observar o que acontece. E se o objeto tiver gelado? A3 digita aí como seria esse modelo para um objeto gelado [nessa ocasião A3 começa a digitar a pergunta ao ChatGPT].

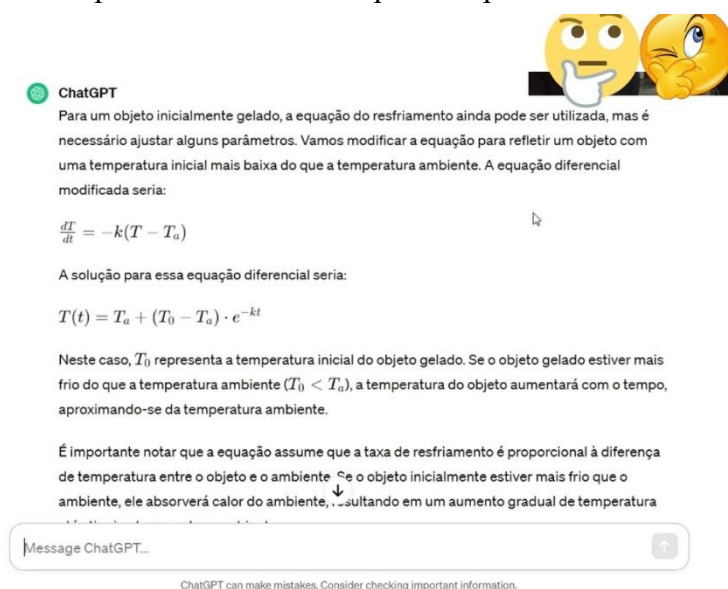
Nesse diálogo é possível perceber que, de um lado A2 manifestava interesse pela constante de proporcionalidade k e suas implicações no comportamento da solução da EDO quando ela fosse modificada; do outro lado, A1 entendia que não havia necessidade de perguntar para a IA informações adicionais sobre aquele parâmetro, já que o valor da constante estava previamente definido na tarefa. Nas falas do diálogo 31, havia indicativos de que A2 desejava questionar os ‘porquês da matemática’ e outros fatores que não estavam



explicitamente dispostos no enunciado (o mesmo modelo funciona para aquecimento?), enquanto para A1 isso não lhe parecia relevante.

O fato das perspectivas de os estudantes serem distintas e entrarem em choque no início da atividade, indicava o surgimento de possíveis tensões. Para Ferreira *et al.* (2022), as manifestações e pontos de vistas contrários dentro de um mesmo sistema, permitem identificar a existência ou não de tensões em um sistema de atividades. A Figura 60 retrata a resposta do ChatGPT para o questionamento feito por A2 ao final do diálogo 31.

Figura 60 - Resposta do *ChatGPT* - aplicável para resfriamento e aquecimento



Fonte: Dados da Pesquisa, 2024.

É oportuno esclarecer que embora na Figura 60, o ChatGPT mencionou que a EDO é modificada, isso de fato não acontece, basta compararmos com o modelo fornecido na Figura 59. Esse tipo de informação poderia ter levado a equipe a uma confusão conceitual sobre essa lei Física, pois o modelo descrito pela EDO de 1ª ordem é usado tanto para resfriamento quanto para aquecimento, o que muda na verdade, são as condições em que isso ocorre. A esse respeito, Pscheidt (2024) pondera que mesmo que as respostas do ChatGPT pareçam corretas é fundamental que as informações geradas sejam questionadas e avaliadas criticamente.

Retomando as considerações sobre a lei de resfriamento, no caso em que a temperatura do objeto está mais quente que a temperatura ambiente ($T_0 > T_m$), a diferença entre elas será positiva ($T_0 - T_m > 0$), o que implica:

$$\frac{dT}{dt} = -k \underbrace{(T_0 - T_m)}_{>0} \rightarrow \frac{dT}{dt} < 0$$



logo a temperatura do objeto diminui e consequentemente o objeto resfriará. Já no caso em que a temperatura ambiente é maior que a temperatura inicial do objeto ($T_0 < T_m$), a diferença entre elas será negativa ($T_0 - T_m < 0$), o que implica:

$$\frac{dT}{dt} = -k \underbrace{(T_0 - T_m)}_{<0} \rightarrow \frac{dT}{dt} > 0$$

assim, a temperatura do objeto aumenta e consequentemente o objeto aquecerá. Na expressão fornecida pelo ChatGPT a temperatura inicial T_0 é denotada apenas por T .

Nas entrelinhas da resposta da IA essa explicação é fornecida, mas a meu ver, sem tanta clareza. As discussões acerca desse ponto são destacadas no diálogo 32.

Diálogo 32 (01.03.2024)

A2: Olha só, aqui continua a mesma coisa! [...] por que isso? [...] ele resolve isso aqui [A2 aponta para o modelo] e ele diz que a solução é essa.

A1: É porque na hora que a gente resolve vai aparecer esse termo e^{-kt} [...].

A2: Pelo que eu entendi, não importa [...], essa equação vai ser a mesma tanto pra frio ou quente, o que vai mudar é que se o objeto estiver gelado [...] ele já vai pegar uma temperatura menos alguma coisa, vai mudar o sinal. Nós concluímos que a constante k , assim como o chat falou, que ela vai variar de acordo com as propriedades do objeto. Outra conclusão é que a equação é geral, que serve tanto para o quente como para o frio, isso vai influenciar lá no sinal, acho que basicamente é isso.

A3: Depende das condições do ambiente [A1 reinicia a leitura da resposta do ChatGPT].

A2: Vamos pro próximo item.

A1: Deixa só eu acabar de ler [depois de algum tempo]. É isso mesmo, esse modelo serve pra resfriamento e aquecimento.

A2: Tudo bem.

Esse trecho dá pistas de uma contradição primária que é vivenciada por meio de um conflito interno em A2. De acordo com Miettinen (2009, p. 162, tradução nossa) a contradição primária se conecta a um “estado de necessidade”, que aqui se revela na tentativa de A2 em encontrar uma justificativa plausível para o porquê do modelo ser replicável para resfriar e aquecer objetos, pois aparentemente, sua expectativa era se deparar com um modelo diferente, percebida nos trechos “olha só, aqui continua a mesma coisa [...] por que isso?” e “pelo que eu entendi, não importa”. Em outras palavras, A2 se encontrava em um estado de crise, uma vez que para ele, quente e frio são condições opostas e o modelo fornecido atendia ambos os processos.

Havia um esforço de A2 em conciliar essa ideia conflitante. O estudante associou sem tanto convencimento, que a condição quente/gelado influenciaria no sinal, como quando afirmou “se o objeto estiver gelado [...] ele já vai pegar uma temperatura menos alguma coisa, vai mudar o sinal”. Desse modo, A2 se apoiou nessa interpretação para aceitar o modelo dado pelo ChatGPT, o que também foi concordado por A1.



No final do diálogo 32, enquanto A2 sugeria ir para o próximo item, A1 indicava a necessidade de concluir a leitura para depois prosseguir. Somente após A1 declarar sua percepção e concordância sobre o que foi discutido, é que a equipe seguiu com a atividade. Esse movimento sugere que a organização do trabalho da Equipe 01 se encaminhava para a colaboração entre os estudantes, o que foi constatado no decorrer do desenvolvimento das atividades.

Logo após, a Equipe 01 abriu o *Modellus* e inseriu as condições dadas no Quadro 5. Nessa ocasião, os estudantes enfrentavam dúvidas sobre quais campos selecionar para visualização no gráfico e na tabela, e isto fez com que A2 e A3 alternassem o manuseio do computador. Conforme os estudantes mexiam no *Modellus*, mais confiança eles sentiam para analisar o que era proposto. O diálogo 33 exhibe o percurso da Equipe 01 na busca pelo instante em que o bolo atinge a temperatura de 33°C .

Diálogo 33 (01.03.2024)

A3: Aqui na tabela tem o t pequeno e o T grande.

A2: Calma aí, o t pequeno é o tempo, o T grande que é a temperatura [...] agora vai em variável independente.

A3: Já tá 60 [em referência ao valor máximo]

A2: Vamos ler de novo. Bora fazer só um caso.

A3: Eu não tô enxergando nada nessa tabela.

A2: Bora olhar aqui no gráfico. Tem que arrastar o t pequeno.

A1: Aqui é o tempo e o T grande é a temperatura.

A3: É quantos graus mesmo?

A1: 33°

A3: Mas não chega em 33.

A2: Chega. Vai mais um pouquinho [expandindo o eixo t]. É mais ou menos aí. O tempo é 19.5. Agora a gente confere aqui oh [aponta para a tabela]

A1: A temperatura é 33.04.

A2: Reseta. Vai lá na tabela e deixa só o caso 2. Agora vai, eu acho que agora a gente vai conseguir ver melhor os dados certinho.

A1: Não aparece o 33 certinho. Só aparece bem próximo, mas não 33.

A3: Aparece 33.04

A2: Eu acho que tem que aumentar aqui de 1 em 1 [ao tabelar passos]. Coloca aí 0.5

A3: Não tá indo não.

A2: Tem que ser ponto.

A3: Mas eu coloquei o ponto.

A2: Volta lá. Tem que ver no 19.4 [se referindo ao tempo]

A1: No gráfico é mais fácil de visualizar.

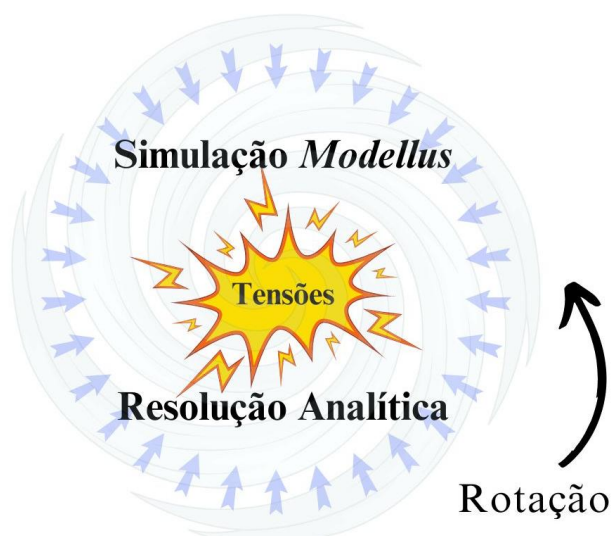
A2: Sim, mas coloca que é aproximadamente. Bora resolver a EDO analiticamente.

No diálogo 33 há indicativos de um provável conflito, marcado por expressões de negação proferidas por A1 e A3, que argumentavam que a temperatura não chegava a 33°C , enquanto A2 afirmava que chegava e aquilo era apenas questão de melhorar a visualização dos dados na tabela e no gráfico. Esse conflito é resolvido parcialmente, após várias tentativas da Equipe 01 em ajustar esses componentes. O parcialmente está associado a concordância, com ressalvas de A2 em relação à resposta $t = 19.5$ minutos.



A ponderação de A2 ao final do diálogo “sim, mas” seguido de “bora resolver a EDO analiticamente”, suscitava a existência de um dilema, apesar de que na tarefa foi solicitado a verificação da compatibilidade ou não das respostas, A2 enfrentava uma contradição interna em aceitar os resultados obtidos na simulação sem antes resolver analiticamente a EDO. Essa tensão também dava pistas de que um miniciclone estava em formação com o movimento de rotação, já que o uso do *Modellus* estava desestabilizando o padrão de produção matemática daquela equipe, como segue representado na Figura 61.

Figura 61 - Representação do movimento de rotação do miniciclone em formação

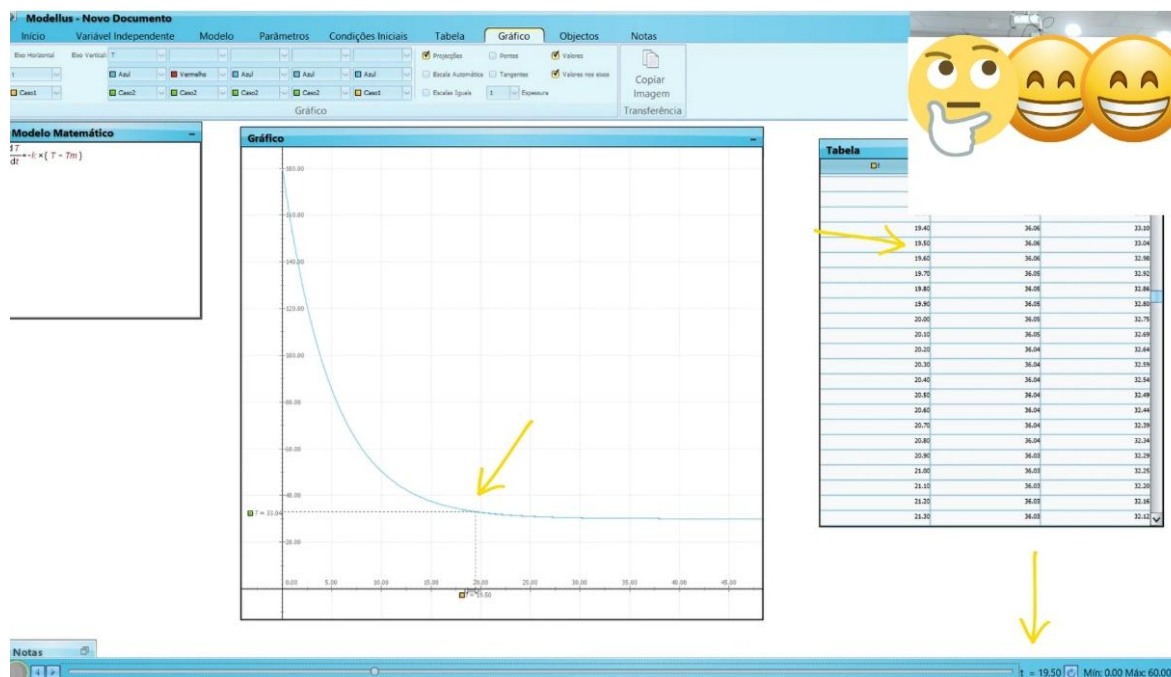


Fonte: Elaborado pela autora.

A formação do miniciclone fica evidenciada com os questionamentos dos estudantes sobre o instante de tempo em que a temperatura alcança os 33°C . Isso ocorreu devido os dados da simulação mostrarem que no instante $t = 19.5$ minutos a temperatura era de 33.04°C e no instante $t = 19.6$ minutos esse valor era de 32.98°C . Ao que tudo indica, os estudantes esperavam visualizar exatamente os 33°C na tabela e no gráfico, mas se depararam com um valor aproximado. Os trechos “mas não chega em 33”, “chega” e “não aparece o 33 certinho, só aparece bem próximo” realçam esse momento de expectativa e realidade prática. Mais adiante, o miniciclone ganhou força, pois a resposta encontrada analiticamente pela equipe divergia da fornecida pelo *Modellus*. A Figura 62 exhibe a simulação feita pela Equipe 01.



Figura 62 - Simulação do instante em que o bolo atinge 33°C – Equipe 01



Fonte: Dados da Pesquisa, 2024.

Apesar de A1 e A3 estarem praticamente convencidos de que a resposta era $t = 19.5$ minutos, A2 não hesitou em sugerir que a equipe comesse a resolver analiticamente a EDO. Essa passagem é discorrida no diálogo 34.

Diálogo 34 (01.03.2024)

A1: Pega lá o modelo [A1 começa a escrever em uma folha de papel]. T_0 é a temperatura ambiente né.

A3: É a temperatura inicial [enquanto A2 utiliza a fórmula da solução geral dada pelo ChatGPT, A1 tenta a resolução por variáveis separáveis].

A2: Calma aí [retorna ao ChatGPT]. Vamos conferir.

A1: Olha aqui, vai ser a temperatura inicial menos a temperatura do ambiente.

A2: Quando o bolo sai lá do forno essa é a temperatura inicial, que é 180°.

A1: Então é 180 menos 30.

A2: Resolve aí, vamos ver se chega lá [depois de alguns minutos]

A1: Pega aí a calculadora [A3 utiliza a calculadora do celular para os cálculos]. O resultado ficou diferente.

A2: [...] volta lá no chat por favor. Aqui do jeito que tu calculou, tu substituiu por 0.2.

A1: O k é 0.2.

A2: E esse 147?

A1: É daqui a diferença, que depois passa dividindo.

A2: Beleza, olha só o T_a ele [chat] diz que é o que?

A1: É a temperatura ambiente.

A2: A temperatura ambiente, beleza. Então é como se fosse $T(t) = 30$ mais [não completa]

A1: A diferença da temperatura.

A2: Tá. $T(t) = 30$ mais a diferença de temperatura vezes e^{-kt} . Quando tu resolve aqui e^{-kt+c} , por que tu chamou ele e^c de A? [depois de um tempo observando] aqui que tá o problema, bem aqui oh, esse A a gente chamou e^c , só que não tem como. Tu tá dizendo que esse A é a diferença de temperatura, porque mesmo que a gente chame A de e^c , a gente precisa calcular esse c. Basicamente o que tu fez é dizer que isso é



A é a diferença de temperatura, que a gente sabe que é baseado nisso aqui [fórmula da solução geral da EDO], mas não sabe como e nem porquê.

A3: Tu simplesmente tá dizendo que o A é a diferença de temperatura.

A2: Na verdade eu acho que a gente tem que encontrar esse c e calcular a exponencial. É isso que eu estou pensando, pode ver aqui, eu tentei fazer aqui, mas eu chego na mesma conclusão que tu oh, eu preciso calcular um c pra dizer que ele é K_1 . A gente já sabe onde tem que chegar, mas não tá acertando.

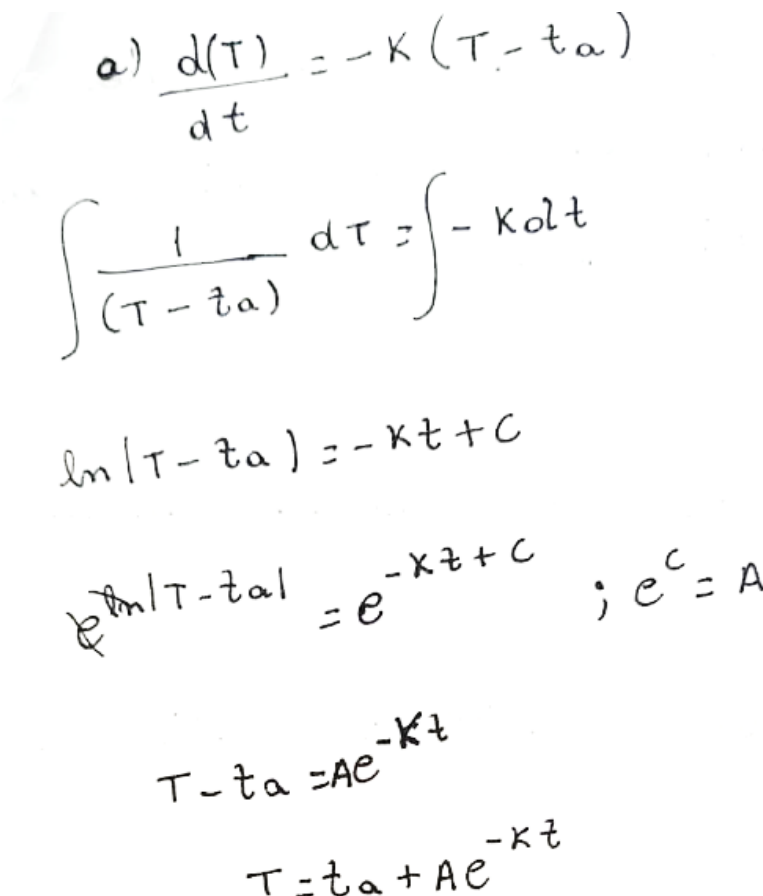
A1: Mas o nosso deu errado também porque a gente colocou 30 e é 33 [em relação a temperatura ambiente].

A2: Mas é 33, tá aqui oh é 33° [observa no *Modellus*]. Ah não, é verdade é 30° mesmo, mas ainda assim, vai continuar com esse problema, de o A ser alguém. Lembra que a gente estudou com ela [em referência as aulas teóricas] que é preciso substituir $T(t)$. Nosso problema tá aqui.

A3: No e^c .

Nas entrelinhas do diálogo 34, é possível perceber que A2 utilizava diretamente a expressão da solução da EDO exibida na Figura 59, enquanto A1 tentava resolver pelo método de variáveis separáveis. As dúvidas e as discordâncias entre os estudantes se concentravam na determinação da constante A e dos valores a serem substituídos na expressão do modelo. Parte da resolução dessa equipe, compartilhada durante a socialização é apresentada na Figura 63.

Figura 63 - Resolução da Equipe 01



$$a) \frac{d(T)}{dt} = -K(T - t_a)$$

$$\int \frac{1}{(T - t_a)} dT = \int -K dt$$

$$\ln|T - t_a| = -Kt + C$$

$$|T - t_a| = e^{-Kt + C} ; e^C = A$$

$$T - t_a = Ae^{-Kt}$$

$$T = t_a + Ae^{-Kt}$$

Fonte: Dados da Pesquisa, 2024.



Na Figura 63, o termo A equivale à diferença entre a temperatura inicial do objeto e a temperatura ambiente disposta na expressão da solução exibida pelo ChatGPT na Figura 59. No diálogo 34, é possível perceber que A1 tinha essa compreensão, contudo, os demais colegas ponderavam que apesar daquela conjectura fazer sentido, era necessário determinar o valor de c. Para eles, o cálculo daquela constante poderia ajudá-los a chegar no mesmo resultado da simulação. O comentário “nosso problema tá aqui” reforça esse sentimento.

As colocações de A2 “a gente sabe que é baseado nisso aqui [...], mas não sabe como e nem porquê” e “a gente já sabe onde tem que chegar, mas não tá acertando” revelam indícios de um provável conflito crítico. Esse tipo de manifestação discursiva envolve situações de incompreensibilidade em que o indivíduo se sente violado e/ou maltratado (Engeström; Sannino, 2011). A Equipe 01 sabia que o valor de A era a diferença de temperaturas, porém não conseguiam justificar matematicamente o porquê, o que gerou certa frustração.

A tensão entre “saber que é” e “não entender o porquê” somado a divergência entre os resultados, anunciava que o miniciclone estava evoluindo, alimentado pelas tensões emergentes. O diálogo 35 traz a continuidade das discussões.

Diálogo 35 (01.03.2024)

A3: Mas como que a gente chega lá nesse resultado? E se a gente pedir pro chat detalhar isso aí?

A2: Talvez ele detalhe, mas aí eu acho que a gente estaria burlando, porque a gente não conseguiu resolver, e é pra resolver analiticamente.

A3: Ah tá, tudo bem.

A2: Vê logo lá com a professora.

A1: Vamos pensar mais um pouco [depois de alguns minutos].

A2: Vamos fazer junto [...]

A3: Vamos conseguir sim.

A1: Resolver separáveis né.

A2: Você tem o T inicial e o T final [se referindo a temperatura, nesse momento a estudante retorna]

A1: Vou resolver separáveis.

A2: Resolve aqui [em referência à expressão da solução $T(t) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt}$ dada pela IA], é a mesma coisa [...] [A3 balança a cabeça em concordância].

A1: Tá bom.

A2: T_a é a temperatura ambiente e T_0 é a inicial, que é 180 [A1 substitui o tempo encontrado na simulação $t=19,5$ na fórmula] [...] já não vai dar também, o resultado que a gente quer chegar é 19 vírgula alguma coisa, lembra.

A3: Mas se a gente quer chegar em 19, a gente não tem que substituir aqui.

A2: Pois é, pensei nisso agorinha também.

A3: A gente teria que isolar o t.

A1: Agora vai [risos] [A1 continua a calcular no papel, enquanto A3 utiliza a calculadora do celular] [...] agora chegou.

A2: E usando a solução geral. Diz pra professora que a gente não conseguiu resolver analiticamente, só usando essa fórmula [em referência à $T(t) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt}$]. Eu acho que tá certo.

No diálogo 35 a inquietação de A3 verbalizada nos trechos “mas como que a gente chega lá nesse resultado?” e “e se a gente pedir pro chat” revelavam a existência de um dilema.



Segundo Deodato *et al.* (2022, p. 181), algumas tensões surgem “em situações em que os sujeitos precisam ponderar sobre suas ações, porque uma mesma ação é interpretada como adequada (para alguns) e inadequada (por outros)”. Com essa compreensão, apesar de A2 também se mostrar angustiado e reconhecer que o ChatGPT poderia resolver a questão, ele argumentou com A3 que aquilo parecia não ser o correto a fazer, o que foi concordado pelos colegas. Somado a isso, A1 frisou que a equipe precisava pensar um pouco mais.

As diferentes tecnologias – papel e lápis, simulação no *Modellus*, expressão da solução fornecida pelo ChatGPT, levaram essa equipe a questionar, testar, analisar e reavaliar, várias vezes, suas resoluções. Esses movimentos apontam que os estudantes estavam pensando-com-lápis-e-papel-*Modellus*-ChatGPT.

A divergência entre A2 e A1 quanto aos métodos de resolução empregados sugeria a existência de um conflito, uma vez que A1 demonstrava mais confiança em usar o método de variáveis separáveis, do que optar pela solução genérica dada pela IA. Esse conflito foi neutralizado quando A1 acatou a opinião de A2 e passou a usar a fórmula exibida no ChatGPT.

Importa destacar que o trabalho colaborativo dessa equipe contribuiu para a não estagnação do miniclon, já que os estudantes enfrentavam dificuldades, porém continuavam dispostos para superá-las e comprometidos com a atividade. As manifestações “vamos resolver juntos” e “vamos conseguir sim” reforçam o trabalho coletivo sendo delineado entre estudantes e tecnologias para alcançar um bom resultado. Somente quando os estudantes estavam todos envolvidos no mesmo processo de resolução é que a equipe chegou à resposta esperada.

O final do diálogo 35 coloca em evidência um possível conflito crítico, mais especificamente, quando A2 externaliza “diz pra professora que a gente não conseguiu resolver analiticamente, só usando essa fórmula”. A tensão despontou entre o desejo de resolver a EDO por um método analítico e o que foi possível fazer.

A Equipe 01 prosseguiu com as discussões, agora, na busca de interpretar o que ocorre com a taxa de variação da temperatura quando a constante de proporcionalidade k é alterada, conforme disposto no diálogo 36.

Diálogo 36 (01.03.2024)

A2: Quando ele é menor que 0.2, ela não desce tanto, ela não diminui tanto a temperatura [...] e quando for maior aqueceu bem mais [...]. Olha se tu comparar nesse tempo aqui oh [...] quanto mais alto o k , ele aquece mais rápido. Vamos comparar no mesmo tempo pra todos?

A3: Bora, é melhor mesmo, mas deixa só eu abrir mais esse eixo [A3 mexe no eixo t]

A2: Esse primeiro aqui tá batendo 30.12 [o tempo considerado é $t=23.9$ e a curva é a de cor vermelha]. Na verdade, a gente tá fazendo a análise errada, ele foi diminuindo mas a temperatura tá mais alta 43° , ele não resfriou o bastante [curva na cor roxa].

A3: Sim, porque ele não faz a troca muito rápida para a temperatura ambiente.



A2: Pois é, ele não resfriou o bastante, no mesmo tempo desses daqui oh, esse aqui por exemplo ficou com 31.26 no nosso k normal [em referência ao $k=0.2$] e o outro quando a gente aumentou o k ele esfriou mais rápido com 30.12 [curva na cor vermelha], no mesmo instante comparando todos eles.

A3: Hum rum, comparando todos de uma vez.

A2: Aquele que é menor que 0.2 ele tava com uma temperatura mais elevada.

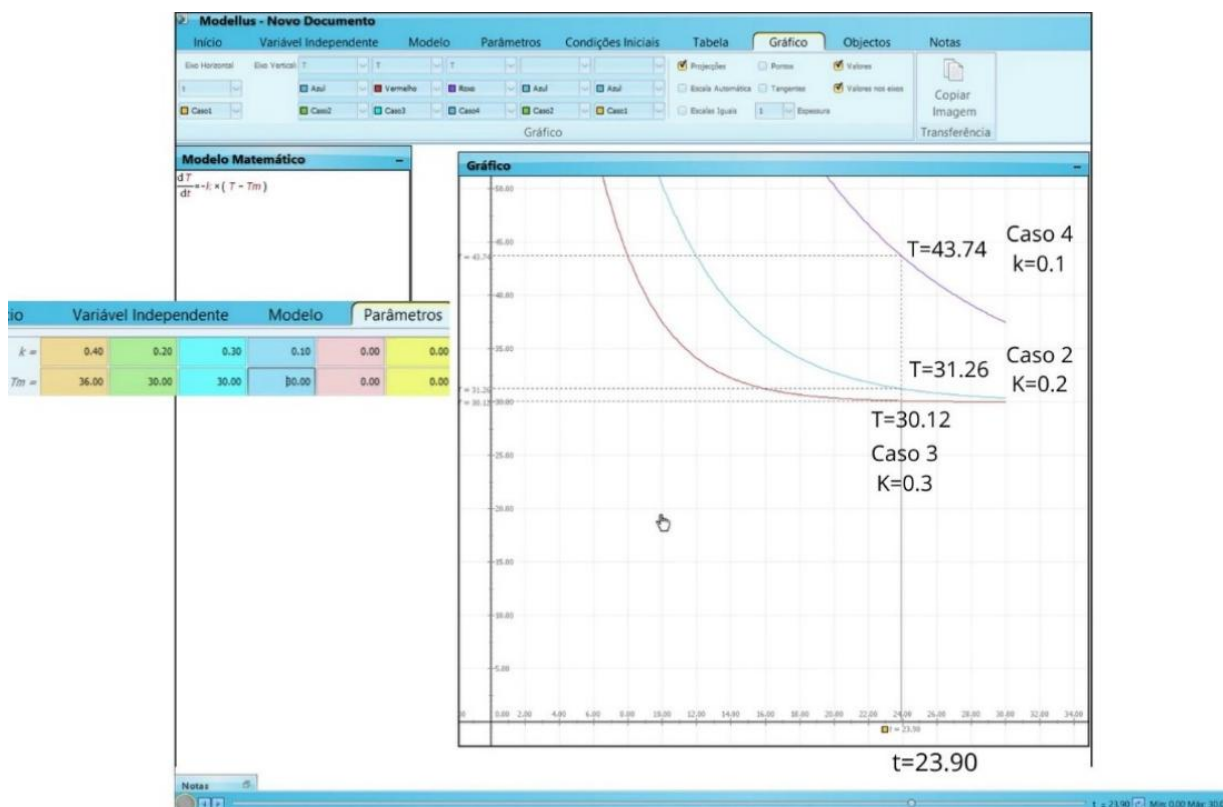
A3: Agora vamos aumentar o tempo pra ver se ele chega à temperatura ambiente, a partir de que tempo, dá pra olhar na tabela [enquanto isso A1 tentava resolver analiticamente a EDO por variáveis separáveis]. Não precisa mais resolver, vamos interpretar.

A1: Eu sei, mas precisa resolver analiticamente também [...].

A3: A gente já analisou [em referência às discussões entre A2 e A3] [...]

Para contextualizar o diálogo 36, a Figura 64 exibe a representação gráfica da simulação realizada pela Equipe 01. Os destaques com as informações ao lado de cada curva foram inseridos para uma melhor compreensão e visualização de cada caso.

Figura 64 - Simulação da Equipe 01 em relação a constante de proporcionalidade



Fonte: Dados da Pesquisa, 2024.

A princípio, as interpretações da Equipe 01 sobre a constante de proporcionalidade k são confusas, pois apresentavam ideias conflitantes nas falas. Ao mesmo tempo que A2 argumentava que quando a constante é menor, a temperatura “não diminui tanto”, ele afirmava que assumir um valor maior para k , o objeto “aquece mais rápido”. Na verdade, nesse último caso, o objeto resfria mais rápido.



Aparentemente, na proporção em que os estudantes exploravam o ambiente de simulação, maior clareza eles tinham sobre as implicações da mudança dessa constante ($k = 0.2$, $k < 0.2$ e $k > 0.2$) em relação à velocidade com que ocorria a troca de calor entre o objeto e o ambiente, no mesmo instante de tempo t . Essas ações sinalizavam que o processo de moldagem recíproca estava em curso, pois os estudantes modificavam suas interpretações de acordo com as simulações no gráfico e na tabela.

Outro fato importante é que A3 notou que A1 persistia na resolução analítica da EDO pelo método de variáveis separáveis. Diante daquela situação, A3 argumentou que não havia necessidade de resolver analiticamente e sugeriu que conjuntamente a equipe interpretasse os demais itens. Esse momento poderia configurar uma tensão entre os participantes, pois A2 e A3 não estavam abertos para negociar com A1 o uso de outro método de resolução.

Em A3 aflorava o “desejo de romper com um padrão de produção Matemática relativamente estável” (Souto, 2016, p. 187), que ali, representava a forma de resolver a questão de um modo diferente do que eles estavam acostumados. Havia indícios, portanto, de que o miniciclone estava progredindo. O próximo diálogo dá continuidade às interpretações da equipe sobre a constante k , e na sequência, a Figura 65 apresenta a tabela obtida na simulação.

Diálogo 37 (01.03.2024)

A2: O caso 4 é lilás e o parâmetro é menor 0.1. O que a gente discutiu, percebeu que [...] se a gente comparar aqui mais ou menos a temperatura oh, por exemplo, no 0.1 no mesmo instante de tempo tudinho, ela resfriou menos oh 39.49, tipo no mesmo tempo ela custou mais pra esfriar. A de 30.6 é a normal [em referência ao parâmetro $k=0.2$] e quando a gente aumentou pra 0.3, ela esfriou um pouquinho mais rápido, entendeu? Essa foi a diferença. A confusão nossa no início é que quando aumenta o valor do k , ela esfria mais rápido, neste caso.

A1: Ela atinge a temperatura ambiente mais rápido então.

A2: É, ela chegou mais próximo a temperatura ambiente mais rápido, e quando a gente diminui, vamos dizer que ela ficou mais longe da temperatura ambiente considerando o mesmo instante de tempo pra cada um.

A3: Coloca assim, que quando k é maior essa mudança é mais rápida e quando é menor essa troca vai ser mais lenta.

A1: Quando $k < 0.2$ a mudança de temperatura para a ambiente ela é mais [não completa]

A2: Ocorre de forma mais lenta.

A3: Esse k aí, o que seria hein?

A1: É como se fosse a variação tipo do do [...] coeficiente angular [A2 alterna para o ChatGPT] [...] olha aqui mano, a constante k é positiva e é influenciada por fatores como a condutividade térmica, área da superfície entre outros.

A3: Entendi, ela se altera conforme essas condições.



Figura 65 - Tabela do *Modellus* com informações sobre tempo e temperatura


Tabela			
t			
23.40			
23.70			
24.00			
24.30	31.16	30.10	43.21
24.60	31.09	30.09	42.82
24.90	31.03	30.09	42.44
25.20	30.97	30.08	42.07
25.50	30.91	30.07	41.71
25.80	30.86	30.07	41.37
26.10	30.81	30.06	41.03
26.40	30.76	30.05	40.70
26.70	30.72	30.05	40.39
27.00	30.68	30.05	40.08
27.30	Caso 2 30.64	Caso 3 30.04	Caso 4 39.78
27.60	K=0.2 30.60	k=0.3 30.04	k=0.1 39.49
27.90	30.57	30.03	39.21

Fonte: Dados da Pesquisa, 2024.

A compreensão das informações obtidas na visualização gráfica foi consolidada com a interpretação dos dados dispostos na tabela da Figura 65. Na análise do gráfico, por exemplo, os estudantes consideraram o mesmo tempo $t = 23.9$, aplicado para valores diferentes de k (igual, menor e maior que 0.2), e isto resultou nas temperaturas de $31,26^\circ \text{C}$; $43,74^\circ \text{C}$ e $30,12^\circ \text{C}$, respectivamente. A conjectura formulada pela equipe então, foi de que quanto maior o valor de k , mais rápida é a troca de calor da temperatura do objeto para a temperatura ambiente (os demais parâmetros permaneciam inalterados). Já na tabela, ao analisarem o instante de tempo $t = 27.6$, sob as mesmas condições, os estudantes verificaram que o resultado era análogo. Com isso, a conjectura da equipe foi validada.

Essas constatações apontavam que a moldagem recíproca acontecia e em meio a ela o movimento de rotação do miniciclone. Isto porque, o pensar-com-*Modellus* influenciou o raciocínio dos estudantes, que se fundia em reorganizações das ideias matemáticas, sobretudo com as conexões feitas nos diferentes modos de representação desse *software*.

Borba e Villarreal (2005, p. 78, tradução nossa) afirmam que “[...] parte da reorganização do pensamento se relaciona com as diferentes combinações de interfaces humanas e computacionais, onde cada um desses “atores” se constitui mutuamente”. Essa citação se aproxima do contexto vivenciado pela Equipe 01, onde o gráfico e a tabela exibidos no *Modellus* ampliaram as perspectivas de análise dos estudantes.

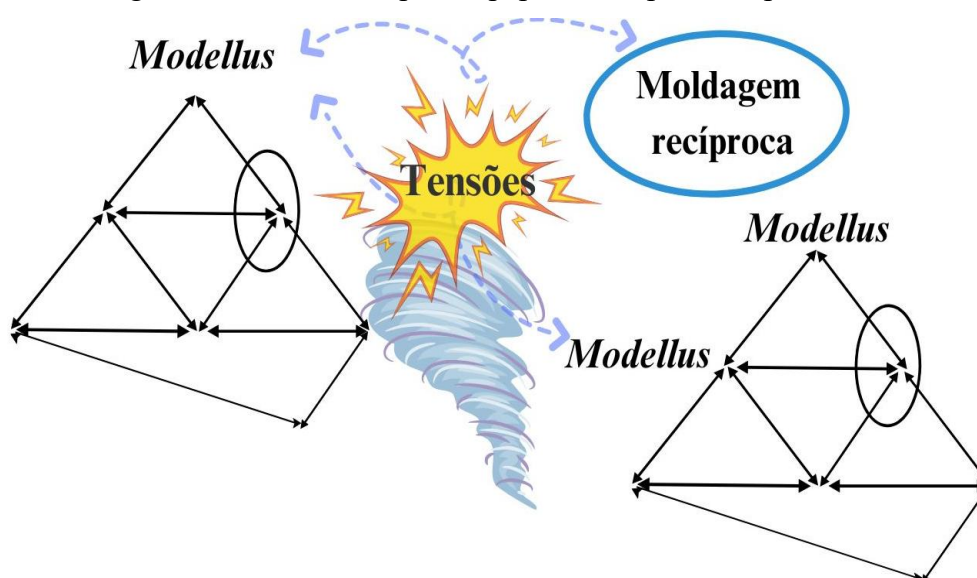
Sobre as rotações, Borba *et al.* (2023) descrevem que elas podem ser verificadas quando dentro do sistema de atividades ocorrem simulações, análise de conjecturas e moldagem



recíproca. Em minha leitura, percebo esse movimento a cada nova simulação feita pelos estudantes, onde os retornos do *Modellus* forneciam camadas adicionais para as interpretações da equipe, que logo eram incorporadas em suas análises.

As justificativas elaboradas também carregavam pistas de que o miniciclone se aproximava de seu final. Para Souto e Borba (2016, p. 21), a identificação do fim do miniciclone está relacionada a “busca por argumentações do ponto de vista matemático para a solução construída”, o que de modo semelhante estava acontecendo com a Equipe 01, posto que as conjecturas estavam continuamente sendo testadas e confirmadas. A Figura 66 exibe um possível duplo papel que o *Modellus* estaria desempenhando no sistema de atividades.

Figura 66 - Possível duplo do papel desempenhado pelo *Modellus*



Fonte: Elaborada pela autora.

A Figura 66 destaca o duplo papel que o *Modellus* poderia estar desempenhando, naquele instante, no sistema de atividades. Nele, o *software* ocupa o papel de artefato e sujeito. Me parece razoável considerar o *Modellus* atuando como sujeito, na medida em que seus retornos mobilizavam os estudantes a testar e validar as conjecturas no próprio *software*, o que lhe atribuía, de certa forma, poder de ação. Essa mídia participava da construção de conhecimento dessa equipe e provocava mudanças no pensamento matemático dos estudantes, sem necessariamente deixar de ocupar seu papel natural de artefato.

A esse respeito, Cunha (2023, p. 112) explica que um artefato tecnológico pode atuar como sujeito da atividade, quando eles manifestam “ações agentivas delegadas”. Aqui, os *feedbacks* dados pelo *Modellus* tiveram coparticipação nas ações dos participantes e em sua



aprendizagem. Na mesma direção, Lévy (2010b, p. 11) afirma que “os coletivos cosmopolitas compostos de indivíduos, instituições e técnicas não são somente meios ou ambientes para o pensamento, mas sim seus verdadeiros sujeitos”, isto é, o pensamento matemático ocorria nesse coletivo com o *Modellus*.

A coparticipação nas ações dos participantes, se torna mais evidente no diálogo 38, quando A3 externaliza o potencial desse *software* para outras situações de aprendizagem. As discussões no diálogo 38 também ocorreram em torno da mudança da temperatura inicial e suas implicações no comportamento da curva-solução da EDO.

Diálogo 38 (01.03.2024)

A3: Na letra c a gente vai manter o k e na verdade vamos mudar só a temperatura inicial [A2 insere novamente as informações no ambiente do *Modellus*]. Mano dava pra gente fazer essas simulações na aula de Física, nos experimentos.

A2: Mas a gente sabia?

A3: Não sabia desse negócio não, mas se eu soubesse [...]

A2: [...] bora lá [...] a temperatura inicial é diferente agora.

A3: A primeira é 180, a segunda é 160 e a terceira é 190° [...]

A2: Vou mexer no gráfico, caso 1 no parâmetro é laranja então vou colocar laranja aqui também, verde é o caso 2 verde aqui também e o caso 3 é o ciano e na tabela [...] vou colocar a mesma coisa [...] beleza eu acho que tá tudo certo [...]

A3: A gente tem que ver o que acontece nesses instantes.

A2: Bora olhar na tabela. Tá em 30 aqui no tempo. Eu acho que a gente fez só até 50 [risos] tem que aumentar até 60 pelo menos [...] tá vendo tava 50, como que ia chegar em 52 [risos]

A3: Mas vai ficar tudo igual.

A2: Vai ficar bem parecido. Caraca oh, igualzinho praticamente.

A3: Tá na mesma linha.

A2: Aqui na tabela bora ver o tempo 52 [...] oh a temperatura no caso 1 é 30, 30, 30 [...] é igual, não vai passar.

A1: Permanece.

A3: É porque já chegou [...] na temperatura ambiente [...] então nos outros instantes também vai ser a mesma coisa.

A2: Vamos só ver aqui na tabela oh, 52, 53 tá 30, no tempo de 54 tá 30 também.

A3: Chegou na temperatura ambiente ele não tem como diminuir [...].

A1: Então essa é a ideia? [...]

A2: Ele só vai mudar agora mano, se a temperatura ambiente mudar. Quando a gente muda a temperatura inicial vai ter um instante de tempo que eles vão atingir a mesma temperatura [...].

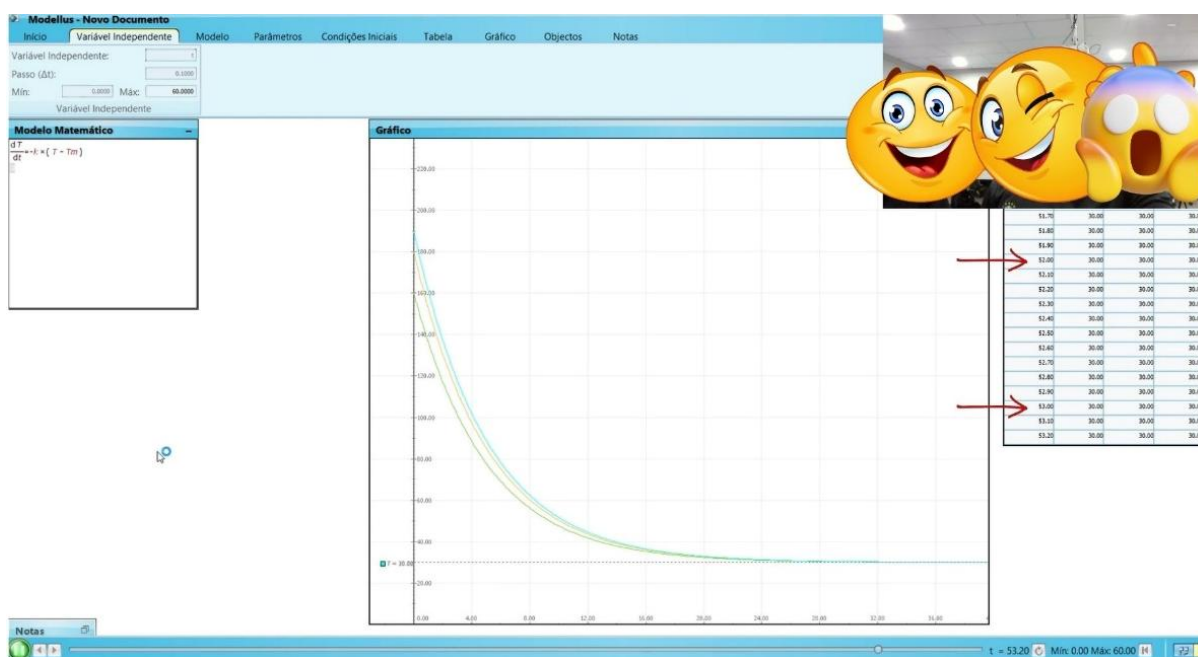
A3: A interpretação Física disso é que já alcançou a temperatura ambiente.

A fala de A3 no diálogo 38, indica a meu ver, o desejo do estudante em usar o *Modellus* previamente em outras componentes curriculares do curso, como citado no trecho “mano dava pra gente fazer essas simulações na aula de Física”. Essa passagem sugere um movimento de tomada de consciência do estudante, no tocante às possibilidades de pensar-com-*Modellus*, especialmente nas potencialidades que esse *software* poderia oferecer à compreensão dos experimentos, caso ele fosse incorporado nas práticas daquela disciplina. Mesmo com a ressalva de A2 de que eles não tinham contato com o *software*, A3 reafirma seu posicionamento, ao expressar “não sabia [...], mas se eu soubesse”.



À medida que o trabalho progride, os estudantes demonstravam mais segurança em lidar com o *Modellus*. Um exemplo disso é quando a Equipe 01 percebeu que os dados da tabela iam até $t = 30$, porém para observar os dados correspondentes aos instantes solicitados, era preciso ajustar o valor máximo na barra de *menu*, campo de variável independente. Quase que instantaneamente, A2 sabia o que e onde modificar, o que reafirma a ideia de os estudantes estarem mais à vontade em relação ao uso do *Modellus*. A Figura 67 traz a representação da simulação da Equipe 01 sobre o item c da tarefa.

Figura 67 - Simulação do item c no *Modellus* pela Equipe 01



Fonte: Dados da Pesquisa, 2024.

Ao analisar o gráfico da Figura 67, A3 observou que as curvas estavam “na mesma linha”, A2 por sua vez, se inclinava ao mesmo entendimento ao afirmar “igualzinho praticamente”. Embora essa explicação não esteja bem elaborada, ela se alinha à interpretação mais formal, de que quando os objetos atingem em conjunto a mesma temperatura ao longo do tempo, as curvas se aproximam assintoticamente da linha horizontal, que representa a temperatura ambiente, que no gráfico da Figura 67 é destacado por uma linha pontilhada.

Ao olhar os dados da tabela, os estudantes verificaram que nos instantes $t = 52$; $t = 53$ e $t = 54$, as temperaturas atingiam 30°C , que é a temperatura ambiente considerada naquele contexto. Com isso, os comentários “é igual, não vai passar” e “chegou na temperatura ambiente ele não tem como diminuir” proferidos por A2 e A3 respectivamente, foram adicionados às justificativas dos estudantes para a solução encontrada. Isso reforça que os *feedbacks* do *Modellus* provocaram reorganizações no pensamento da Equipe 01.



O diálogo 39 apresenta as interpretações da equipe para o item d, e a Figura 68 mostra o resultado da simulação em relação a este item.

Diálogo 39 (01.03.2024)

A2: Agora é o caso do refrigerante né. Eu resetei tudo [risos]

A3: Era só pra ter mudando [risos]

A2: Vamos começar de novo. O k é 0,2 né, a temperatura ambiente é 30° né.

A3: A temperatura do refri é 2° .

A2: Eu coloquei certo né mano?

A3: Colocou sim. Se perdeu mexendo no gráfico [risos]

A2: Tá aqui oh.

A1: Por que tá negativo nesse eixo [aponta para o eixo T]

A2: É porque aqui poderia ser temperatura negativa. Eu acho que tá certo.

A3: A temperatura 2° é quando ela tira o refrigerante da geladeira, daí ele vai chegar até 30° .

A2: Ela começa em 2° daí essa temperatura vai começar a subir até estabilizar na temperatura ambiente.

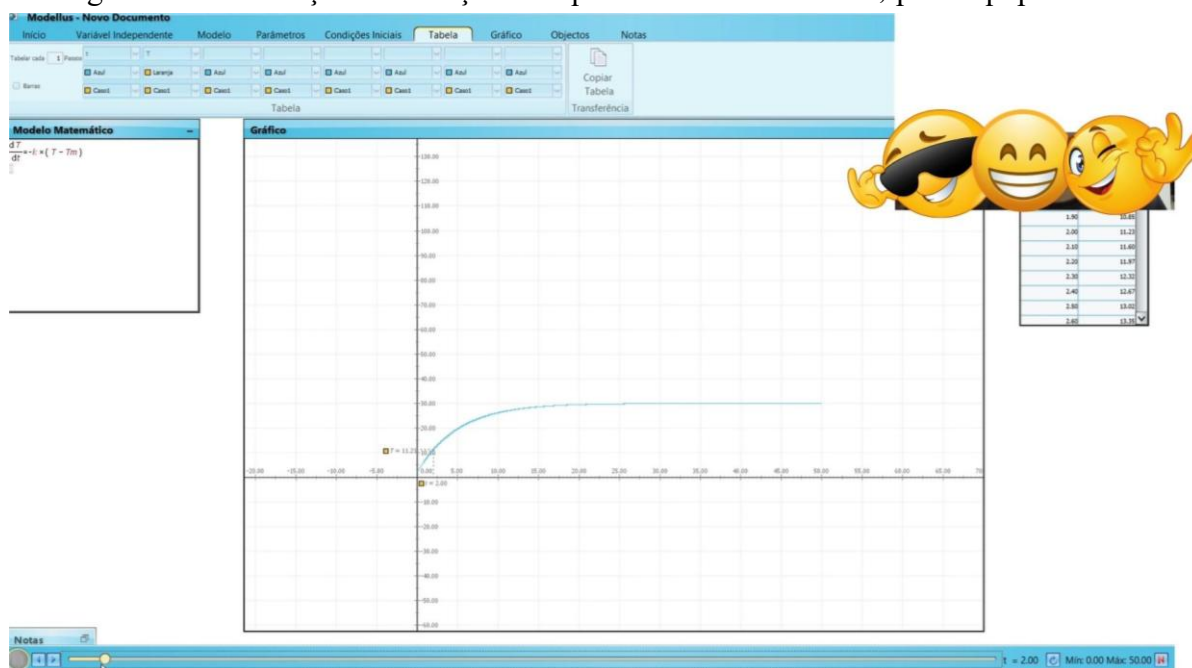
A1: Tá aquecendo. Olha a curva é diferente.

A3: Ela tá perguntando o que acontece no instante 2.

A2: Deixa eu olhar aqui [manuseia o cursor abaixo onde ele varia o tempo]. Olha aqui, a temperatura vai estar em $11,23^\circ$. Já vai estar mais quentinho o refrigerante [...].

A3: O que tá acontecendo então é que a temperatura está aumentando e aí ela chega no máximo até a temperatura ambiente.

Figura 68 – Simulação da situação de aquecimento no *Modellus*, pela Equipe 01



Fonte: Dados da Pesquisa, 2024.

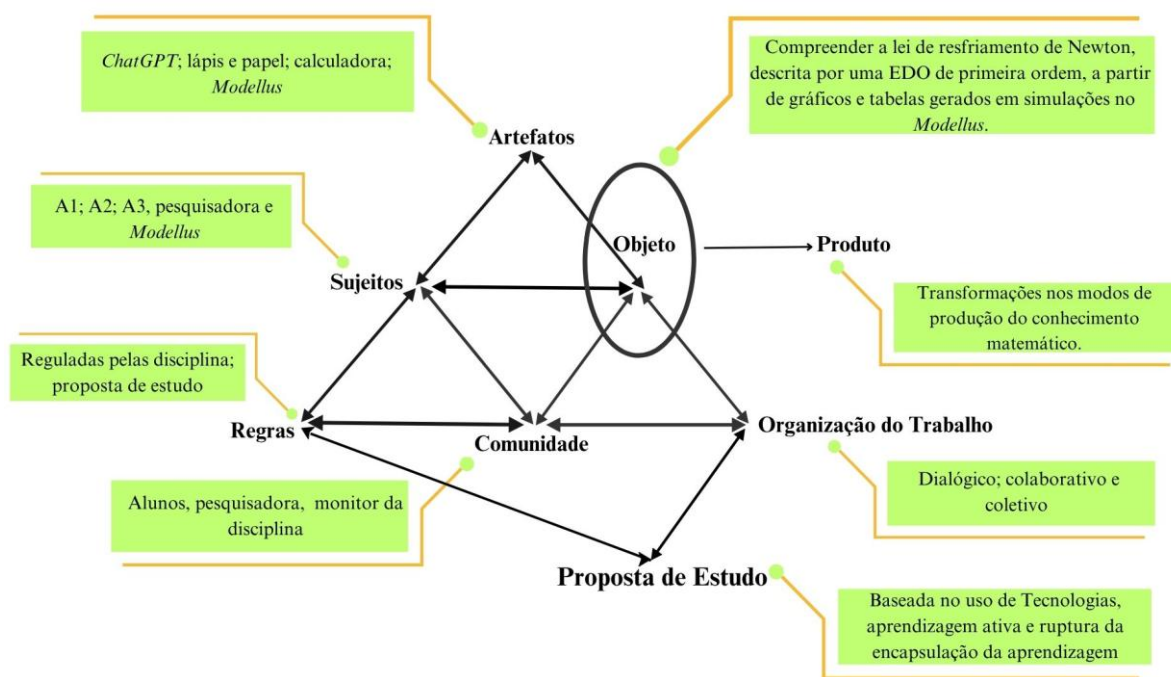
No diálogo 39, os estudantes perceberam que a temperatura do objeto (refrigerante) se encontrava em processo de aquecimento, situação oposta a observada no bolo, onde a temperatura do objeto resfriava. Apesar de não haver indícios explícitos de uma maior compreensão do porquê da aplicação do mesmo modelo para ambos os casos, tensão a princípio verificada no início da atividade, A1 conseguiu identificar que o comportamento da curva era



ligeiramente diferente das situações anteriores (ver Figura 67 e Figura 68). Enquanto no resfriamento ($T_0 > T_m$) a curva decrescia exponencialmente e se aproximava assintoticamente a T_m , no caso de aquecimento ($T_0 < T_m$) essa curva crescia exponencialmente e tendia assintoticamente a T_m .

Outro significado sobre essa situação que estava se consolidando, era de que a temperatura ambiente é o limite assintótico da função solução da EDO, como quando A2 externa “vai começar a subir até estabilizar na temperatura ambiente” ou quando A3 enuncia “a temperatura está aumentando e aí ela chega no máximo até a temperatura ambiente”. Com os argumentos elaborados e fundamentados, o miniciclone chegava ao seu final. Na Figura 69 é representado o sistema de atividade constituído da Equipe 01 nas interações com o *Modellus*.

Figura 69 - Sistema constituído – Equipe 01 - *Modellus*



Fonte: Elaborado pela autora.

O início desse episódio foi marcado por tensões, que emergiram com os pontos de vistas distintos dos estudantes. Enquanto um deles se mostrava entusiasmado com a proposta, um outro parecia estar disposto a fazer somente o que estava descrito na tarefa. Outro ponto a destacar se refere a organização do trabalho que se deu de modo colaborativo entre os estudantes. Em vários momentos, essa equipe verbalizou que juntos atingiriam sucesso na tarefa.

No que se refere as contradições internas, houve a ocorrência de uma contradição primária e a identificação de dois conflitos, dois conflitos críticos e um dilema. Essas tensões

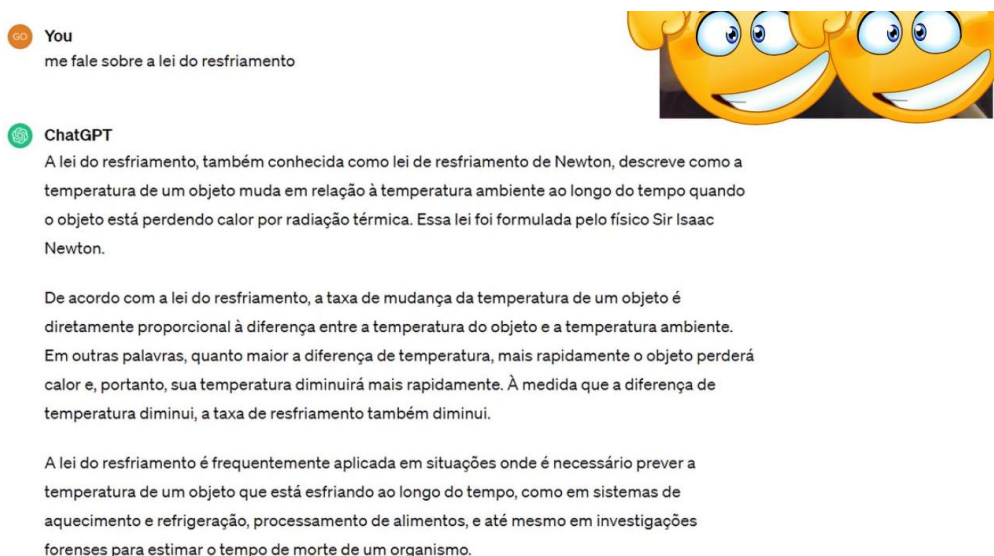


que aconteciam no processo de moldagem recíproca, culminaram na formação de um miniciclone de aprendizagem expansiva. Nele foi possível verificar o movimento de rotação e um duplo papel desempenhado pelo *Modellus*: o de artefato e sujeito.

5.2.2 Equipe 02 (A4 e A5)

A atividade iniciou com a consulta ao ChatGPT sobre a Lei de Resfriamento de Newton e na Figura 70 é exibido o *feedback* dado pelo ChatGPT à Equipe 02.

Figura 70 - *Feedback* do ChatGPT referente a lei de resfriamento



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

O ChatGPT informou que foi Newton o cientista responsável pela lei de resfriamento, e explicou em linhas gerais, que a lei formulada descreve a taxa de variação da temperatura de um objeto em função do tempo, onde o objeto com temperatura (T) perde calor ao entrar em contato com a temperatura ambiente (T_m). E mais, a rapidez com que a temperatura diminui, é diretamente proporcional a diferença entre as temperaturas do objeto e do meio. O parágrafo final disposto na Figura 70 trouxe ainda informações das situações em que a lei é aplicada, dentre elas, aquecimento e refrigeração de alimentos e cálculo da estimativa de morte de um organismo.

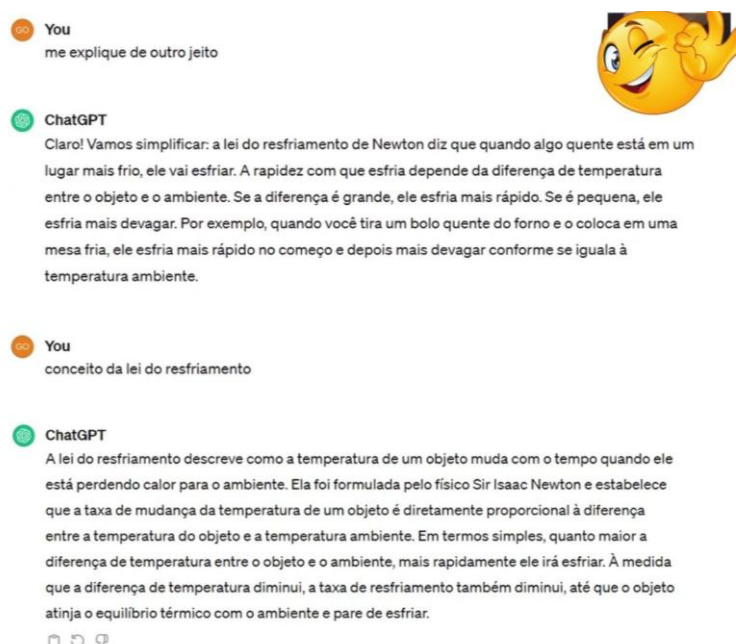
Lévy (2010a, p. 97) pontua que “as tecnologias intelectuais são apenas condições de possibilidade, dispositivos suscetíveis de serem interpretados, desviados ou negligenciados”. À luz dessa citação, o ChatGPT, uma tecnologia da inteligência, forneceu aos estudantes uma riqueza de dados, que precisavam por eles ser interpretados. Nesta direção, Borba e Pentead



(2019) sublinham que as informações não são suficientes por si só, elas necessitam de análise, discussão e compreensão, tal como aconteceu com o *feedback* fornecido pela IA à Equipe 02.

Após a leitura do conteúdo gerado pela IA, A4 demonstrou a necessidade de pedir mais informações sobre o tema, dizendo a A5, “tenta de outro jeito”. A nova interação retratou o desejo da equipe por uma abordagem diferente da utilizada anteriormente pelo ChatGPT, conforme indicado na Figura 71.

Figura 71 - Outras explicações do *ChatGPT* sobre a lei de resfriamento de Newton



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

É possível constatar na Figura 71 que o ChatGPT ajustou sua explicação de acordo com o *feedback* das estudantes, de modo a acrescentar no final de sua resposta um exemplo do cotidiano. A frase “explicar de um outro jeito” provavelmente foi armazenada pelo ChatGPT como um indicativo de que sua última resposta não foi compreendida na totalidade pelo usuário. Consequentemente, isto fez com que a linguagem usada pelo *chat* fosse adaptada conforme as preferências daquele usuário. Essa capacidade da IA de identificar padrões e preferências, também está presente nas plataformas de mídias sociais, que utilizam algoritmos para sugerir às pessoas conteúdos semelhantes ao que foi consultado anteriormente (Almeida; Nas, 2024).

É preciso salientar que se por um lado essa capacidade da IA pode contribuir para atender uma multiplicidade de estilos de aprendizagem, o que a meu ver pode ser positivo, por outro lado, elas podem cristalizar preconceitos e discriminações, assim como difundir *fake news*, especialmente, nas redes sociais. A esse respeito, Lévy (2010b, p. 26) afirma que “uma



técnica não é nem boa, nem má (isto depende dos contextos, dos usos e dos pontos de vista), tampouco neutra (já que é condicionante ou restritiva [...])”, ou seja, a depender do modo de uso da IA, em situações de aprendizagem, ela poderá tanto ser um fator de alienação quanto de potencialização nesse processo.

Ao passo em que as interações estudantes-com-ChatGPT ocorriam, elas revelavam a naturalidade dos integrantes da Equipe 02 em abordar suas dúvidas com essa IA. Não havia, por exemplo, expressões de medo, vergonha, receio ou hesitação por parte dos estudantes, em indagar ao ChatGPT, quantas vezes julgassem necessário, informações pertinentes ao tema, reformular as perguntas, ou ainda, solicitar detalhes ou desdobramentos de um cálculo não entendido.

O fato mencionado foi recorrente ao longo das atividades, o que me permite considerar que o ChatGPT transformou o espaço de aprendizagem em um ambiente menos inibidor, em que as participantes se sentiam à vontade e confortáveis para expressar deliberadamente suas dúvidas. A meu ver, isto ocorria porque os *feedbacks* do ChatGPT (e de outras IA), se baseiam nas perguntas e necessidades específicas de cada pessoa, o que lhe atribui de algum modo, um caráter de assistência adaptada a quem o utiliza. Para Borba e Balbino Júnior (2023), as IA com suas respostas personalizadas fazem com que a interação seja mais significativa para o usuário, e em decorrência disso, a cada dia elas ganham mais adeptos.

Considero oportuno fazer uma breve digressão sobre o uso que fiz do ChatGPT em relação a este episódio. Existia uma ideia para elaboração da tarefa, porém também existiam informações que eu desconhecia: qual a temperatura ideal para confeitar um bolo com glacê sem que a cobertura derretesse, ou qual seria a temperatura adequada para tomar aquele refrigerante e sentir sensação de refrescância para aliviar o calor típico do Amazonas?

Várias plataformas de busca poderiam me levar a encontrar essas respostas, mas escolhi o ChatGPT, por dois motivos: o primeiro devido aos testes simples que realizei para o primeiro episódio, em que o ChatGPT foi protagonista e mobilizou os estudantes na busca pela resolução da tarefa, em um processo de descoberta; já o segundo motivo é por sua capacidade de estabelecer um diálogo descomplicado e acessível, que respondia diretamente meus questionamentos, sem que precisasse navegar por outras páginas.

O que quero destacar com isso? O uso do ChatGPT não é limitado a estudantes. Professores podem explorar as múltiplas possibilidades que ele oferece, seja para consultar, pedir sugestões de ideias para atividades, avaliações, ou ainda, ir atrás de outras opções para enriquecer o planejamento da aula. Mas não se trata só de utilizar essa ou outras TD nas aulas,



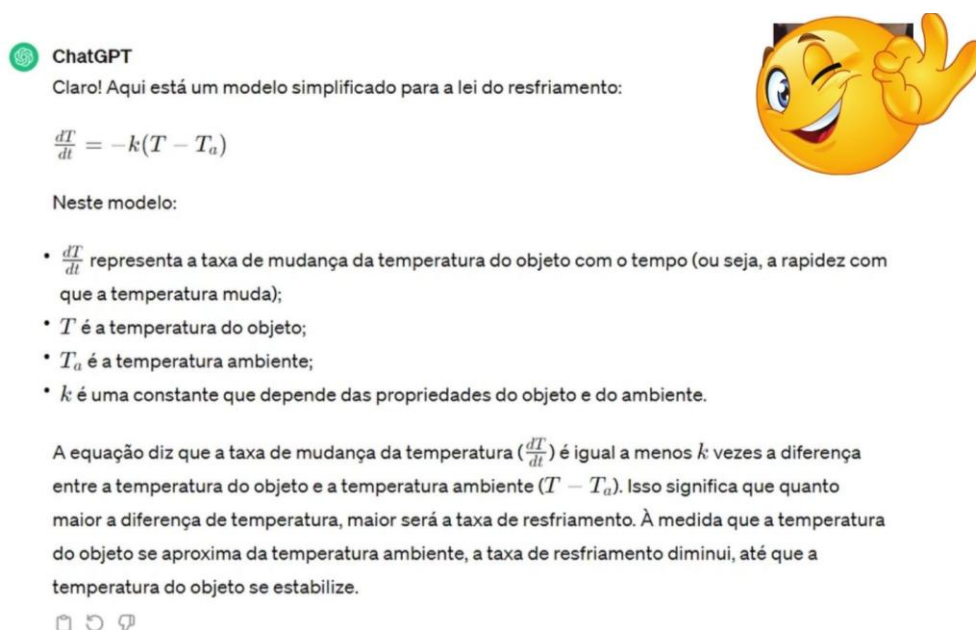
seu uso implica a organização de novas experiências pedagógicas, baseadas em dinâmicas colaborativas.

A grande revolução do ensino não se dá apenas pelo uso mais intensivo do computador e da *internet* em sala de aula [...]. É preciso que se organizem novas experiências pedagógicas em que as TICs possam ser usadas em processos cooperativos de aprendizagem, em que se valorizem diálogo e a participação permanentes de todos os envolvidos no processo (Kenski, 2012, p.88).

A autora sugere que a mudança no ensino não ocorre pelo uso intensificado de uma tecnologia, mas às dinâmicas que proporcionamos com elas aos estudantes, articuladas aos objetivos de ensino. Ao encontro da autora, Garcia *et al.* (2011) sublinham que as tecnologias só alteram o espaço educativo, quando seu uso se dá de maneira crítica e consciente, com isso, ou autores advertem sobre a visão reducionista das tecnologias como suporte ou facilitadora do trabalho pedagógico.

Voltando a interação da Equipe 02 com o ChatGPT, A5 solicitou o modelo que descreve a lei de resfriamento, e com isso, foi exibido na tela do computador a EDO de primeira ordem que modela tal fenômeno físico, indicado na Figura 72.

Figura 72 - Modelo da Lei de Resfriamento de Newton fornecido pelo *ChatGPT*



ChatGPT

Claro! Aqui está um modelo simplificado para a lei do resfriamento:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a)$$

Neste modelo:

- $\frac{dT}{dt}$ representa a taxa de mudança da temperatura do objeto com o tempo (ou seja, a rapidez com que a temperatura muda);
- T é a temperatura do objeto;
- T_a é a temperatura ambiente;
- k é uma constante que depende das propriedades do objeto e do ambiente.

A equação diz que a taxa de mudança da temperatura ($\frac{dT}{dt}$) é igual a menos k vezes a diferença entre a temperatura do objeto e a temperatura ambiente ($T - T_a$). Isso significa que quanto maior a diferença de temperatura, maior será a taxa de resfriamento. À medida que a temperatura do objeto se aproxima da temperatura ambiente, a taxa de resfriamento diminui, até que a temperatura do objeto se estabilize.

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Na Figura 72, o ChatGPT forneceu as estudantes tanto o modelo da lei quanto descrições a respeito das variáveis e grandezas que compõem a equação. De posse desses dados, a Equipe 02 formulou a seguinte conjectura sobre a lei de resfriamento de Newton:

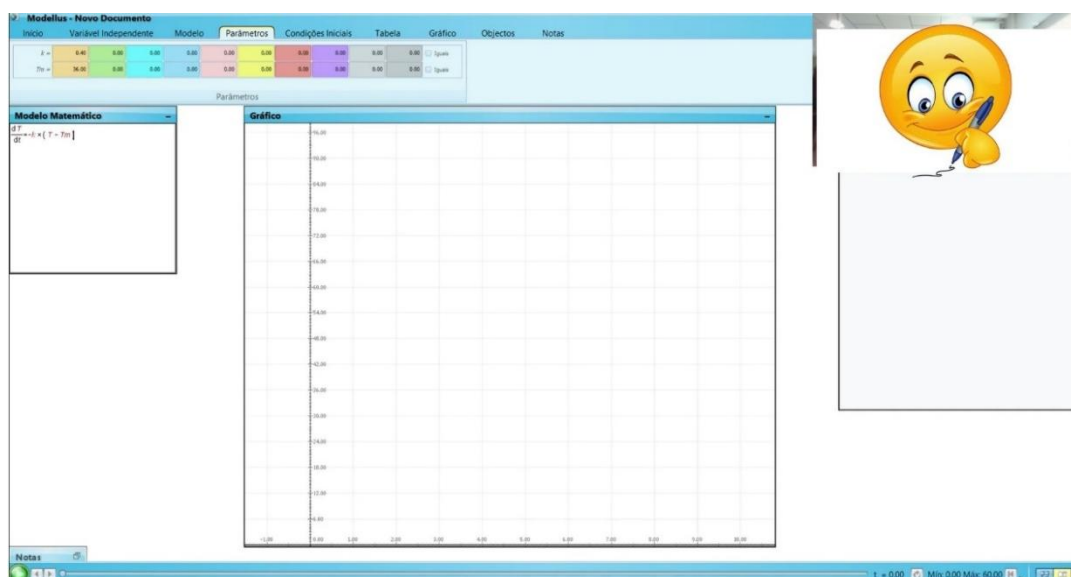


A lei de resfriamento de Newton diz que quando algo quente está em um lugar mais frio, ele vai esfriar. A velocidade com que o objeto esfria (se estiver quente) ou esquentar (se estiver frio) depende da diferença entre o objeto e o ambiente. Se a diferença for grande o processo é mais rápido, se for pequena o processo é mais devagar (Dados da pesquisa, 2024, grifo nosso).

Analisando a resposta, o trecho sublinhado traz algumas informações dadas pelo ChatGPT, entretanto, ela também carrega interpretações da Equipe 02 diante das respostas da IA, como quando citam, “o objeto esfria (se estiver quente) ou esquentar (se estiver frio)”. As estudantes compreenderam que embora a lei seja conhecida como lei de resfriamento, ela também é usada para o processo de aquecimento.

Adiante, a Equipe 02 acessou o *software Modellus* e digitou no campo de entrada a equação disposta na Figura 72. Já a inserção dos demais dados (parâmetros e condições iniciais) geraram dúvidas na equipe. O ambiente de simulação do *Modellus* é ilustrado na Figura 73.

Figura 73 - Ambiente de simulação *Modellus*



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Na Figura 73 está selecionado no *menu* de navegação o campo parâmetros. Nele cada cor representa um caso com suas respectivas condições. No centro constam as janelas de saída (modelo matemático, gráfico e tabela), que mostram os resultados da simulação. A barra de controle é situada na parte inferior e incluem botões de iniciar, pausar, entre outros. O diálogo 40 sublinha algumas das dificuldades enfrentadas pela Equipe 02 ao preencher os dados no ambiente do *Modellus*.

Diálogo 40 - Equipe 02 (01/03/2024)

A4: Por que que tu resetou o exemplo?

A5: Pra adicionar outro parâmetro.

A4: Mas era primeiro pra observar. Pergunta da professora, se a gente colocar pra rodar aqui outros parâmetros será que vai aparecer na visualização?



A5: Ei professora!

Pesquisadora: Oi!

A5: Eu apertei aqui [...] eu resetei [...]. Pra gente fazer, a gente vai ter que adicionar novas aqui? [aponta para os campos de k e T_m , na coluna de cor laranja]

Pesquisadora: Depende, pode ser na laranja, na verde. Para exibir basta selecionar o se quer visualizar na tabela e no gráfico.

A4: Mas se a gente colocar essa aqui [apontando para a coluna verde] ela também vai aparecer?

Pesquisadora: Tenta e ver o que acontece. Vamos lá.

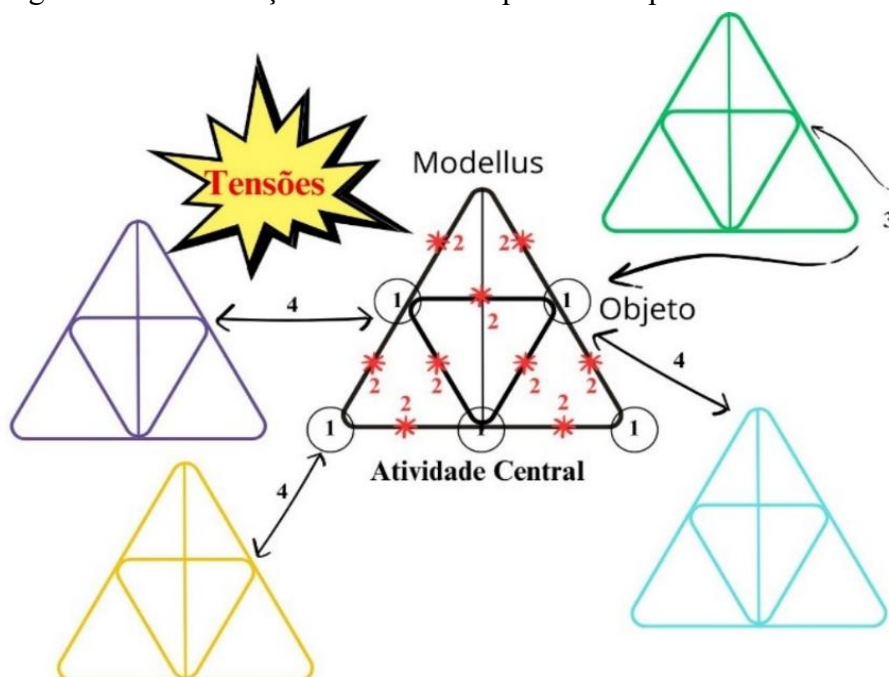
A5: Eu vou trocar esse aqui pra 30, eu não vou querer ver 60 aqui não. Pode ser? [em referência ao valor máximo do eixo da variável independente t].

A4: Vai coloca. Agora é pra observar na tabela os valores obtidos na simulação e indicar o instante que o bolo atinge a temperatura de 33° [...]. Reseta logo, pra gente começar.

As expressões destacadas no diálogo 40, “pra gente fazer”; “mas” e “não”, são pistas linguísticas que podem indicar traços, respectivamente, de um duplo vínculo, um dilema e um conflito. Contudo, ao analisar o contexto em que elas foram proferidas, a primeira e a última pista, não se constitui uma contradição interna, pois não representam situações em que as estudantes estejam diante de opções inaceitáveis que as impeçam de prosseguir, nem refletem discordâncias entre os sujeitos da atividade.

Já a pista “mas” sinaliza a existência de dúvida e incerteza nessa equipe, sobretudo em relação à ação de selecionar um campo no *Modellus* e à expectativa de que as informações, de fato fossem exibidas, o que pode ser caracterizado como um dilema. Além disso, esse trecho também carrega características de uma contradição secundária (ver Figura 74), que ocorria entre os polos artefatos e sujeitos no sistema de atividade.

Figura 74 - Contradição Secundária impulsionada pelo uso do *Modellus*



Fonte: Elaborada pela autora.



Sobre a representação da Figura 74, a inserção do *Modellus*, gerou certa inquietude e insegurança na Equipe 02 e isto pode estar relacionado ao fato de que essa tecnologia não era convencional para as estudantes. As dúvidas e hesitações permeavam o que fazer e como fazer, e se manifestavam nas entrelinhas do diálogo 40, como na ocasião em que A4 questiona o porquê A5 resetou o exemplo, ou ainda na fala: “mas se a gente colocar essa aqui [...] ela também vai aparecer?”. Essas colocações reforçam a ocorrência de uma contradição secundária entre o *Modellus* e os participantes.

Ao que parece, A4 se encontrava diante de uma possível transição do nível de operação para ação; ou dito de outro modo, o procedimento automatizado (operação) de chegar a um resultado, já não se aplicava ou se adaptava às condições da tarefa proposta no estudo com o uso do *Modellus*.

As atividades são sistemas abertos. Quando um sistema de atividades adota um novo elemento de fora (por exemplo, uma nova tecnologia ou um novo objeto), isso muitas vezes leva a uma contradição secundária [...], onde algum elemento antigo (por exemplo, as regras ou a divisão do trabalho) entra em conflito com o novo (Engeström, 2006, p. 28, tradução nossa).

O uso do *Modellus* colocou à prova o modo dominante de produção do conhecimento matemático dessa equipe, isto porque, a proposta de estudo foi elaborada para fazer com que os estudantes se sentissem desafiados a resolver as questões, sem que para isso, fosse necessário que eles reproduzissem algo que lhes era conhecido. Nessas circunstâncias, a equipe testou, discutiu, organizou e reorganizou por várias vezes as estratégias adotadas para avançar na atividade. Percebo que a falta de fluência dos estudantes com o *Modellus* desencadeou tensões que impulsionaram na formação de um miniciclone.

Diálogo 41 - Equipe 02 (01/03/2024)

A5: Tem que resolver analiticamente a equação diferencial, não?

A4: Pois é, mas primeiro a gente faz isso aí [a simulação], depois a gente resolve [...].

A5: Hum, tá.

A4: E aí a gente vai comparar. Aqui o k no caso, o nosso vai ser 0,2 [A5 digita no computador]

A5: Será que foi? Tm agora.

A4: O que que é esse Tm mesmo? Temperatura?

A5: Não, eu acho que não.

A4: O que é então?

A5: Eu não lembro o que era o Tm.

A4: Tu fechou o *chat*?

A5: Não.

A4: Lá no final ele deu [A5 alterna as janelas abertas e vai na aba do ChatGPT]

A5: É a temperatura ambiente.

A4: É 30° Celsius.

A5: 30° é? Pronto.

A4: Segundo caso o nosso.

A5: É o segundo e aí vai em condições iniciais ou tabela?



A4: Mas calma, aqui nas condições iniciais tem que colocar um negócio aqui em verdinho [campo de entrada para digitar os dados de outra condição], que eu não sei o que é que é [pausa] daí é a temperatura do bolo né?

A5: É.

A4: 180° então.

A5: Agora vamos para a tabela.

A4: Tem que mudar a cor pra diferenciar.

A5: Eu seleciono o T ou t? Aqui que é o verde.

A4: Mas você tem que mudar a cor pra diferenciar.

A5: É a cor da linha do gráfico.

A4: Não muda a temperatura aí nesses campos?

A5: É aqui ou lá? Professora!

O diálogo 41 registra a intenção de A5 em resolver analiticamente a EDO antes de realizar a simulação no *Modellus*, que é contrária à de seu colega A4, que ponderou que as análises iniciais precisavam ser feitas com base nas simulações. As dificuldades pareciam se intensificar na inserção dos dados e na visualização dos resultados correspondentes.

Cabe esclarecer que, o ambiente de simulação do *Modellus* só exibe na tela as informações selecionadas pelo usuário. Assim, por mais que se tenha preenchido corretamente todos os campos, se eles não foram devidamente ativados eles não aparecem na visualização. Mediante a aflição das estudantes e a estagnação da atividade, foi necessário a mediação da pesquisadora, conforme disposto no diálogo 42.

Diálogo 42 - Equipe 02 (01/03/2024)

A5: Ei professora, esses casos aqui, a gente tá com dúvida, quem que a gente coloca?

Pesquisadora: Vamos lá! O t minúsculo, representa o quê?

A4: O tempo.

Pesquisadora: É isso aí, e o T maiúsculo?

A4: A temperatura.

Pesquisadora: De quem, do ambiente ou do objeto? [depois de uma pausa]

A5: Do objeto?

Pesquisadora: Isso. Agora quem que é a variável independente nesta situação? [outra pausa]. Vamos, vocês conseguem [mais uma pausa]. Olha só, conforme os minutos passam, o que é que acontece?

A4: A temperatura [não completa]

Pesquisadora: A temperatura do objeto muda né [as estudantes balançam a cabeça em sinal de positivo]. Então a temperatura do objeto é variável dependente ou independente?

A5: Dependente

A4: Então por mais que a gente adicione novos casos, a gente não vai mexer no tempo né? [aponta para o eixo horizontal na barra de ferramentas]. Agora eu tô entendendo.

A5: E os casos professora pra aparecer?

Pesquisadora: Mude a cor na tabela pra identificar e selecione. Façam o mesmo para o gráfico. Vão mexendo, não tenham medo de mexer.

A mediação se deu de forma cautelosa para não interferir ou provocar transformações expansivas no sistema. O intuito era apenas estimular a Equipe 02 a continuar o processo de produção matemática, já que quaisquer movimentos mais incisivos por parte do pesquisador, no sentido de fornecer respostas imediatas, poderia alterar a dinâmica da atividade e por conseguinte ocasionar em mudanças no sistema de atividade (Souto, 2013; 2015).



Embora o objeto do sistema seja “uma fonte de instabilidade” (Souto, 2015, p. 958), o que dificulta à sua identificação, o objeto da atividade nesse instante, parece ser o estudo do *software Modellus*, uma vez que às ações das estudantes estavam direcionadas para ele. O próximo diálogo ressalta o sentimento de frustração exteriorizado por A5.

Diálogo 43 - Equipe 02 (01/03/2024)

A5: Pra que é que serve essa tabela?

A4: Eu não sei não. Ela tá perguntando o instante que o bolo atinge 33°.

A5: Eu não entendi essa tabela.

A4: Não mudou nada no 30.

A5: É isso que eu tô vendo.

A4: Vê as condições iniciais e os parâmetros, será que tá correto?

A5: E agora? Eu queria ver esse 33 aqui [começa a ampliar o eixo horizontal] Professora!

Pesquisadora: Sim

A5: Esses eixos aqui [...] Tipo, esse eixo aqui é da temperatura né.

A4: Então no caso esse aqui é o tempo [aponta para o eixo vertical].

Pesquisadora: T maiúsculo é o que mesmo?

A4: Temperatura. Ah, então é o vertical.

A5: Ah! Eu não gosto desse gráfico aqui não.

A4: Vai devagar.

A5: Esse negócio é ruim.

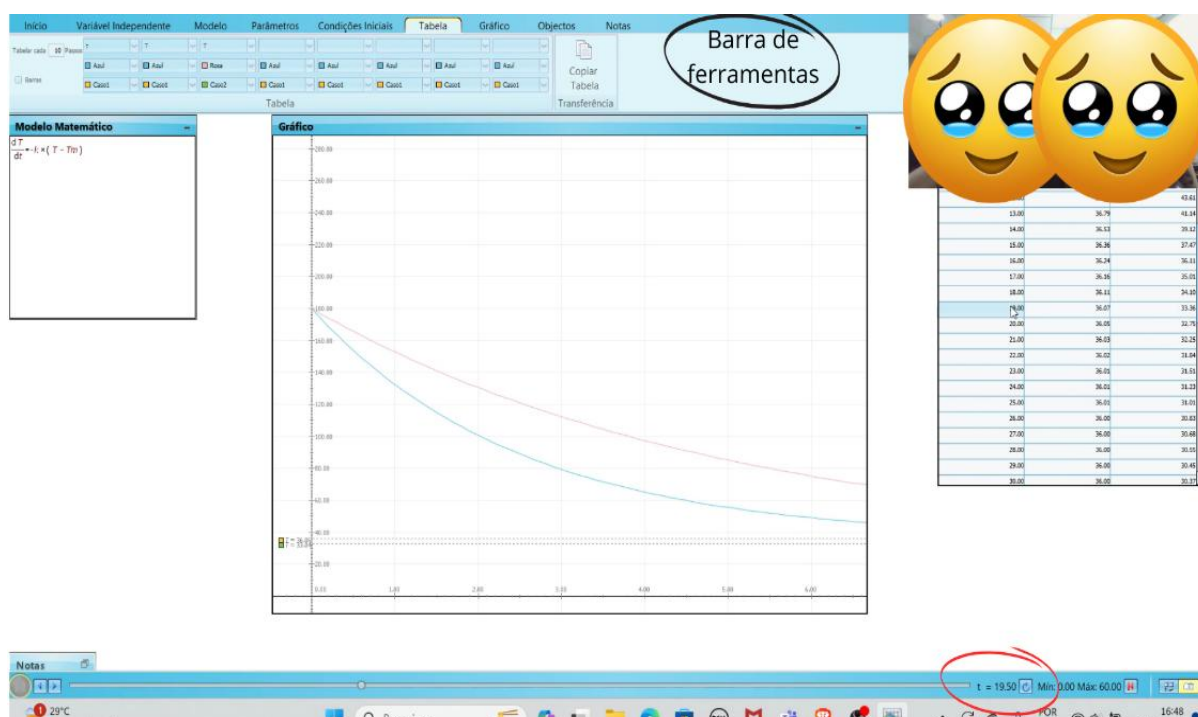
A4: Aqui não vai não? Mexe aqui [se referindo a barra de controle]. Aqui dá, olha fica 33,04 a temperatura quando $t=19.50$.

A5: Olha aqui na tabela, em $t = 19$ fica 33.36.

A4: Mas é por isso que a gente o gráfico que é pra gente ampliar mais e ver.

Para melhor elucidar o contexto dessa conversa, a Figura 75 exhibe a simulação da Equipe 02 neste instante.

Figura 75 - Tela *Modellus* - Equipe 02



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.



As estudantes por algum tempo mexeram nos eixos com o cursor do *mouse*. No eixo horizontal (t) as estudantes o expandiram em 1 unidade por intervalo, já no eixo vertical (T) a escala foi de 20 unidades por intervalo. Isto dificultou a observação gráfica do instante em que T atinge a temperatura de 33°C .

O sentimento de impotência e frustração assolava A5, e ao que tudo indica, isso se deve ao fato de a estudante visualizar o gráfico e dispor dos dados na tabela, sem, no entanto, entender seu significado. As declarações de não gostar do tipo de gráfico ou achar que ele é ruim, sinalizavam a resistência da estudante diante da inserção do *Modellus* nas aulas de EDO.

Complementar a isso, as expressões do tipo “eu não entendi” e “e agora” revelavam a existência de um possível beco sem saída. Para Galleguillos (2016, p. 85), uma característica desse tipo de manifestação é quando os sujeitos se encontram diante de uma situação em que “não visualizam possibilidades de prosseguir ou que esgotaram suas possibilidades de avanço para resolver o seu problema”. A pergunta retórica de A5 “pra que é que serve essa tabela” fornece mais pistas sobre a existência de uma contradição interna.

No que diz respeito às dúvidas destinadas a pesquisadora no âmbito dessa atividade, houve uma maior recorrência de chamados, isto talvez pela falta de familiaridade dos estudantes com o *Modellus*, o que alavancou tensões no sistema de atividade, que tanto poderiam estagnar ou impulsionar o sistema para expansões (Souto, 2022).

De modo a não interromper o miniciclone, as dúvidas que me foram dirigidas eram respondidas, em sua maioria, por meio de outras perguntas, com o propósito de fazer os estudantes refletirem um pouco mais, assim como ocorreu na situação da identificação da variável independente e dependente. De acordo com Souto (2022, p. 150), quando os estudantes buscam legitimação junto ao professor, é importante que “não se forneça respostas prontas com caminhos fechados”, para não reforçar padrões estáveis na produção matemática.

Outro ponto a destacar é a observação de A4 sobre os valores dispostos na tabela, especificamente quando T atinge 30°C . Neste momento, não há mais diferença entre a temperatura do objeto e a temperatura do meio, portanto há um equilíbrio térmico. Mais adiante, é solicitado das estudantes a interpretação Física sobre isso.

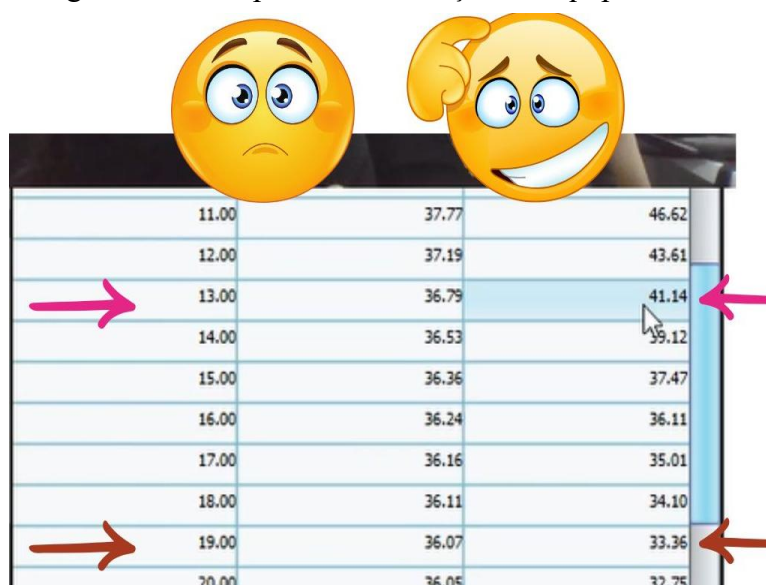
Ao final do diálogo 43, A4 resolveu mexer na barra de controle, que fica na parte inferior da tela do *Modellus*, e ao manusear o controle com o *mouse*, a estudante conseguiu se aproximar da temperatura de 33°C , em particular, ela observou que a temperatura de $T = 33.04$ é alcançada no instante de $t = 19.50$, destacado em vermelho na Figura 75. Por outro lado, A5 argumentou que na tabela o valor mais aproximado é 33.36°C , quando em $t = 19$.



Durante a resolução da EDO, a Equipe 02 insere outra tecnologia no sistema de atividade, a calculadora do *smarphone* de A4. Ela foi usada para determinar o valor de $\ln|150|$ além de outros cálculos matemáticos. Ao final, a Equipe 02 chegou no resultado de $t = 13,55$.

Ao comparar o resultado analítico com o disposto no *software*, A5 verificou que os valores não eram compatíveis. Em virtude disso, a estudante consultou novamente a tabela e identificou que no instante $t = 13$ a temperatura do bolo atingia 41.14°C (ver Figura 76).

Figura 76 - Comparando as soluções – Equipe 02



11.00	37.77	46.62
12.00	37.19	43.61
13.00	36.79	41.14
14.00	36.53	39.12
15.00	36.36	37.47
16.00	36.24	36.11
17.00	36.16	35.01
18.00	36.11	34.10
19.00	36.07	33.36
20.00	36.05	32.75

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Neste momento o processo de moldagem recíproca pode ser verificado de forma parcial, pois a solução encontrada pela Equipe 02 foi refutada com a simulação no *Modellus*. Para Tikhomirov (1981, p. 276, tradução nossa) na interação humanos-computador “[...] somos confrontados não com o desaparecimento do pensamento, mas com a reorganização da atividade humana e o surgimento de novas formas de mediação nas quais o computador [...] transforma essa mesma atividade”. Durante esse processo, A4 sugeriu que a equipe refizesse a resolução analítica da EDO e no diálogo 44 é exibido as discussões a esse respeito.

Diálogo 44 - Equipe 02 (01/03/2024)

A5: Olha só A4, nesse tempo a temperatura é 41.14.

A4: Vamos olhar de novo os cálculos.

A5: Eu vou voltar nessa fórmula aqui pra determinar o c [recomeçam a resolução].

A4: Substitui a condição inicial de 180.

A5: Calcula aí de novo o $\ln|150|$ [...] hum bora deixar assim e continuar a conta? Depois a gente resolve o $\ln$ [...].

A4: Tem que isolar t.

A5: $t = \frac{\ln|150| - \ln|3|}{0.2}$

A4: Agora bora calcular essa diferença. O de 150 é 5,010 e o de 3 é 1,098. Agora subtraindo deu 3,912.

A5: Divide agora por 0.2



A4: Fica 19,56
 A5: 19,5. Meu Deus já é 5:25, o importante é que a gente resolveu né.
 A4: Ainda tem a b); c) e d).
 A5: E aí, são compatíveis?
 A4: Agora sim né.
 A5: Aqui tá 19.5 e a gente achou 19.56.
 A4: Pra mim são compatíveis.

Convém frisar que vários cálculos, principalmente os de logaritmos, foram feitos com o uso de uma calculadora. Neste cerne, o percurso realizado pela Equipe 02 foi o pensar-com-lápis-e-papel-calculadora. Ao final do diálogo 44 a resposta encontrada foi compatível com a do *Modellus*. Outro aspecto a destacar é o caráter coletivo e colaborativo do trabalho, que se manifestou de maneira mais nítida nesta etapa, porque, embora A5 estivesse fazendo as contas, a todo momento A4 emitia sua opinião e participava ativamente do processo.

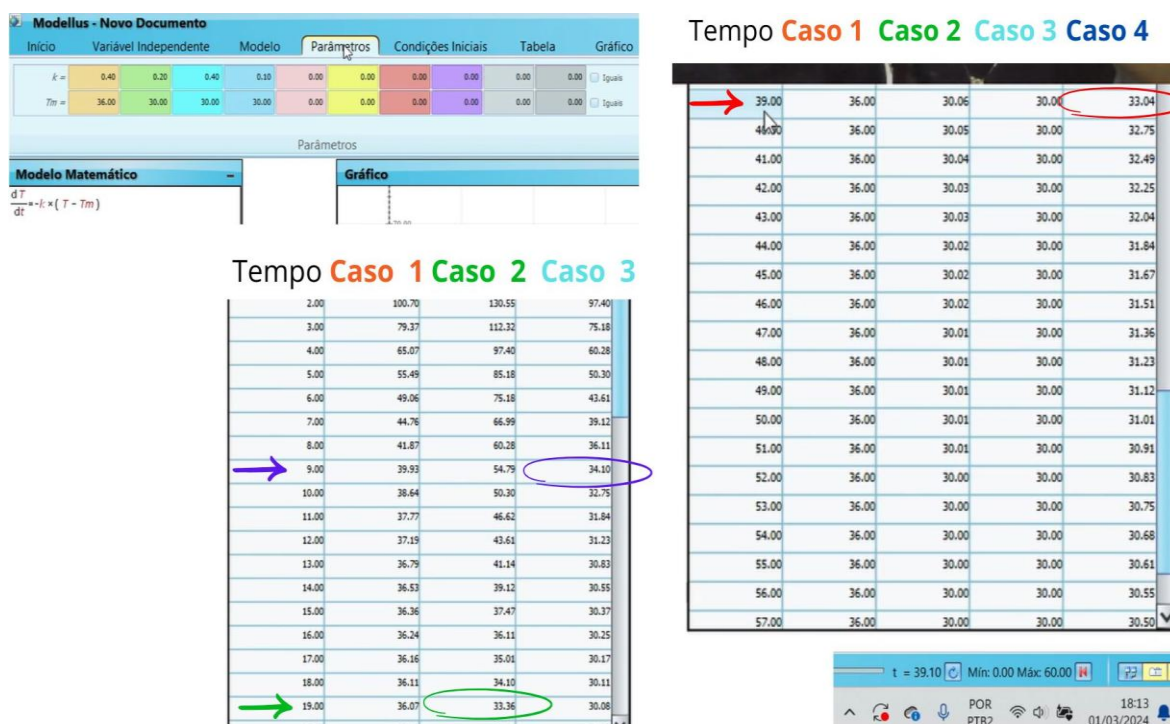
No transcorrer da proposta de estudo, novas conjecturas foram formuladas, agora considerando o efeito físico de resfriamento do bolo quando os valores de k são alterados. Até então, o *Modellus* estava assumindo a função de artefato no sistema de atividade devido a mediação entre sujeitos e objeto da atividade.

Diálogo 45 - Equipe 02 (01/03/2024)

A4: A letra b é para fazer simulações mudando apenas o valor de k . Por que maior que 0.2 e menor que 0.2? O maior que 0.2 é pra colocar 0.3?
 A5: É eu acho. Maior que 0.2 você escolhe, 0.3; 0.4; 0.5. Ei professora! Esse aqui do k a gente pode escolher os valores?
 Pesquisadora: Sim.
 A4: Vai lá em modelo.
 A5: Parâmetro.
 A4: Aqui segue a mesma coisa né [se referindo T_m]. Só muda k .
 A5: Vou resetar. Bota 0.4, é maior que 0.2 o primeiro. A temperatura é 30° .
 A4: É no terceiro caso né [...] Como a mudança deste parâmetro afeta o comportamento da temperatura? Misericórdia [A4 analisa a tabela]. Eu acho que a mudança desse tipo de parâmetro é tipo assim, se ele tiver como é o caso quente né, se ele esfria mais rápido. Porque olha aqui na tabela, em $t=9$ ele tá 34.10°
 A5: Ele perde sua temperatura mais rapidamente quando $k=0.4$.
 A4: A temperatura dele está se adaptando ao ambiente.
 A5: O objeto esfria mais rápido.
 A4: Cara que legal, dá certinho na tabela o da professora, quando $t=52$. Cara eu tô começando a gostar desse negócio aqui.
 A5: Hum.
 A4: Eu tô. Vai vendo o outro [para $k<0.2$] enquanto eu tô escrevendo a nossa resposta [...] quando $t=39$ a temperatura é 33.04 , ou seja, ele esfria mais devagar, porque demora mais, tipo, o outro deu tipo 9, ele esfriou mais rápido.

Na Figura 77 é apresentado recortes sobre as simulações realizadas pela Equipe 02 acerca das discussões do diálogo 45.



Figura 77 - Simulação no *Modellus* para valores de k - Equipe 02

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

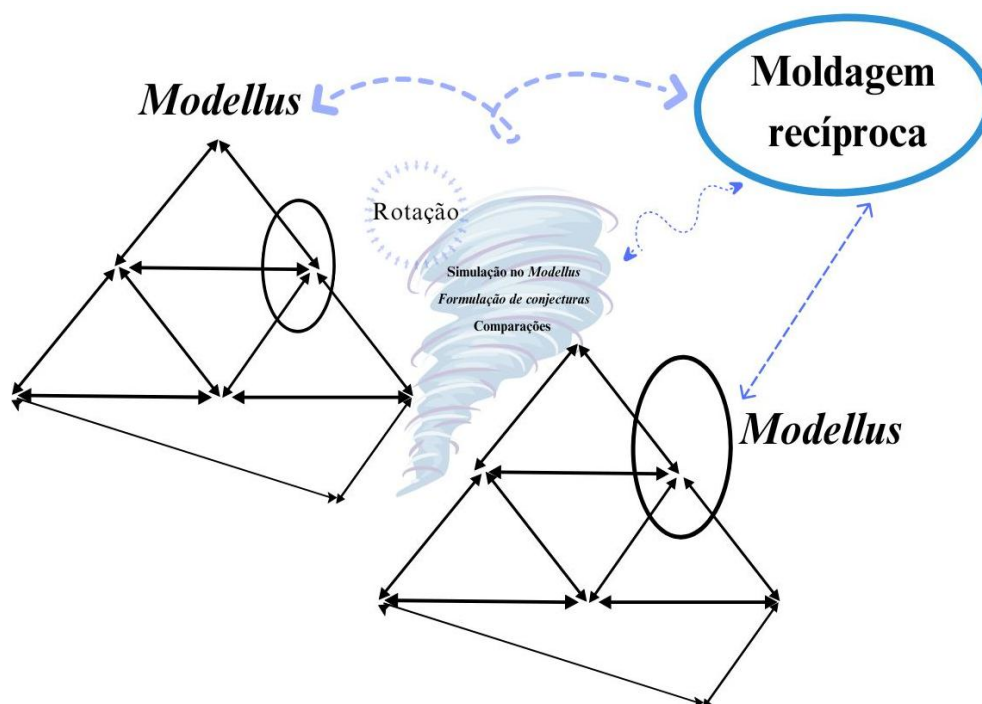
Após observar a tabela, as estudantes conseguiram inferir que para valores de $k = 0.2$ (caso 2), dadas as condições $T(0) = 180$ e $T_m = 30$, a temperatura do bolo diminuía de forma mais lenta se comparada a um valor tomado para $k > 0.2$, nessa simulação assumido pela equipe como $k = 0.4$ (caso 3). As análises da Equipe a princípio, consideraram o caso 2 e o caso 3 representados respectivamente nas cores verde e ciano (Figura 77). A título de esclarecimento, o caso 1 foi um exemplo trabalhado na aula de ambientação com o *software*.

Ao inserir o valor de $k = 0.1$ (caso 4), A4 percebeu que a temperatura do bolo demorava ainda mais para resfriar em relação aos demais casos. Isso levou as estudantes a formularem a hipótese de que quanto maior o valor atribuído para k , mais rápido seria o processo de resfriamento.

Com a inserção de mais dados na simulação no *Modellus*, novas avaliações eram feitas e com base nelas, as hipóteses eram validadas ou não, o que evidenciou que esse *software* reorganizou as ideias matemáticas desses estudantes. Esse movimento gerou uma alteração no sistema de atividade, conforme segue disposto na Figura 78.



Figura 78 – Deslocamento do *Modellus* para a condição de objeto da atividade



Fonte: Elaborada pela autora.

O objetivo de A4 era analisar as implicações da mudança na constante k para com a temperatura do objeto diretamente na tabela do *software*, objetivo que também foi compartilhado adiante por A5. Isto suscita, ao que parece, um deslocamento do *Modellus* da posição de artefato para a posição de objeto da atividade, isto porque o motivo da Equipe 02 que antes era explorar o *software* agora passava a ser de formular conjecturas e validá-las a partir dos dados gerados na simulação computacional.

Os dados obtidos na tabela permitiram que A4 comparasse que uma mesma temperatura era atingida em momentos diferentes a depender dos valores atribuídos para k . Este fato pode ser observado no trecho em que A4 expressa “quando $t=39$ a temperatura é 33.04 , ou seja, ele esfria mais devagar, porque demora mais, tipo, o outro deu tipo 9, ele esfriou mais rápido”. A4 observou que para $k < 0.2$, a temperatura chegava a 33.04°C no instante de tempo $t = 39 \text{ min}$, enquanto para $k > 0.2$ uma temperatura aproximada aos 33.04°C era atingida no tempo $t = 9 \text{ min}$. Em virtude dessa comparação na tabela, a estudante levantou a hipótese de que a mudança nos valores de k influenciava na rapidez com que aquele objeto (bolo) perdia calor com o meio. Essas formulações sinalizam um movimento de rotação no miniciclone, o que reforça a análise de que o *Modellus* participava do objeto da atividade.



No que segue, A4 verificou que no instante de $t = 52$ a temperatura do bolo se igualava a temperatura do ambiente. Um sentimento de satisfação é manifestado no discurso de A4: “cara eu tô começando a gostar desse negócio aqui”. Esse sentimento parece estar associado as compreensões que a Equipe 02 estava tendo sobre o fenômeno estudado, o que gerou um maior engajamento da equipe para com a proposta de estudo.

Mais à frente, a Equipe 02 realizou as alterações nas condições iniciais para interpretar o que ocorria nos instantes $t = 52$; $t = 53$ e $t = 54$. Nos debates, A5 pontuou que para esses valores, a temperatura do bolo praticamente era a mesma, o que a levou a questionar se sua interpretação estava correta. Aqui ocorreu uma confusão em relação aos dados observados, uma vez que a Equipe 02 mantinha os valores distintos tomados para k relativos à simulação anterior.

Diálogo 46 - Equipe 02 (01/03/2024)

A5: A outra é aqui oh, condições iniciais. A gente tem que olhar no gráfico ou na tabela? Por que a gente não vê logo o $T(0) = 180^\circ$? É só ver os instantes aqui na tabela, em $t = 52$ é 30.83 a temperatura.

A4: Tem que ver o que tá perguntando, é nos instantes; $t = 52$; $t = 53$ e $t = 54$. Bora fazer outro?

A5: Ela tá pedindo a interpretação Física disso. Eu não sei.

A4: Em $t = 52$ o que é que acontece?

A5: Um caso fica 36, o outro fica 30.01 e o outro fica 30.

A4: Não, a gente tem que trabalhar com o segundo, o terceiro e o quarto caso da atividade, que o primeiro é do exemplo da professora.

A5: Então a temperatura fica 30, 30 e 30.83 oh. Eles ficam todos na base de 30.

A4: Eles ficam abaixo de 33° .

A5: Pois é, a temperatura vai estar abaixo do esperado de 33° .

A4: O bolo vai estar mais frio.

A5: Em $t = 53$?

A4: Vai estar 30, 30 e 30.75. É a mesma coisa praticamente. No outro também.

A5: A diferença é pouca. Eu acho que deve estar errado [risos]

A4: É porque muda tipo muita pouca coisa.

A5: Então oh, é só no quarto caso de $t = 54$, porque no segundo caso todos eles ficam 30 certinho oh, no terceiro também.

A4: Ah, mas a gente mudou o k . Eu disse que a gente tinha que fazer um novo [risos]

A5: Então muda aí ok [...] Agora tá todo mundo 30 oh.

A4: Eu falei [...] E qual a interpretação Física disso?

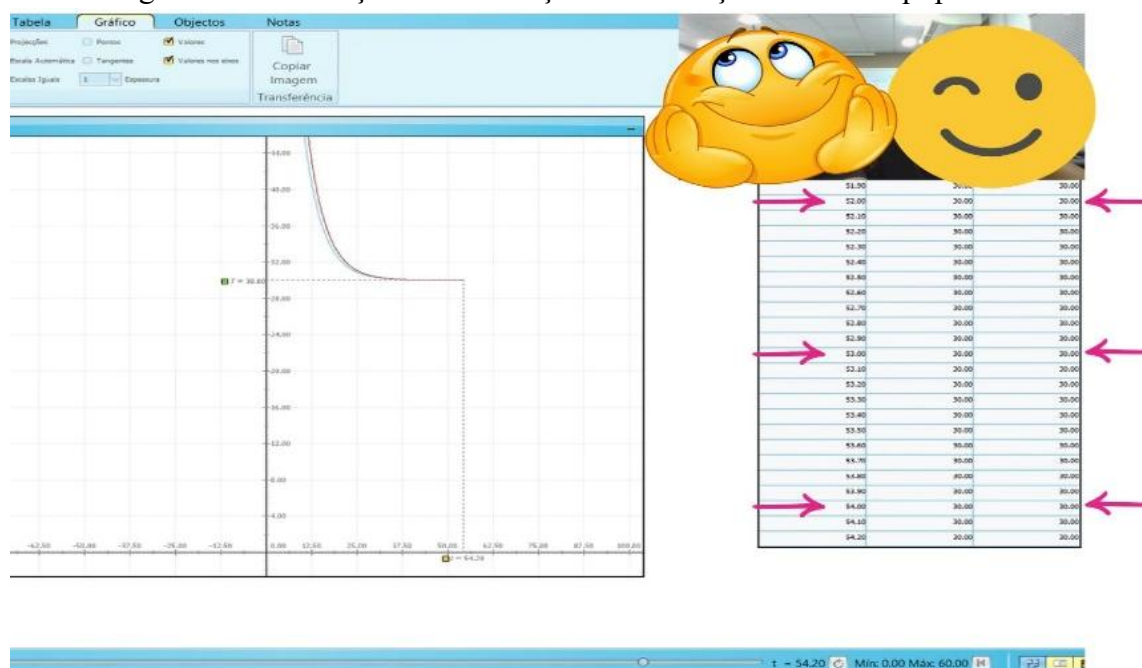
A5: Que o bolo [inaudível]

A4: Eu acho que não, é tipo, independente da temperatura do 180, 160 e 190.

Ao final do diálogo 46, A4 lembrou que a equipe não colocou valores iguais para k e que a mudança era apenas nas condições iniciais. Devido a isso, as estudantes resolveram abrir um novo documento no *Modellus* para fazer a simulação, que é apresentada na Figura 79.



Figura 79 - Simulação com alterações na condição inicial - Equipe 02



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Embora a Equipe 02 tenha chegado à conclusão de que independentemente das mudanças nas condições iniciais, fixados os demais parâmetros, nos instantes $t = 52$; $t = 53$ e $t = 54$, a temperatura do bolo era de 30°C , as estudantes ainda não conseguiam formular uma justificativa do porquê isso acontecia. Com o passar do tempo as discussões avançaram e no diálogo 47, A4 enunciou sua interpretação sobre essa situação.

Diálogo 47 - Equipe 02 (01/03/2024)

A5: É a temperatura inicial do bolo. Vê lá no chat a temperatura que tu quer falar [alternam a janela].

A4: Eu quero dizer assim que, independentemente do grau da temperatura que ele sai do forno, ele vai se adaptar a temperatura do ambiente, que no caso é 30. Independente do tempo que leva, mas uma hora ele chega em 30, na temperatura ambiente. Né que essa é a interpretação Física?

A5: É.

A4: Era uma coisa que eu tinha lido aqui no chat também. Cadê, cadê? Aqui oh, até que o objeto atinja o equilíbrio térmico com o ambiente e pare de esfriar. Tu entendeu?

A5: Eu acho que eu entendi.

A4: Lembra que o tempo é diferente para chegar no equilíbrio. Coloca aí na resposta. Tu concorda com isso?

A5: Eu assino embaixo [risos].

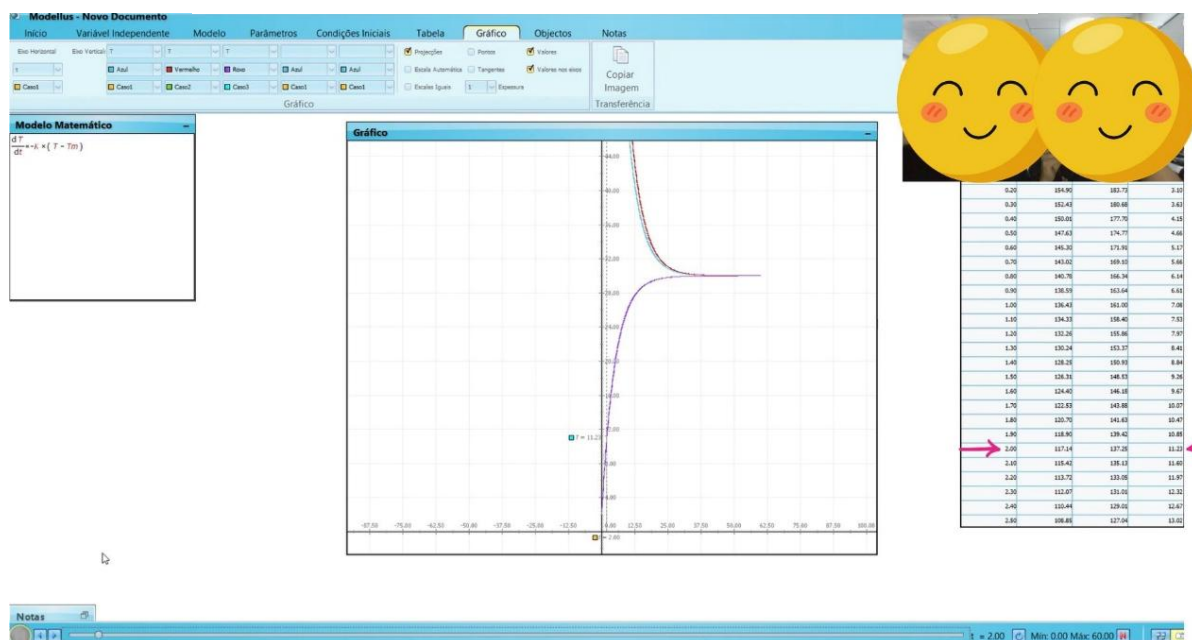
Ao revisitar as interações iniciais com o ChatGPT [ver Figura 71], A4 encontrou o termo que buscava para refinar sua justificativa: equilíbrio térmico. O ChatGPT que estava deixado de lado nessa fase, passou novamente a participar do sistema de atividade, na produção dos argumentos matemáticos da Equipe 02.



A situação mencionada vai ao encontro do que nos diz Lévy (2014, p. 281) sobre esse tipo de inteligência, que o objetivo “[...] não é obter máquinas que “pensam em nosso lugar”, mas antes máquinas que aumentam o nosso poder pessoal e social de tratamento da informação, de comunicação e de reflexão”. Aqui o ChatGPT provocou uma reorganização no pensamento dessa equipe, fornecendo meios para que as estudantes reformulassem suas justificativas matemáticas.

O diálogo também traz indicativos de que o miniciclone estava próximo ao fim, já que A5 demonstrava um possível entendimento sobre os argumentos apresentados por A4. O último item foi respondido pela equipe fundamentado nas informações da tabela do *Modellus*, exibida na Figura 80.

Figura 80 - Analisando a temperatura do refrigerante



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

O diálogo 48 evidencia que apesar das dificuldades, a Equipe 02 conseguiu formular conjecturas e justificativas na experimentação com o *Modellus*.

Diálogo 48 - Equipe 02 (01/03/2024)

A4: A última é do refrigerante. A gente precisa mudar os parâmetros.

A5: Vai acrescenta.

A4: A temperatura tá subindo.

A5: Isso mesmo, o gráfico tá no sentido oposto, a temperatura tá aumentando [...] ele atinge no máximo a temperatura do ambiente e aí ele para de resfriar.

A4: Resfriar não, esquentar. Ele não tá resfriando, ele tava frio e agora ele vai esquentar.

A5: É isso. E no instante $t=2$, qual é a temperatura do refrigerante?

A4: Aqui pelo gráfico é 11.23.



ocasionada pela falta de entendimento sobre os dados obtidos na simulação, que nessa situação caracterizou a existência de um beco sem saída.

No transcorrer da proposta de estudo, o *Modellus* desempenhou o papel de objeto da atividade, propriamente quando o trabalho com o *software* passou a orientar as ações da equipe e provocou mudanças qualitativas no pensamento matemático das estudantes. As interações estudantes-com-*Modellus*-ChatGPT gradativamente, proporcionaram transformações no modo de pensar, que em conjunto levaram a uma construção coletiva das soluções e justificativas elaboradas.

5.2.3 Equipe 03 (A6, A7 e A8)

A Equipe 03, diferente do percurso das demais equipes, optou em iniciar a atividade com a simulação no *Modellus*. Essa ação representou uma quebra das regras, pois conforme indicado na proposta de estudo, os estudantes precisavam primeiramente interagir com o ChatGPT para estudar o modelo da Lei de Resfriamento de Newton.

É importante lembrar que as regras regulam as ações dos sujeitos dentro de um sistema de atividades (Engestrom; Sannino, 2010), o que não impede que elas sejam negociadas e reinterpretadas, pois esse sistema coletivo é integrado por múltiplas vozes, que pensam de maneira de diferente e podem ou não concordar com as normas estabelecidas. Nessa ocasião, a quebra da regra sem prévia negociação, gerou tensões no sistema de atividades, que afetaram o desenvolvimento do trabalho da Equipe 03. O diálogo 39 traz a contextualização desse momento.

Diálogo 49 - Equipe 03 (01/03/2024)

A6: Eu tenho que resetar?

A8: Fecha logo tudinho e bora recomeçar [em referência aos dados trabalhados na aula de ambientação]. Vamos?

A7: Ele tá ajeitando aqui. O gráfico coloca maior pra visualizar.

A8: Menor um pouco. Vamos começar primeiro com a simulação, depois a gente vai pro chat.

A6: É pra analisar os dados obtidos.

A7: A gente não tem dados nenhum ainda. A gente precisa da imagem.

A6: Tá, eu vou colocar aqui a lei do resfriamento. É -k vezes [não completa]

A8: Precisa do T_m né ou o T grande.

A7: O T grande é a temperatura ambiente?

A6: O t pequeno eu sei que é o tempo.

A8: O T_m é a temperatura inicial, 180° ?

A7: Tem o k .

A6: O k já está, é a taxa.

A8: O k é 0.2.

A7: O T é a temperatura ambiente, então vai ser 33° nesse caso, é isso?

A8: Eu acho que é a temperatura final. Não é não? Essa é a fórmula do resfriamento.

A7: Cara isso é importante saber [...] deixa eu ler de novo o papel.



Nesse diálogo é possível perceber que a ação de não interagir inicialmente com o ChatGPT, no tocante a Lei de Resfriamento, causou muitas dúvidas na Equipe 03. Eles lembravam do modelo, mas não tinham clareza sobre o que cada termo representava, e de maneira mais específica, T e T_m . Para A7, T indicava a temperatura ambiente, enquanto para A8 era a temperatura final, em ambos os casos, a interpretação estava incorreta. Ao final do diálogo 49, A7 verbalizou para a equipe que saber precisamente dessas informações era muito importante. O diálogo 50 traz a continuidade dessas discussões.

Diálogo 50 - Equipe 03 (01/03/2024)

A8: Coloca o parâmetro que é 0.2 e T_m é 180° .

A7: Então esse T_m é a temperatura.

A8: T_m é a temperatura inicial. $T_0 = 180$.

A6: É quando o bolo tá saindo do forno, a temperatura inicial.

A7: Mas aí é T_m .

A8: T_m é 180° .

A6: É como se tivesse chamando T_m de T_0 . Entendeu?

A7: Hum

A8: $T_m = T_0 = 180$, entendeu?

A7: Na verdade, pelo que tu tá dizendo aí é que como se fosse o T final menos T inicial [em relação a expressão do modelo]

A8: Isso.

A6: Sim, mas o T maiúsculo não é 180° ? Tu não acha A7 que esse T aí é 180° [nesse momento a equipe se encontra tentando inserir os dados nos campos do Modellus]

A7: É por isso que eu tô te falando que esse T grande, eu entendi como temperatura ambiente.

A8: Mas a temperatura ambiente é 30° .

A6: Tá mas o T grande é 30° ou 180° ?

A8: É 30° .

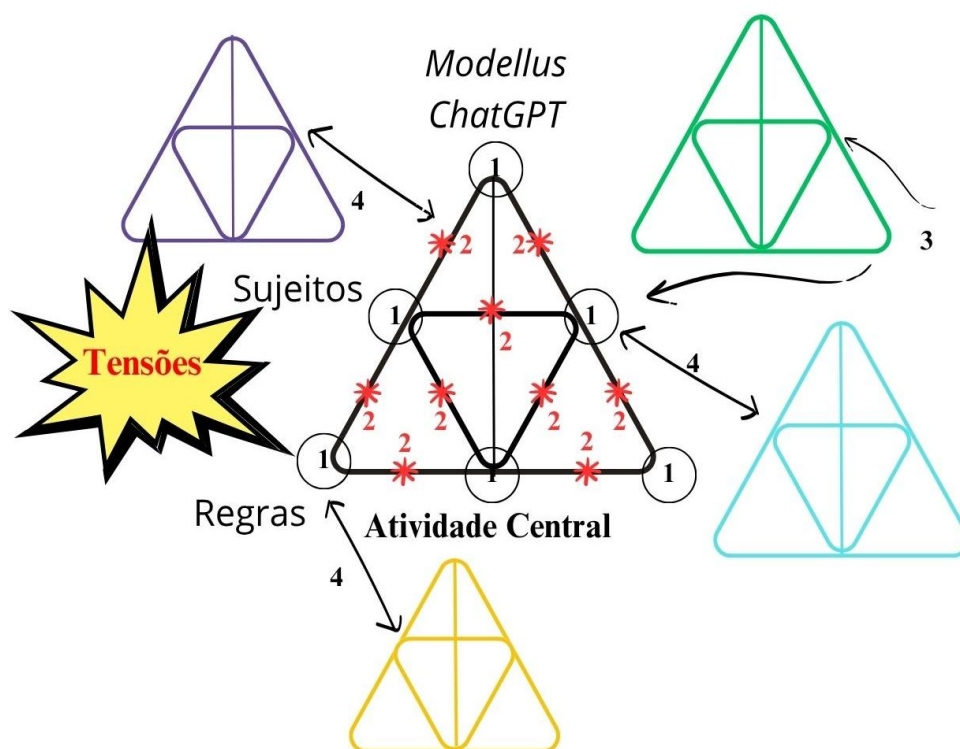
A7: Substitui se errar a gente faz de novo.

A6: Professora!

As confusões acerca das três temperaturas (temperatura inicial do objeto, temperatura ambiente e a temperatura do corpo no instante de tempo t) junto as opiniões contrárias dos estudantes sobre elas, sinalizavam a existência de um dilema, manifestado também pela pista linguística “sim, mas” proferida por A6 e pela colocação de A7 “substitui se errar a gente faz de novo”. Tudo indica que o motivo disparador dessas tensões foi a quebra de regras. Esta ruptura carrega características de uma contradição secundária (ver Figura 82), visto que ela emerge entre as componentes sujeitos e regras, que naquele momento desestabilizava o sistema de atividades, e em consequência atrasou o trabalho da Equipe 03.



Figura 82 - Contradição Secundária – Equipe 03



Fonte: Elaborado pela autora.

A Figura 82 ilustra a tensão gerada com a ação de iniciar a simulação no *Modellus*, que contrariava a regra prevista na proposta de estudo, que era de interagir com ChatGPT para só depois ir para o ambiente de simulação. Nas últimas linhas do diálogo 50, A7 defendia que a equipe substitísse os dados, e caso não funcionasse, eles recomençariam. Essa passagem assinala que apesar das dificuldades, os estudantes se mostravam comprometidos com a atividade. A falta de avanço fez com que a Equipe 03 solicitasse a mediação da pesquisadora, como exposto no diálogo 51. Ademais, é apresentado na Figura 83 os recortes da tela do *Modellus*, citado ao longo dos discursos desse diálogo.

Diálogo 51 - Equipe 03 (01/03/2024)

Pesquisadora: Chamaram?

A6: Sim professora. É que a gente tá com dúvidas no que colocar aqui.

Pesquisadora: Em que aba você está?

A6: Em condições iniciais professora.

Pesquisadora: Então aí vocês vão colocar o que? [os estudantes consultavam o enunciado da tarefa]

A6: O 180° que é a condição inicial.

Pesquisadora: E depois? [nesse momento A6 alterna para os parâmetros]

A6: Então aqui é 30° professora?

A8: Cara Tm é a temperatura ambiente, porque lá na outra a gente colocou o 180 e era o T grande [nesse momento a pesquisadora sai para que a equipe retome as discussões]



A7: Eu tava vendo que isso não tava certo. T_m é ambiente e o T grande é a temperatura do corpo.

Figura 83 - Recortes do ambiente do *Modellus* – Equipe 03



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

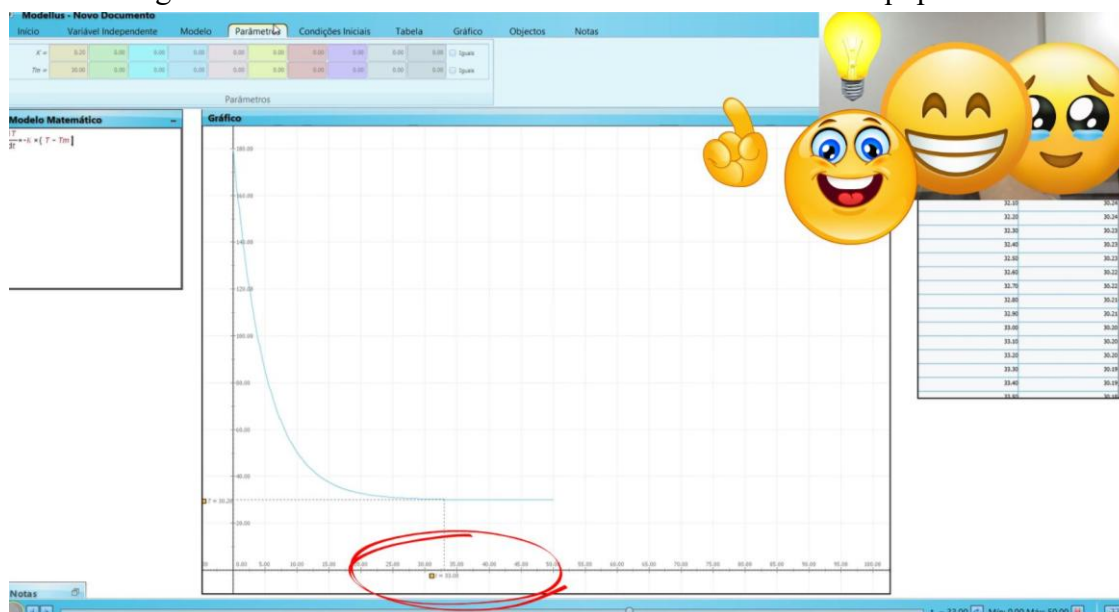
Na mediação da pesquisadora, foram feitos alguns questionamentos com o intuito de mobilizar os estudantes a saírem da situação estacionária em que se encontravam. Mais à frente, ao perguntar para a pesquisadora se o valor de T_m era 30°C , A8 foi quem respondeu, afirmando que T_m se tratava da temperatura ambiente, o que foi corroborado pela fala de A7. A linha de raciocínio de A8 fica explícita em seu discurso, ao justificar que “lá na outra a gente colocou o 180 e era o T grande”.

Na Figura 83, nos recortes de tela do *Modellus*, pode ser verificado que o termo T está associado às condições iniciais. Esse fato me leva a considerar que nessas circunstâncias, a moldagem recíproca acontecia parcialmente, pois aparentemente o próprio ambiente de simulação do *Modellus* favoreceu o esclarecimento da dúvida acerca do termo T_m . Com efeito, para A8, no diálogo 49, este termo representava a temperatura inicial do objeto, e agora a temperatura ambiente.

Ademais, o dilema anterior é resolvido ao longo deste diálogo, marcado pela expressão “eu tava vendo”, que em minha interpretação, se assemelha ao teor da pista linguística “eu realmente quis dizer isso”. Com todos os dados preenchidos no *Modellus*, a Equipe 03 clicou em *play* e conseguiu exibir o gráfico da EDO, representado na Figura 84.



Figura 84- Gráfico do Modelo da Lei de Resfriamento – Equipe 03



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

A tensão que envolvia a plotagem do gráfico, por conta das incompreensões sobre os termos do modelo da Lei de Resfriamento, se voltou para as interpretações e análises dos dados exibidos no *Modellus*. O diálogo 52 explicita essa situação.

Diálogo 52 - Equipe 03 (01/03/2024)

A8: Agora sim, coloca pra rodar, se não funcionar a gente faz de novo [risos] olha aí.

A6: Deu certo [o estudante sorri].

A7: A gente tem que ver no gráfico esse instante que a temperatura chega em 33° [...] vai devagar aí embaixo até chegar em 33 [em relação ao eixo t]

A8: Cadê na tabela esse valor? [os estudantes tentavam localizar na tabela o valor de 30.2, mas isso equivale a olhar para a coluna da temperatura] E o t?

A6: O t tá aqui [aponta para o eixo vertical da temperatura]

A8: O t é o tempo e a temperatura né. Então o tempo é 30.2 [A6 volta a olhar para a tabela] a gente precisa resolver e comparar.

A6: Tu acha que tá certo A7?

A8: Em 30.20 minutos ele atinge os 33° [a interpretação dos eixos é trocada] [A8 recomeça a leitura do problema e logo após iniciam a resolução analítica] O nosso resultado tem que ser pelo menos aproximado do que a gente encontrou aqui [apontando para o gráfico]

Mais uma vez a Equipe 03 se mostrou empenhada a resolver a tarefa, como evidenciado em um trecho do discurso de A8 “se não funcionar a gente faz de novo”. Percebo que o trabalho colaborativo entre os estudantes estava se delineando, visto que todos participavam ativamente das discussões. Em meio ao diálogo 52, é possível verificar equívocos dos estudantes na identificação das variáveis dependente e independente, isto porque, eles consideravam que o eixo horizontal se referia a temperatura do objeto, enquanto o eixo vertical tratava do tempo. Em razão disso, a Equipe 03 conjecturou que o bolo atingia 33°C em $t = 30.20$ minutos.



Frente as dúvidas e incertezas, a Equipe 03 decidiu resolver analiticamente a EDO. A colocação de A8 “o nosso resultado tem que ser pelo menos aproximado do que a gente encontrou aqui” indicava que a trajetória tomada pelos estudantes para validação da conjectura seria o pensar-com-lápis-e-papel. Contudo, o diálogo 53 revelou que A6 estava empenhado a pensar-com-*Modellus*.

Diálogo 53 - Equipe 03 (01/03/2024)

A7: É esse k na fórmula que é negativo. Aqui diz que ele é 0.2. Como fica? [a equipe estava extraindo os dados para a resolução analítica]

A8: Eu acho que é porque tá caindo, tá descendo. Né A6?

A6: O gráfico é uma exponencial, então esse k não é negativo. Sempre vai ficar pra cá [acredito que A6 se refere ao primeiro quadrante onde a curva está situada]

A8: Vamos ver a letra b.

A6: Pera rapidinho. Olha aqui, a gente colocou a temperatura aqui embaixo oh, mas aqui é o tempo [recomeça a simular no *Modellus*] vou puxar pra cá então [manuseia o gráfico].

A8: Já passou já passou.

A6: Ele não consegue chegar lá oh, fica no 32.98° e no 33.04°. Só chega até aí [enquanto A6 e A8 mexem no *Modellus*, A7 continuava a resolução analítica]

A6: Olha A8, vê aqui, passa um pouquinho de 33°.

A8: Eu acho que a gente consegue ver isso aqui na tabela.

A6: É aqui oh, a variável independente [A7 retorna a discussão].

A7: Qual o instante que atinge os 33°?

A8: Eu acho que 19 minutos e uns 45 segundos.

A7: Então esse aqui embaixo [não completa] [embaixo se refere ao eixo horizontal]

A8: É o tempo.

A7: [...] o tempo que ele atinge 33° é em 19 minutos.

A6: O 33° a gente não conseguiu achar certinho, deu 33.04° em 19.50 minutos.

A7: É, eu acho que vai ser mais ou menos isso mesmo, nesse tempo.

A6: Sim, mas ela não atinge esse 33°.

A7: Mas oh pensa comigo aqui, são 33.04°, é muito próximo [...] vamos olhar pra tabela [...] chega em 33.04° [...] pensa comigo é 33.04° em 19.5 minutos. Mano é praticamente cravado isso.

A8: Bora logo lá pro chat.

A6: Tu já tentou resolver isso A7?

As discussões apontadas no diálogo 53 mostravam que a moldagem recíproca ocorria parcialmente entre estudantes-com-*Modellus*, na medida em que as alternâncias entre a visualização gráfica e os dados da tabela usadas para confrontar/corroborar suas conjecturas, provocavam mudanças no raciocínio matemático dos estudantes. Nesse sentido, Borba e Villarreal (2005) argumentam que a produção matemática se associa à coordenação de múltiplas representações: gráficas, tabulares e algébricas, onde o computador com suas interfaces, potencialmente as interrelacionam, e nessas interações ambos (atores humanos e atores não humanos) se influenciam mutuamente.

Os excertos “olha aqui no gráfico” e “eu acho que a gente consegue ver isso aqui na tabela” reitera o argumento de que as possibilidades oferecidas pelo *Modellus* estavam



moldando o pensamento desses atores humanos, entretanto, não há clareza de sua recíproca, os estudantes moldando essa tecnologia, em virtude disso, a moldagem acontecia parcialmente.

A constante k novamente é fonte de discussões, agora na Equipe 03. Aqui há indícios de um provável dilema, pois A7 se deparava com uma avaliação incompatível que é percebida no trecho “E esse k na fórmula que é negativo. Aqui diz que ele é 0.2. Como fica?”. Por sua vez, A8 acreditava que isso estaria relacionado ao gráfico exibido no *Modellus* (ver Figura 84), que naquele cenário estava decrescendo. Também embasado no gráfico, A6 afirmou que como a função era exponencial, k não poderia assumir valores negativos.

É preciso esclarecer dois pontos a respeito das interpretações da Equipe 03 no diálogo 53. O primeiro deles, é que a função solução da EDO é uma exponencial, logo seu contradomínio sempre será positivo. O segundo ponto é propriamente o sinal negativo presente no modelo que descreve a Lei de Resfriamento, isto porque, é ele quem garante que a temperatura do objeto se aproxime da temperatura ambiente.

Feitos os devidos esclarecimentos, retomo as discussões da Equipe 03. Em determinado momento, A6 notou que sua equipe havia interpretado o eixo horizontal como sendo a temperatura, o que estava incorreto, pois aquele eixo denotava a variável independente t . Essa observação possibilitou a equipe fazer novas interpretações sobre a curva-solução.

Bem como transcorreu com Equipe 01, a Equipe 03 não se sentiu confortável em chegar a uma aproximação para o instante em que a temperatura do objeto atingia 33°C . A pista linguística “sim, mas” aliada à hesitação de A6 em aceitar o valor aproximado encontrado $t = 19,5$, caracteriza a existência de um dilema. Os dilemas não abrangem apenas situações em que a tomada de decisão pessoal é uma escolha difícil, eles também se manifestam quando um indivíduo se depara com crenças e normas partilhadas socialmente (Engestrom; Sannino, 2011). A ideia dilemática correspondia ao valor aproximado encontrado e a percepção de exatidão da Matemática historicamente associada a soluções numéricas precisas. O desconforto em assumir um valor aproximado também apontava para possíveis dificuldades de compreensão dos estudantes, relacionadas a própria solução da EDO, que é contínua, logo para algum instante intermediário t a temperatura em questão seria alcançada.

As tensões manifestadas e a busca coletiva dos estudantes em interpretar e justificar as soluções com uso da tabela e do gráfico, me fazem pensar que um miniciclone estava em formação. O diálogo seguinte traz os comentários tecidos pela Equipe 03 sobre as implicações da mudança do valor de k para a solução da EDO e posteriormente na Figura 85 é exibido o gráfico produzido na simulação com o *Modellus*.



Diálogo 54 - Equipe 03 (01/03/2024)

A7: Olha [...] eu tentei resolver por variáveis separáveis, mas não tá indo não.

A8: Mas será que tá resolvendo certo? [...] bora logo ver aquela outra lá [os estudantes alternam o manuseio do computador]. Na letra b é pra mudar a constante k, é maior [...] colocar 0.3, não não 0.5.

A6: Melhor pra não ficar muito próximo [...] agora em tabela é caso 2.

A8: Beleza [...] coloca rosa e caso 2. Depois vai pra gráfico, rosa caso 2. Acho que agora é [...] caso 3 [...]

A7: Essa equação aqui tem que resolver ela pra poder comparar.

A8: Vamos colocar um outro caso, com $k=0.7$ [...] bora fazer aqui A6 [...]

A6: Bora calcular mano [...] tem que dá 19 alguma coisa.

A7: Tem que saber resolver esse pedaço [enquanto A6 e A7 tentavam resolver analiticamente, A8 mexia no *Modellus*]. Eu acho que esse negócio tá na cara da gente e a gente não vê [risos].

A6: O t a gente não tem, é ele que a gente vai descobrir [...].

A8: Bora ver aqui mano [se referindo a A6]. Oh, quando a taxa é menor, a temperatura fica mais frio.

A6: Na verdade, quanto menor o k demora mais pra ficar frio né [...] faltou a constante A7 [em referência a resolução analítica].

A8: Olha o tempo, já são cinco e 30.

A7: Mas não tem como a gente resolver as outras sem isso.

A8: Tem sim, tem.

A6: Mas tu já fez aí?

A8: Tá aí oh, mas falta a gente discutir.

A6: Ele quer que a gente discuta junto A7 [depois de um tempo eles conseguem resolver analiticamente].

A7: Até que enfim. Agora bora bater cabeça com as outras [...]

A8: Aí A7, essas outras é quando o k é maior que 0.2.

A7: Mas qual que é menor então?

A8: Menor é essa aqui [curva em vermelho]. Eu coloquei 0.1. Pra mim quanto maior o k maior é a temperatura e quanto menor o k menor é a temperatura.

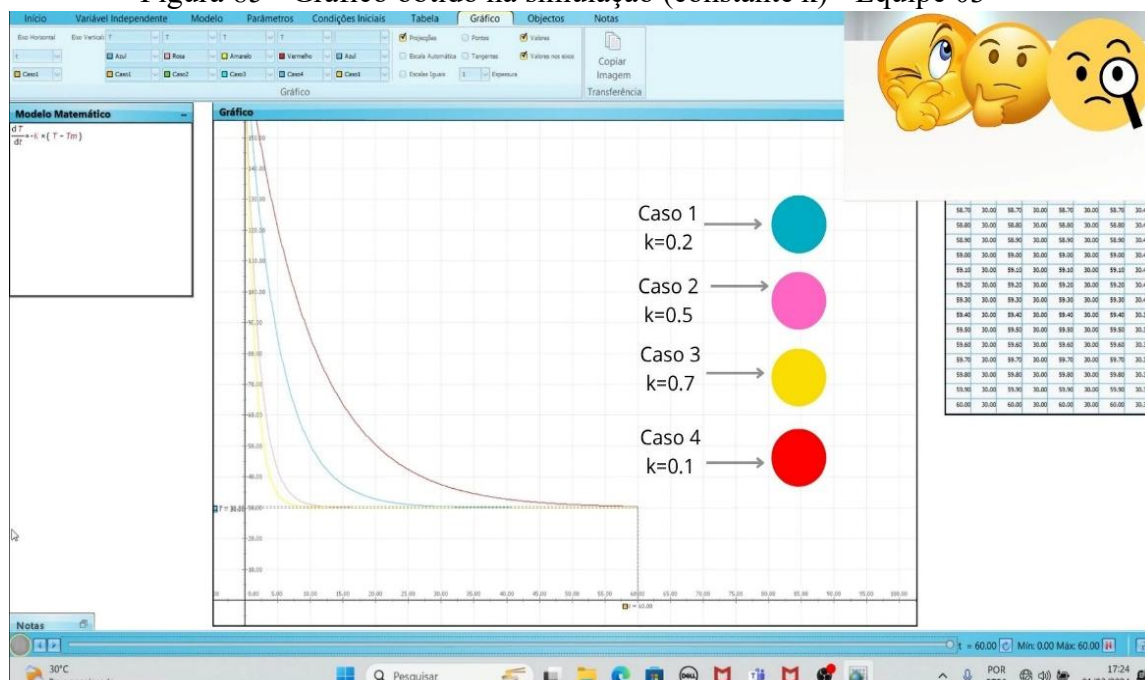
A7: Menor o k a temperatura cai mais devagar, vê aqui oh.

A8: Isso que eu falei [risos]

A7: Sim, sim.

A6: [...] agora é interpretação, é isso mesmo.

Figura 85 - Gráfico obtido na simulação (constante k) - Equipe 03



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.



O diálogo 54 traz à tona um conflito entre os estudantes, especificamente, quando A7 afirmou “mas não tem como a gente resolver as outras sem isso” e imediatamente A8 rebateu “tem sim”. Conforme explicam Engeström e Sannino (2011) conflitos podem surgir quando um indivíduo se sente afetado por outros, decorrente de interesses e/ou opiniões contrárias. De um lado A8 gostaria que a equipe continuasse com as análises no *Modellus*, ao argumentar que ‘o tempo estava passando’, do outro lado, A6 e A7 insistiam em resolver analiticamente a EDO para comparação dos dados. Essas divergências sustentam a possibilidade de um conflito.

A meu ver, esse conflito modificou a organização do trabalho da Equipe 03, pois por diversas vezes, A8 se encontrava realizando sozinho as simulações, enquanto A6 e A7 se concentravam na resolução analítica. Com efeito, Souto (2013, p. 168) reflete que quando os participantes decidem agir de maneira isolada na realização da atividade, isto pode impactar fortemente “na qualidade da produção Matemática” da equipe.

Apesar de A6 concordar com a opinião de A7, ele não deixou de lado a interação com A8, correspondendo às solicitações de seu colega. A postura de A6 somada ao desejo de A8 em continuar com o trabalho colaborativo, contribuíram para que a organização do trabalho não deixasse de ser coletiva, em sua totalidade.

Depois de conseguirem resolver analiticamente a EDO, a atenção novamente se voltou para a interpretação dos dados exibidos na simulação. Ao observar o gráfico gerado (ver Figura 85), A7 visualizou que à proporção que k assumia valores menores que 0.2, a temperatura “cai mais devagar”. Essa interpretação também foi compartilhada pelos demais colegas.

Na sequência é apresentado no diálogo 55 as interpretações da Equipe 03 sobre os itens c e d da tarefa, e logo após é exibido os resultados obtidos na simulação (Figura 86).

Diálogo 55 - Equipe 03 (01/03/2024)

A7: As três hipóteses aqui são na condição inicial [...]

A6: Vou fazer primeiro o 180°.

A7: Faz o outro logo, o de 160°, pra gente responder bacana [...].

A8: O rosa, ele tá mais próximo do eixo y.

A6: Quanto maior essa temperatura mais vai demorar pra esfriar, pra mim é isso [...] quanto mais ele tá pra cá mais ele demora pra esfriar, quanto mais ele tiver próximo desse eixo T ele esfria mais rápido, bom pra mim é isso.

A8: Eu não acho.

A6: Quanto mais ele vem pra cá, quanto mais ele tá afastado, mais ele demora pra esfriar. Aqui o rosa tá mais perto do eixo, a temperatura é menor, quanto mais ele vier pra cá mais ele demora. Entendeu o que eu tô falando?

A8: Ah tá. Demora mais pra esfriar o azul [...]

A6: Agora o terceiro [...] né que ele tá mais longe do eixo [...] tem o chat ainda.

A7: Mas no chat é mais rápido.

A6: Ele tá perguntando sobre esses instantes aqui [...].

A7: Eu vou resolver analiticamente pra $t=52$ [A6 assume a simulação no *Modellus*]

A6: Tá aqui do 180° [...] vamos olhar na tabela.

A8: Chega até 50, tem que aumentar lá.

A6: Ah é.



A8: [...] tá ali oh, em 52 tá 30°.

A6: Aqui oh, na tabela ele já dá o tempo [...] de lá a gente só vai discutir o que tá acontecendo com esses valores [...] bora fazer e depois a gente discute.

A8: Mas não apaga não, bora só inserir os outros.

A6: É tudo o mesmo [...] mano deu 30° também [...] eu acho que vai dar igual de novo.

A7: É provável. É provável que aconteça [...].

A8: É 30° também [risos]

A6: A7 [...] os três [...] eles vão estar na mesma temperatura [...], mas qual a interpretação Física disso?

A7: Elas se igualam. Eu acho que é isso. A6 coloca os dados do refrigerante agora.

A6: Vou colocar como outro caso [...] olha aí [...]

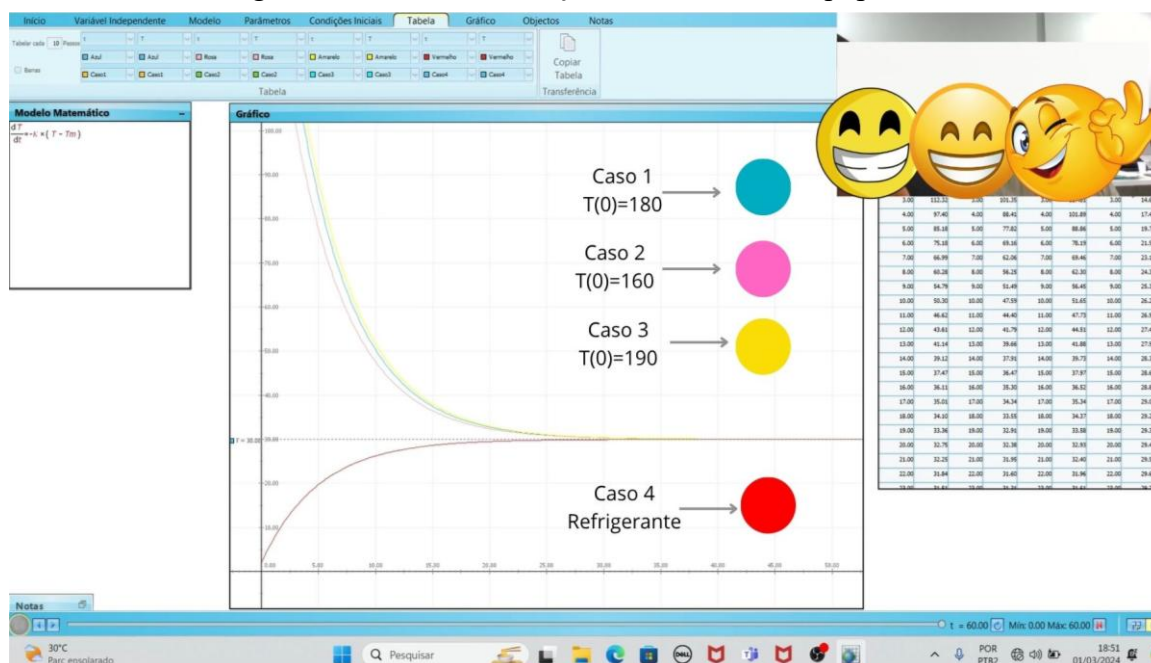
A7: Olha a curva [...] mudou né porque agora tá esquentando [...] ela pede pra ver em $t=2$.

A8: Na tabela mano.

A6: Vai tá 11,23°. Anota aí [...] ele vai tá esquentando.

A7: Agora a gente tá progredindo [risos]

Figura 86 - Última simulação no *Modellus* - Equipe 03



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

No diálogo 55, os estudantes interpretaram as implicações na mudança da condição inicial a partir de uma perspectiva diferente das outras equipes. Para eles, o fato da curva se aproximar (ou se afastar) mais do eixo vertical estava associado a ideia de que a temperatura resfriaria (ou aqueceria) mais devagar (rápido), ou nas palavras de A6 “quanto maior essa temperatura mais vai demorar pra esfriar”.

Na realidade, essa percepção é condizente se considerarmos, ao invés do eixo vertical, a assíntota horizontal $T(t) = 30$, que é o estado de equilíbrio térmico. De maneira mais formal, significa que quanto maior a diferença entre a temperatura inicial do objeto e a temperatura ambiente, mais tempo o objeto levará para resfriar até se estabilizar na temperatura ambiente.



Na interpretação física do item c, os estudantes mencionaram que “elas se igualam” devido as observações realizadas na tabela, uma vez que nos instantes $t = 52$; $t = 53$ e $t = 54$ todos estavam com 30°C . Acredito que o avançar do horário fez com que a Equipe 03 não discutisse amplamente este item. O mesmo comportamento foi verificado acerca das discussões sobre o item d. Aqui, os estudantes observaram que a curva mudou devido ao objeto estar aquecendo, e para determinar o valor em que ele atingia 2°C , a Equipe 03 consultou a tabela do *Modellus*.

O último diálogo retrata os comentários da Equipe 03 sobre as informações fornecidas pelo ChatGPT e a Figura 87 contextualiza essa situação.

Diálogo 56 - Equipe 03 (01/03/2024)

A8: Bora lá pro chat agora.

A7: Pergunta sobre a definição da lei de resfriamento [os estudantes leem a resposta do ChatGPT]

A7: Pede pra ele comentar ou falar sobre [...] aí oh, ele falou mais coisas [...] a primeira coisa é a equação, ele diz que é a lei exponencial. Faz sentido.

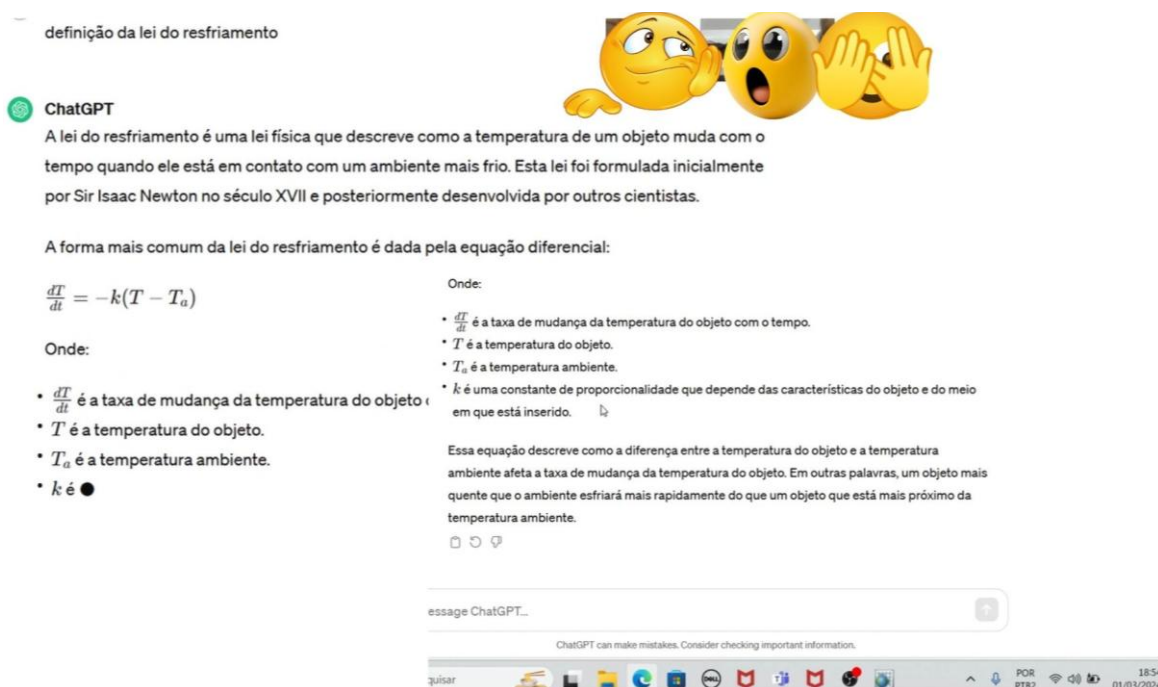
A6: Isso a gente aprendeu agora [risos]

A7: Sim sim, a gente aprendeu na prática. A prática mesmo [...] aí diz o que é cada um dos termos.

A6: A gente demorou muito pra entender isso.

A7: Uma resposta dessa podia ter ajudado.

Figura 87 - Interação da Equipe 03 com o ChatGPT – surpresa.



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

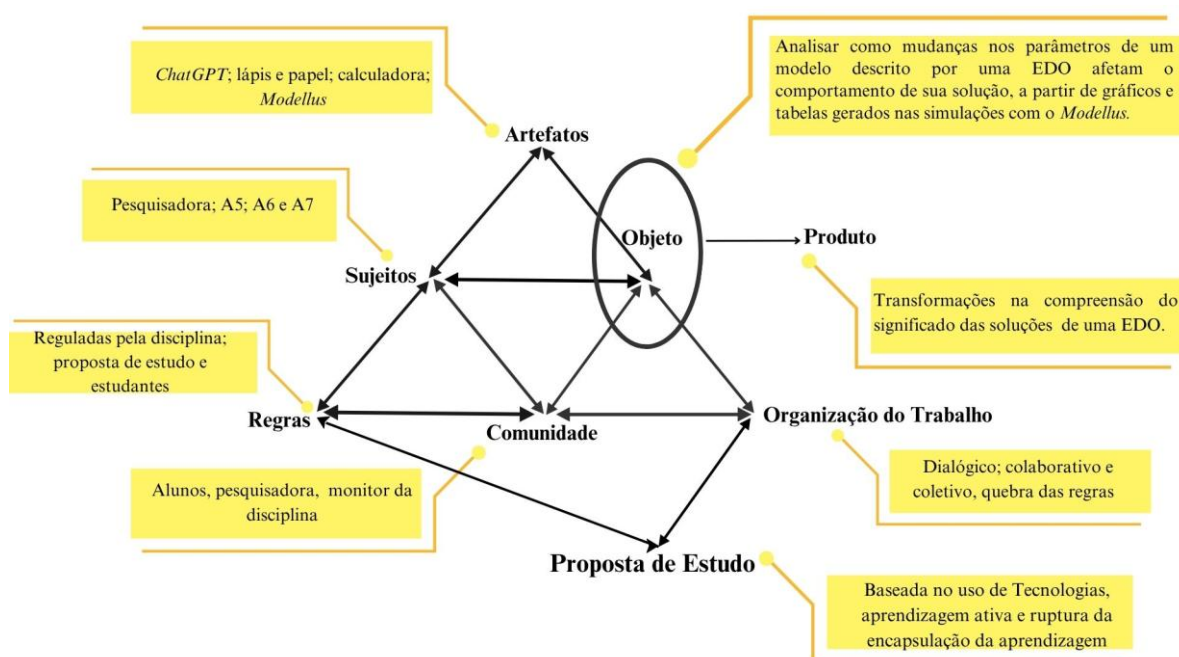
A Figura 87 exibe a resposta do ChatGPT para o questionamento da Equipe 03 a respeito da Lei de Resfriamento, indicando precisamente o que representa cada um dos termos que



compõem o modelo da EDO. Diante do *feedback* da IA, os estudantes A6 e A7 reconheceram que a consulta ao ChatGPT no início da atividade poderia, nas palavras de A7 “ter ajudado”. Essa passagem reforça que a quebra de uma das regras, afetou diretamente no trabalho desenvolvido por essa equipe, sobretudo porque ela impulsionou o surgimento de tensões no sistema de atividade.

Na Figura 88 é representado o sistema de atividades constituído pela Equipe 03, em referência ao episódio 02.

Figura 88 - Sistema Constituído - Equipe 03 - Episódio 2



Fonte: Elaborado pela autora.

A ruptura nas regras logo no início da atividade impulsionou tensões no sistema, em particular, esta ação desencadeou uma contradição secundária. Junto a ela foi possível perceber a ocorrência de um dilema. Essas tensões desequilibraram o sistema e impactaram na organização do trabalho da Equipe 03, com implicações diretas na produção matemática por eles desenvolvida.

Mesmo com as dificuldades citadas, o esforço da Equipe 03 e a mediação da pesquisadora fizeram que os estudantes conseguissem exibir o gráfico e a tabela do modelo da Lei de Resfriamento, com as condições dadas na tarefa. O processo de moldagem recíproca é percebido quando a Equipe 03 alternou os modos de interpretar e analisar os dados nas diferentes representações contidas no ambiente de simulação do *Modellus*.



Outras tensões emergiram, entre elas, um dilema e um conflito. O dilema surgiu devido as avaliações incompatíveis a respeito do sinal negativo que aparece no modelo da Lei de Resfriamento. Para os estudantes, o sinal estava interligado a constante k , no entanto, na tarefa esse valor era positivo, logo aquela situação era dissonante para eles. Já o conflito emergiu dos pontos de vistas contrários em relação a direção a ser seguida para resolver a tarefa, que basicamente se concentrava entre resolução analítica *versus* simulação no *Modellus*.

Outro dilema apareceu em virtude dos estudantes se depararem com uma aproximação para o instante de tempo que o objeto levaria para alcançar a temperatura indicada na tarefa. Em minha análise, isto pode ter conexões com a forma com que esses estudantes enxergam a Matemática, de forma encapsulada, ou seja, uma ciência exata que fornece respostas precisas e ‘exatas’.

Quando os estudantes, juntos, tentavam estabelecer argumentos matemáticos para suas respostas, provenientes da simulação no *Modellus*, um miniciclone começou a se desenvolver. Contudo, acredito que o tempo que os estudantes levaram para entender o que representava cada termo, devido à quebra das regras, somado ao tempo que destinaram a resolução analítica, impediram que o miniciclone avançasse, e com isso, o sistema de atividade da Equipe 03 se manteve praticamente estático.

Embora o foco da proposta de estudo era estudar as EDO por meio de uma abordagem qualitativa com uso de TD, a ideia de integrar a ela um item que exigia a resolução analítica, era evidenciar que tanto o pensar-com-lápis-e-papel quanto o pensar-com-*Modellus*-ChatGPT são caminhos válidos, com a diferença de que, de modo singular, essas tecnologias produzem diferentes tipos de conhecimento matemático. Assim como Rezende (2003) penso que o trabalho desenvolvido para a aprendizagem de Matemática precisa abranger o rigor matemático, as construções e as suas significações.



6. Avanços teóricos na ferramenta analítica dos miniciclones de aprendizagem expansiva

Essa seção visa evidenciar os avanços teóricos em relação a ferramenta analítica dos miniciclones de aprendizagem expansiva. Como já discutido anteriormente, se por um lado o início e o final de um miniciclone podem ser percebidos de maneira mais acentuada (Souto, 2013; Borba *et al.*, 2022), por outro lado, o meio desse miniciclone é nebuloso, o que dificulta a identificação de seus movimentos: rotacionar e transladar.

Para conseguir visualizar a rotação e a translação com maior clareza, me apoiei as manifestações discursivas de contradições internas de Engeström e Sannino (2011). Isto porque, nesse processo, as pistas linguísticas presente nos discursos dos participantes e combinadas com a interpretação de suas características, me possibilitaram identificar as tensões que ocorriam no Sistema S-H-C-M. Mas de que maneira essas contradições poderiam revelar os movimentos de rotação e translação do miniciclone?

A resposta para o questionamento acima advém de duas perspectivas. A primeira delas reside nas próprias possibilidades expansivas das mídias em ocupar diferentes polos ou assumir um duplo papel no sistema de atividade, que ressaltam como elas se transformam na atividade, “por meio de movimentos contínuos de uma construção coletiva, que vivencia conflitos e contradições” (Souto; Araújo, 2013, p. 87).

A outra perspectiva é alinhada ao pensamento de Engeström (2016, p. 265) de que o sistema de atividade é “um todo sistêmico interconectado”, em que “no núcleo das interconexões há contradições internas”, sendo elas fundamentais quando lidamos com transições e transformações.

Apoiada nessas perspectivas, vislumbrei que o reconhecimento de contradições no Sistema S-H-C-M proporcionaria uma melhor visualização acerca dos movimentos de rotação e translação dos miniciclones de aprendizagem expansiva, uma vez que, as contradições alimentam o desenvolvimento do miniciclone, e nessa medida, poderiam ou não alavancar expansões no sistema de atividades.

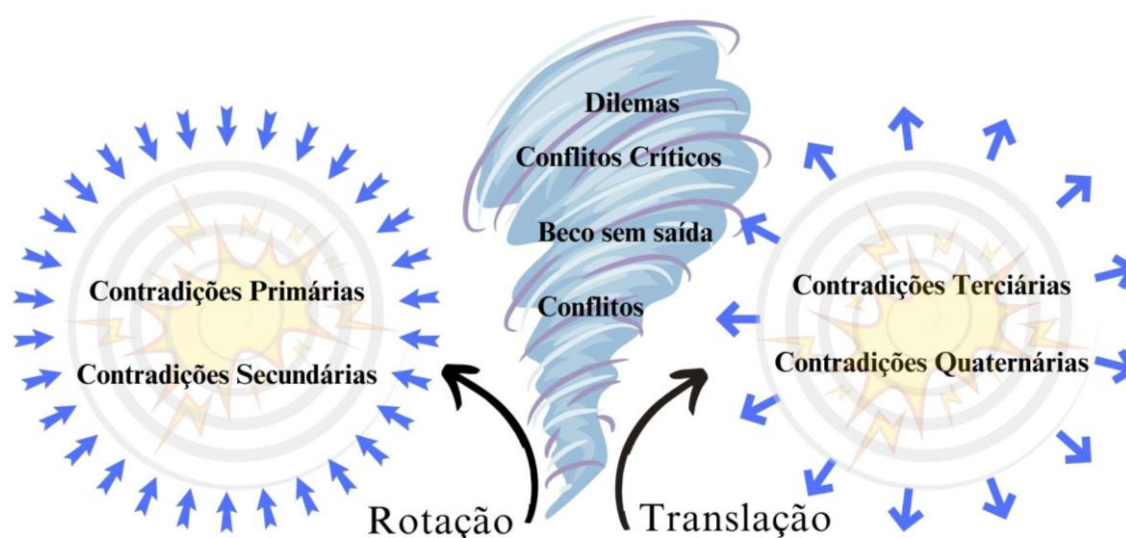
Nos dados da pesquisa, as quatro manifestações discursivas de contradições internas foram identificadas. Ao todo foram dez situações de dilema; nove de conflito, três conflitos críticos e quatro becos sem saída (duplo vínculo). Sobre os níveis de contradição foi verificado a existência de contradições primárias, contradições secundárias e contradições terciárias, com maior recorrência de contradições secundárias. As contradições secundárias aconteceram entre os polos artefatos e objeto; sujeitos e regras; e artefatos e sujeitos.



Nas análises foi possível observar que as contradições primárias e secundárias convergiam para o movimento de rotação dos miniciclones, enquanto a contradição terciária para o movimento de translação. É oportuno esclarecer que essas contradições foram desencadeadas por recorrentes situações de dilemas e conflitos, e com menos frequência, porém igualmente importante, os conflitos críticos e duplos vínculos (beco sem saída) também impulsionaram o surgimento desses níveis contradições.

Na Figura 89 é ilustrada uma representação sobre a compreensão dos movimentos de rotações e translação dos miniciclones associados as contradições internas.

Figura 89 - Movimentos dos miniciclones e as contradições internas



Fonte: Elaborada pela autora.

A Figura 89 explicita que a existência de contradições primárias e secundárias estão intimamente ligadas ao movimento de rotacionar, enquanto as contradições terciárias e quaternárias ao movimento de transladar. No primeiro caso, as setas voltadas para dentro indicam que a rotação decorre de fatores **internos** ao próprio sistema. Esse fato se articula com os pressupostos de que as contradições primárias acontecem **dentro** de cada elemento constituinte da atividade central (Engeström; Sannino, 2011) e as secundárias **entre** os polos do sistema. Essas observações em conjunto com os resultados dessa pesquisa, me permitiram considerar que o movimento de rotação está associado ao aparecimento desses níveis de contradições.

No segundo caso, as setas voltadas para fora indicam que o movimento de translação resulta de influências externas, o que também se aproxima das definições das contradições



terciárias e quaternárias. As contradições terciárias emergem quando a forma dominante da atividade central se choca com a “forma da atividade central culturalmente mais avançada”, enquanto as contradições quaternárias emergem das relações “entre a atividade central e suas atividades vizinhas” (Engeström, 2016, p. 116).

Em minha interpretação, mesmo que as contradições terciárias ocorram internamente ao sistema, elas são impulsionadas por fatores externos que envolvem aspectos sociais, históricos e tecnológicos, tal como ocorreu nesse estudo. Aqui, a forma dominante de produção matemática dos estudantes colidiu com a forma da atividade central. Esse padrão dominante, como bem pontua Souto (2013) é estrutural e fruto histórico da maneira com que ensinamos e aprendemos Matemática. Com essa visão, é plausível admitir que tanto as contradições terciárias quanto as quaternárias se relacionam com o movimento de translação.

Como pontua Engeström (2016, p. 265), as contradições são essenciais para interpretar e analisar os processos que geram “movimento, desenvolvimento e mudança” em um sistema de atividade. Assim, a identificação das contradições desvelou gradativamente o meio nebuloso do desenvolvimento do miniciclone de aprendizagem expansiva, pois favoreceu o reconhecimento dos movimentos de rotação e translação, e consequentemente contribuiu para a compreensão acerca das expansões que ocorreram nos papéis desempenhados pelas tecnologias, e para a análise dos fatores impeditivos que inibiram ou retraíram transformações no Sistema S-H-C-M.



7. Considerações Finais

Essa pesquisa teve como objetivo compreender como se desenvolveram os miniciclones de aprendizagem expansiva em uma disciplina de EDO no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Amazonas, utilizando tecnologias e abordagens pedagógicas alternativas. Os dados analisados foram produzidos em um semestre letivo e dispostos em dois episódios, intitulados respectivamente como: i) pensando-com-ChatGPT na construção de campos de direções e ii) pensando-com-*Modellus* na análise de resfriamento de objetos.

A proposta de estudo, que é um elemento do Sistema S-H-C-M, se alicerçou no uso de tecnologias não usuais (para os estudantes), ruptura da encapsulação da aprendizagem e princípios de aprendizagem ativa. Neste último caso, a meu ver, para que um miniciclone se desenvolva, uma condição necessária é os estudantes atuarem como protagonistas de sua própria aprendizagem, com autonomia de trabalho. Nesta tese, chamo a construção dessa proposta como abordagem pedagógica alternativa, por considerar que ela representa uma teorização metodológica de ensino, onde as atividades planejadas foram cuidadosamente elaboradas para impulsionar os movimentos dos miniciclones de aprendizagem expansiva.

A TA e o Sistema S-H-C-M sustentam teoricamente esse estudo. No que se refere à TA, me apoio à compreensão acerca da estrutura da atividade como um sistema dinâmico e coletivo, onde há uma multiplicidade de relações que perpassam a tríade sujeitos-artefatos-objeto. Nela, as regras, comunidade e divisão de trabalho são incorporadas ao sistema de atividade, isto porque elas também influenciam as ações humanas e medeiam as relações entre os componentes constituintes do sistema.

A releitura dessa estrutura sistemática, que é o Sistema S-H-C-M evidencia que as mídias são agentes mobilizadores na atividade e que elas têm poder de ação. Em virtude disso, elas podem se deslocar para quaisquer vértices do sistema, assim como podem nele desempenhar, um duplo papel. Nesse sistema formado por atores humanos e atores não humanos é incluída a proposta de estudo que medeia as regras e a organização do trabalho, além disso, a expressão ‘divisão’ de trabalho é intencionalmente alterada para ‘organização’ de trabalho, mudança esta que se harmoniza aos pressupostos do construto S-H-C-M.

As ferramentas analíticas empregadas foram os miniciclones de aprendizagem expansiva e as manifestações discursivas de contradições internas. Os miniciclones contribuíram para a compreensão de como o sistema de atividades se constituiu, enquanto as manifestações discursivas possibilitaram a identificação das contradições internas



desencadeadas no processo de moldagem recíproca e no desenvolvimento dos miniciclones, com pistas sobre a direção que o miniciclone iria tomar. Dessa maneira foi possível responder à pergunta de pesquisa “como ocorre a aprendizagem na disciplina de EDO em coletivos de humanos-com-tecnologias e abordagens pedagógicas alternativas no ensino superior amazônico?”.

No primeiro episódio, onde a tecnologia protagonista foi o ChatGPT, os papéis que ele desempenhou foram de artefato, objeto da atividade, regras e comunidade. Isso ocorreu de forma diferente em cada equipe.

Na Equipe 01 as interações entre estudantes-com-ChatGPT direcionaram o *chat* para o espaço problema da atividade, já que levou os estudantes a produzirem soluções até então não imaginadas por eles no aplicativo do *Visual Studio Code*. O ChatGPT forneceu a Equipe códigos para gerar o campo de direções, que precisaram ser interpretados pelos estudantes. A cada erro na execução do código, a equipe interagiu novamente com o ChatGPT e pedia correções. Com os retornos da IA junto ao conhecimento prévio de um dos estudantes sobre linguagem de programação, essa equipe reorganizava suas formas de pensar. Percebo que o ChatGPT participou como coautor dessa produção de conhecimento matemático.

Na Equipe 02 os dados mostraram que o ChatGPT ocupou a função das regras, na medida em que as ações das estudantes se mostravam condicionadas ao passo a passo sugerido pela IA para a construção do campo de direções no *GeoGebra*. Já a *internet* desempenhou um duplo papel no sistema de atividades: o de artefato mediador e de comunidade. Essa dupla função decorreu das tensões geradas pelas tentativas frustradas de plotagem do campo com o *GeoGebra*. As estudantes recorreram a *internet* como estratégia para tentar superar aquelas tensões. Essa ação refletiu no trabalho entregue pela Equipe 02, uma vez que, desse ponto em diante, as estudantes buscavam por meio das perguntas direcionadas ao ChatGPT, fazer com que ele fornecesse exatamente os mesmos comandos, vistos no campo de entrada de uma imagem consultada na *internet*.

Na Equipe 03 o ChatGPT além do papel natural de artefato, atuou como comunidade. Os estudantes buscavam no ChatGPT formas de melhor entender o limite da população solicitado na tarefa, já que o *Wolfram Alpha*, não foi suficiente para que eles conseguissem interpretar as representações dispostas no aplicativo. Nesse momento, estudantes e ChatGPT compartilhavam do mesmo objeto.

A primeira opção da Equipe 03 foi o *GeoGebra*. No início, esse *software* estava sendo direcionado para o espaço problema da atividade, entretanto, assim como aconteceu com as



demais equipes, o uso do *GeoGebra* alavancou tensões no sistema. Para avançar, os estudantes decidiram explorar o *Wolfram Alpha* e no decurso dos trabalhos, essa TD ocupou a função de objeto da atividade, visto que os estudantes conjecturavam suas hipóteses apoiados nos dados fornecidos pelo aplicativo, e na mesma proporção testavam e avaliavam cada uma delas, com as possibilidades de uso ofertadas no próprio *Wolfram Alpha*.

Importa frisar que as primeiras tensões identificadas neste episódio se originaram nas tentativas não exitosas das equipes em exibir o campo de direções com o *GeoGebra*. Ainda que o ChatGPT tenha oferecido várias sugestões, aspectos como ‘conhecer’ ou ‘ouvir falar’ sobre certa tecnologia, foram fatores decisivos para a tomada de decisão dos estudantes, o que de certa maneira, explica a preferência das equipes pelo *GeoGebra*, que é um dos destaques da quarta fase das TD. No entanto, a falta de fluência com esta calculadora gráfica predominou e levou ao surgimento de tensões. Em razão disso, outro caminho foi tomado por duas das equipes, para a continuidade dos trabalhos.

As quatro manifestações discursivas de contradições internas foram identificadas ao longo desse episódio. Emergiram, cinco situações de dilema; seis de conflito, um conflito crítico e três becos sem saída. Nas Equipes 02 e 03 também foi possível verificar a existência de contradições secundárias e terciárias, neste último caso, ocorrido somente com a Equipe 03. Todas essas tensões alimentaram o desenvolvimento do miniciclone, muitas delas, impulsionadas pela necessidade dos estudantes em interpretar as informações dispostas na representação do campo de direções.

É preciso pontuar novamente, que a escolha pelo *ChatGPT* para compor uma das tarefas da abordagem pedagógica foi intencional. Isto porque, essa IA causou um alvoroço quase que instantâneo em seu lançamento por sua capacidade de criar conteúdo, o que preocupou muitos pesquisadores, especialmente no tocante as questões éticas e a desinformação.

A ideia de que o computador poderia substituir a atividade humana parecia voltar à tona com o anúncio do ChatGPT, mas como já discutido ao longo dessa tese, não se trata de substituir a mente humana, mas amplificar e potencializar nossas funções cognitivas. Os dados analisados demonstraram o alto poder disruptivo da IA, uma vez que ela alterou radicalmente os cenários de aprendizagem.

Se, por um lado, as respostas da IA causaram inquietação, incertezas e dúvidas nos estudantes, como na tentativa não exitosa da equipe em plotar o campo de direções com o *GeoGebra* seguindo o passo a passo fornecido pelo ChatGPT, por outro lado, essa mesma IA



ofereceu novos percursos que mobilizaram os estudantes a um aprendizado aberto, por meio das diferentes estratégias de resolução sugeridas.

O que quero frisar é que são inúmeras as oportunidades que o *ChatGPT* pode oferecer para estudantes e professores, seja para ver um conteúdo sob outras perspectivas, discutir a validade das respostas geradas, ou ainda, para aprender algo novo, assim como eu aprendi e me encontrei estudando linguagem *Python* de programação em pleno desenvolvimento dessa pesquisa. De forma literal eu estava na zona de risco, onde muitas perguntas imprevisíveis poderiam emergir diante dos *feedbacks* da IA. Com esse entendimento, eu também me vi dentro de um miniciclone de aprendizagem expansiva.

O uso das IA na sala de aula necessita de um bom planejamento, de modo que as questões propostas possam amplificar as potencialidades dessa tecnologia para o processo de aprendizagem. Ademais, o momento de compartilhamento das justificativas para as soluções encontradas favoreceu a construção de um espaço propício para discutir, contrapor, questionar, argumentar e analisar as respostas e interpretações dadas pela IA, visto que elas não são incontestáveis, nem totalmente confiáveis. Reforço, portanto, a importância do papel docente em orientar o percurso, para que ele seja convergente ao uso crítico e consciente da IA.

Acredito que o ator tecnológico ChatGPT, presente na proposta de estudo desta tese, é um passo a caminho de compreensões a respeito de como o conhecimento matemático pode ser produzido no coletivo seres-humanos-com-ChatGPT. Ao final da seção 1 pontuei que a IA já se encaminha como um marco da 6ª fase das TD e agora justifico o porquê. O surgimento de uma nova fase está interconectado às possibilidades que as inovações tecnológicas podem proporcionar para o trabalho investigativo em Matemática, ou ainda, quando colocam em movimento a comunidade de educadores matemáticos, que se sentem instigados e desafiados a elaborar problemas, tarefas e/ou atividades que sejam solucionadas coletivamente por atores humanos e atores tecnológicos.

No âmbito dessa pesquisa, os resultados apontaram que houve uma reconfiguração do cenário de produção do conhecimento matemático, isto porque, a pergunta aberta que compunha a tarefa do primeiro episódio, fez com que o ChatGPT não fornecesse imediatamente uma solução pronta para as equipes. Consequentemente os estudantes buscaram caminhos alternativos para chegar as soluções criativas a partir do pensar-com-ChatGPT. Em razão do exposto, é inequívoco que as IA Generativas já se apresentam como um símbolo característico de uma 6ª fase das TD.



Em síntese, o episódio 01 oportunizou discutir em conjunto com os estudantes, o comportamento assintótico de uma EDO, com a identificação dos pontos de equilíbrio, análise da estabilidade desses pontos (estável ou instável) e de modo geral, o estudo do comportamento da solução a longo prazo.

No segundo episódio, o *Modellus* foi a tecnologia escolhida para o trabalho de investigação Matemática. Na Equipe 01, os dados mostraram que houve um duplo papel desempenhado por esse *software* no sistema de atividade: sujeito e artefato. Enquanto na Equipe 02, ele atuou em determinado momento como objeto da atividade. Interessa reforçar que na Equipe 03 não foi observado nenhuma expansão no papel dessa tecnologia.

Bem como ocorreu no episódio 01, as quatro manifestações discursivas de contradições internadas foram verificadas, com a ocorrência de cinco situações de dilema; três conflitos; dois conflitos críticos e um beco sem saída. Houve também a identificação de uma contradição primária e duas contradições secundárias.

Os movimentos dos miniciclones de aprendizagem expansiva possibilitaram visualizar os deslocamentos e os diferentes papéis que as tecnologias ocuparam no Sistema S-H-C-M, e com isso foi possível compreender como ocorreu a aprendizagem de EDO no coletivo de humanos-com-tecnologias e abordagens pedagógicas alternativas.

Os resultados me permitem responder que a aprendizagem de EDO aconteceu de forma gradativa e evolutiva com a participação de diferentes tecnologias, entre elas, o ChatGPT, *Modellus*, *Visual Studio Code*, calculadora, lápis e papel, *GeoGebra* e *Wolfram Alpha*. Os retornos dados pelas mídias influenciaram o raciocínio matemático dos aprendizes e nessa medida, condicionavam suas ações. As soluções encontradas e as justificativas elaboradas também foram moldadas pela participação desses atores não humanos, em um processo contínuo de testes, validações e reinterpretações, o que ressalta como as mídias são verdadeiros agentes mobilizadores.

As discussões em grupo e os momentos de socialização em sala de aula, com a apresentação dos argumentos matemáticos de cada equipe foram fundamentais para sanar dúvidas, estimular o engajamento dos estudantes e discutir criticamente as respostas geradas pelas tecnologias.

Importa destacar que a abordagem pedagógica alternativa foi propulsora para desencadear os movimentos dos miniciclones, uma vez que ela desestabilizou os modos de produção Matemática daqueles estudantes. O fato de estudar o comportamento das soluções das EDO sem resolvê-la analiticamente causou estranheza para vários estudantes, enquanto para



outros, gerou certa motivação. Mesmo para esses estudantes que se motivaram, a necessidade em resolver analiticamente a EDO no primeiro episódio (não solicitado na tarefa) colocou em evidência a forma encapsulada de como historicamente o ensino e a aprendizagem Matemática têm se pautado.

O trabalho coletivo e colaborativo que integrava a abordagem pedagógica alternativa igualmente contribuiu para que o desenvolvimento da aprendizagem. Em minha análise, ele se constituiu como uma fonte discursiva, que gerou tensões e alimentou o desenvolvimento do miniciclone de aprendizagem expansiva, visto que os estudantes partilhavam suas opiniões, discutiam, discordavam, negociavam e nessa tessitura produziam significados para as representações e soluções das EDO.

Uma das contribuições desta tese é o avanço em relação a ferramenta analítica dos miniciclones de aprendizagem expansiva para análise do Sistema S-H-C-M, pois de forma complementar a ela, trago as manifestações discursivas de contradições internas que favoreceram a identificação das tensões que impulsionaram ou não expansões no sistema de atividade. Além disso, a abordagem pedagógica alternativa, idealizada e organizada para provocar os movimentos dos miniciclones amplifica e fortalece essa contribuição.

Muitas foram as dificuldades enfrentadas, mas quero destacar a instabilidade de conexão à *internet*. Esse fato causou o surgimento de tensões, que em vários momentos, paralisavam as ações dos estudantes e os desmotivavam. Isto fez com que em algumas ocasiões negociássemos aulas adicionais, para que a sequência do trabalho não fosse descontinuada.

Há uma discrepância e uma ligeira desigualdade em relação ao acesso à *internet* na região norte, e mais especificamente, nas regiões interioranas. Ao trabalhar na formação de professores vislumbro o documento da Base Nacional Comum Curricular da Computação homologada em 2022, e me questiono quais os mecanismos e condições que estão sendo dadas para a sua efetivação, considerando por exemplo, o contexto amazônico em que atuo. Ainda que não seja o foco desta tese tratar desse aspecto, julguei necessário fazer esse comentário como uma forma de marcar meu posicionamento sobre a desigualdade existente, que nos limita e segrega socialmente.

Feita essa observação, me volto a autocrítica para compartilhar aquilo que se eu pudesse redesenhar, o faria. No episódio 02, por exemplo, acredito que se, em um dos itens da tarefa fosse proposta a marcação da temperatura do bolo em um certo instante de tempo, associada à variação dos valores de k , e solicitado que, para cada caso, fosse criado um objeto que a representasse, talvez esse movimento e a representação obtida pudessem fazer com que os



estudantes compreendessem melhor a função da constante k e seu impacto no comportamento da solução de uma EDO. Nessa etapa também senti a necessidade de mais tempo para que os estudantes realizassem a tarefa, pois percebi que a aula de ambientação com o *software* não foi suficiente para que eles entendessem de modo geral, o funcionamento do *Modellus*.

Algumas questões também me fizeram pensar sobre como o Sistema S-H-C-M seria constituído se a construção do campo de direções fosse feita nos GPTs que integram o ChatGPT. Essa reflexão direciona para outras possibilidades de investigar o papel do ChatGPT na produção do conhecimento matemático e principalmente para a criação de questões abertas que coloquem o coletivo pensante estudantes-com-ChatGPT em movimentos de miniciclones de aprendizagem expansiva.

Certamente, as IA Generativas se somam a essa rede coletiva de atores humanos e não humanos que produzem conhecimento matemático. Portanto, finalizo essas considerações com a esperança de que ao invés de nos distanciarmos, no sentido de proibição do uso das inovações tecnológicas, tal como o ChatGPT e outras IA Generativas nas salas de aula, possamos nos direcionar para um horizonte de uso responsável e crítico das IA nesse espaço, que é formativo.



Referências Bibliográficas

ALMEIDA, H. R. F. L. Das tecnologias às tecnologias digitais e seu uso na educação matemática. **Nuances: Estudos sobre Educação**, Presidente Prudente, v.26, n.2, p. 224-240, 2015. Disponível em: <https://revista.fct.unesp.br/index.php/Nuances/article/view/2831>. Acesso em: 10 jan. 2023.

ALMEIDA, H. R. F. L. DE; LEONARDO, M. Z. DE A. Aprendizagem Ativa e Tecnologias Digitais no Ensino de Área e Perímetro. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 16, n. 41, p. 1-23, 27 abr. 2023. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/1617>. Acesso em: 10 jan. 2023.

ALMEIDA, V.; NAS, E. Desafios da IA responsável na pesquisa científica. **Revista USP**, São Paulo, n. 141, p. 17–28, 2024.

ALVES, M. B. **Equações Diferenciais Ordinárias em cursos de Licenciatura de Matemática – formulação, resolução de problemas e introdução à modelagem matemática**. 2008. 83 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas, Belo Horizonte, 2008.

ARAÚJO, S. A. **Utilizando a dimensão sociocrítica da modelagem matemática no ensino de Equações Diferenciais para o curso de licenciatura em matemática**. 2020. 198 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2020.

BARBIER, R. **A Pesquisa-Ação**. Brasília: Liber, 2007.

BARROS FILHO, A. A. **A resolução de problemas físicos com Equações Diferenciais Ordinárias lineares de 1ª e 2ª ordem: análise gráfica com o software Maple**. 2012. 228 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Minas Gerais, 2012.

BARROS, M. C. **Equações Diferenciais Ordinárias no contexto dos registros de representação semiótica e da modelagem matemática**. 2017, 258 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2017.

BICUDO, M. A. V. A. Pesquisa em educação matemática. **Pro-Posições**, Campinas, v. 4, n. 1, p. 18-23, nov. 1993.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C. Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção do conhecimento matemático. In: I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática, 2002, Curitiba. **I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática**, 2001. v. 1. p. 135-146. Disponível em: https://igce.rc.unesp.br/Home/Pesquisa58/gpimem-pesqeminformaticaoutrasmidiaseducacaomatematica/coletivos_seres-humanos-com-midias_e_a_producao_de_-matematica.pdf. Acesso em: 11 jun. 2025.



BORBA, M. C. Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e Reorganização do pensamento. In: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 285-295.

BORBA, M. C.; ALMEIDA, H.R.F.L.; GRACIAS, T. A. S. **Pesquisa em ensino e sala de aula: diferentes vozes em uma investigação**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2020.

BORBA, M. C.; BALBINO JÚNIOR, V. R. O ChatGPT e a Educação Matemática. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 25, n.3, p. 142-156, 2023.

BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; AMARAL, R. B. **Educação a Distância online**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2021.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 6 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

BORBA, M.; SCUCUGLIA, R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2021.

BORBA, M.; SOUTO, D. L. P. CANEDO JUNIOR, N. R. **Vídeos na Educação Matemática: Paulo Freire e a quinta fase das tecnologias digitais**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2022.

BORBA, M.; SOUTO, D. L. P.; CUNHA, J. F. T.; DOMINGUES, N. S. Humans-with-Media: Twenty-Five Years of a Theoretical Construct in Mathematics Education. In: PEPIN. B.; GUEUDET, G.; CHOPPIN, J. (Eds.). **Handbook of Digital Resources in Mathematics Education**. Cham: Springer, 2023, p. 1-26.

BORBA, M.; VILLARREAL, M. E. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. v. 39, New York: Springer, 2005.

BRAGAGNOLLO, K. F.; OENNING, W. G.; SOUTO, D. L. P. (2020). Tecnologias Digitais na Licenciatura em Matemática: Outro Zoom. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 13, n. 33, p. 1-19, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.46312/pem.v13i33.10573>. Acesso em: 15 ago. 2022.

BRASIL, República Federativa. **Resolução CNE/CP nº 4**, de 29 de maio de 2024. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Brasília, 2024. Disponível em: https://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=258171-rcp004-24&category_slug=junho-2024&Itemid=30192. Acesso em: 26 jun. 2025.

BRASIL, República Federativa. **Resolução nº 466**, de 12 de dezembro de 2012. Ministério da Saúde. Conselho Nacional de Saúde. Brasília, 2012. Disponível em: https://bvsm.sau.gov.br/bvs/saudelegis/cns/2013/res0466_12_12_2012.html. Acesso em: 04 mai. 2021.



BRASIL, República Federativa. **Resolução nº 510**, de 07 de abril de 2016. Ministério da Saúde. Conselho Nacional de Saúde. Brasília, 2016. Disponível em: <http://conselho.saude.gov.br/resolucoes/2016/Reso510.pdf>. Acesso em: 04 mai. 2021.

CANEDO JÚNIOR, N. R. A “**modelagem**” como uma “**atividade**” de “**Seres-Humanos-Com-Mídias**”. 2014. 238 f. Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2014.

CENCI, A.; DAMIANI, M. F. Desenvolvimento da Teoria Histórico-Cultural da Atividade em três gerações: Vygotsky, Leontiev e Engeström. **Roteiro**, [S. l.], v. 43, n. 3, p. 919–948, set./dez. 2018. Disponível em: <https://periodicos.unoesc.edu.br/roteiro/article/view/16594> . Acesso em: 29 abr. 2023.

CHIARI, A. S. DE S. Tecnologias Digitais e Educação Matemática: relações possíveis, possibilidades futuras. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 11, n. 26, 28 fev. 2019. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/6570>. Acesso em: 20 dez. 2024.

CHIARI, A. S. S.; BORBA, M. C.; SOUTO, D. L. P. A Teoria da Atividade na Produção de Material Didático Digital Interativo de Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática [online]**. 2019, v. 33, n. 65, p. 1255-1275, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a14> . Acesso em: 10 abr. 2022.

COSTA, R. F. **Aprendizagem da Matemática com Cartoons: qual o papel das tecnologias digitais?** 2017. 175 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade do Estado de Mato Grosso, Barra do Bugres, 2017.

CRESWELL, J. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Porto Alegre, RS: Artmed, 2010.

CUNHA, M. I. Inovações na educação superior: impactos na prática pedagógica e nos saberes da docência. **Em aberto**, v. 29, n. 97, p. 97- 101, 2016. Disponível em: <http://rbepold.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/view/2955>. Acesso em: 05 mai. 2023.

CUNHA, J. F. T. **Licenciatura híbrida de Matemática: quais são os papéis dos vídeos digitais**. 2023. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2023.

CUNHA, J. F. T.; BORBA, M. C. Visões de agency e a produção de conhecimentos matemáticos em coletivos Seres-Humanos-Com-Coisas. In: BORBA, M. C.; XAVIER, J. F.; SCHÜNNEMANN, T. A (Org.) **Educação matemática: múltiplas vozes sobre tecnologias digitais**. São Paulo: Livraria da Física, 2023, p. 39-50.

D’AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da Teoria à Prática**. Campinas: Papius, 2012.

DEODATO, A. A.; DAVID, M. M. M. S.; COELHO, L. M. C. C. Apropriação da Teoria Histórico-Cultural da Atividade: (Micro)análise de uma sala de aula de matemática no contexto das escolas de tempo integral. In: DEODATO, A. A.; KAWASAKI, T. F (Org.) **Teoria da**



Atividade em Construção: Possíveis diálogos. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2022, p. 173-195.

DEWEY, J. **Experiência e Educação.** 2 ed. São Paulo: Nacional, 1976.

DIESEL, A.; SANTOS BALDEZ, A. L.; NEUMANN MARTINS, S. Os princípios das metodologias ativas de ensino: uma abordagem teórica. **Revista Thema**, [S. l.], v. 14, n. 1, p. 268–288, 2017. DOI: 10.15536/thema.14.2017.268-288.404. Disponível em: <https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/404>. Acesso em: 10 abr. 2022.

DOMINGUES, N. S. **Festival de vídeos digitais e Educação Matemática: uma complexa rede de sistemas seres-humanos-com-mídias.** 2020, 279 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2020.

DULLIUS, M. M; ARAUJO, I. S; VEIT, E. A. Ensino e Aprendizagem de Equações Diferenciais com Abordagem Gráfica, Numérica e Analítica: uma experiência em cursos de Engenharia. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, v. 24, n. 38, p. 17-42, 2011.

DULLIUS, M. M; ARAUJO, I.S; VEIT, E.A. Dificuldades dos Alunos na Aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**. v.6, n.2, p. 207-228. 2013.

ENGESTRÖM, Y. **Aprendizagem Expansiva.** Trad. Fernanda Liberali, 2ª ed. Campinas, SP: Pontes Editores, 2016.

ENGESTRÖM, Y. Development, movement and agency: Breaking away into mycorrhizae activities. In: YAMAZUMI, K. (Ed.). **Building activity theory in practice: Toward the next generation.** Kansai: Kansai University Press, 2006. p.1-43. <https://doi.org/10.1017/CCOL0521831040.015>. Acesso em: 29 ago. 2024.

ENGESTRÖM, Y. Expansive Learning at Work: Toward an activity theoretical reconceptualization. **Journal of Education and Work**, London, v. 14, n. 1, p. 133–156, 2001.

ENGESTRÖM, Y. **Learning by expanding: an activity-theoretical approach to developmental research.** Helsinki: Orienta-Konsultit, 1987.

ENGESTRÖM, Y. Non scolae sed vitae dissimus: Como superar a encapsulação da aprendizagem escolar. In: HARRY, Daniels (Org.). **Uma introdução à Vygotsky.** São Paulo: Edições Loyola, 2002, p. 175-198.

ENGESTRÖM, Y.; SANNINO, A. Discursive manifestations of contradictions in organizational change efforts: A methodological framework. **Journal of Organizational Change Management**, v. 24, p. 368 – 387, 2011. Doi <https://doi.org/10.1108/09534811111132758>

ENGESTRÖM, Y.; SANNINO, A. Studies of expansive learning: foundations, findings, and future challenges. **Educational Research Review**, v. 5, p. 1-24, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2009.12.002> . Acesso em: 15 jun. 2022.



FERNANDES, F. S.; GARNICA, A. V. M. Metodologia de Pesquisa em Educação Matemática: éticas e políticas na inserção de novos sujeitos, cenários e conhecimentos. **Perspectivas Da Educação Matemática**, v.14, n. 34, p. 1-16, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.46312/pem.v14i34.12785> . Acesso em: 16 jul. 2022.

FERREIRA, M. C. C.; DAVID, M. M. M. S.; TOMAZ, V. S. Expansão do conhecimento específico do professor de matemática na atividade em sala de aula. In: DEODATO, A. A.; KAWASAKI, T. F (Org.) **Teoria da Atividade em Construção: Possíveis diálogos**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2022, p. 173-195.

FERREIRA, G. M. S.; OZÓRIO, G. G.; MOREIRA, L. C. P. Metodologias ativas nas concepções de docentes do ensino superior: “um nome novo que não diz nada”? **Revista Internacional de Educação Superior**, Campinas, v. 9, p. e023048, 2022. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/riesup/article/view/8665518>. Acesso em: 29 abr. 2023.

FLICK, U. **An Introduction to Qualitative Research**. 4 ed. London: Sage Publications, 2009.

FLICK, U. **Introdução à metodologia de Pesquisa: um guia para iniciantes. Tradução de Magda Lopes**. Porto Alegre: Penso, 2013.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 25 ed. São Paulo: Paz & Terra, 1996.

FREIRE, T. B. F. **Uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa para o estudo de Equações Diferenciais Ordinárias**. 2017. 187 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2017.

GALLEGUILLLOS, J. E. B. **Modelagem matemática na modalidade online: análise segundo a teoria da atividade**. 2016. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Unesp, Rio Claro, 2016.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. 10ª ed. – Rio de Janeiro: Record, 2007.

GRACIAS, T. A. **A natureza da reorganização do pensamento em um curso a distância sobre Tendências em Educação Matemática**. 2003, 165 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP. Rio Claro, 2003.

GRYMUZA, A. M. G.; RÊGO, R. G. A teoria da atividade: uma possibilidade no ensino de matemática. **Revista Temas em Educação**, [S. l.], v. 23, n. 2, p. 117–138, 2014. Disponível em: <https://periodicos.ufpb.br/ojs/index.php/rteo/article/view/20864>. Acesso em: 20 mar. 2022.

GUIMARÃES, U. A.; ROCHA, J. R. A.; SANTOS, S. L.; SANTOS, N. S. S. Formação de professores: metodologias ativas envolvendo teoria e prática. **RECIMA21 - Revista Científica Multidisciplinar**, v. 4, n. 4, p. e443043, 2023. DOI: 10.47820/recima21.v4i4.3043. Disponível em: <https://recima21.com.br/index.php/recima21/article/view/3043>. Acesso em: 30 abr. 2023.

HEGEL, G. W. F. **Ciência da Lógica 2: a doutrina da essência**. Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 2017.



HENDRICKSON, P. Effect of Active learning techniques on student excitement, interest, and self-efficacy. **Journal of Political Science Education**, v. 17, n. 2, p. 311-325, 2021. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/15512169.2019.1629946>. Acesso em: 29 abr. 2023.

JAVARONI, S. L. **Abordagem geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias**. 2007. 231 f. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2007.

KAWASAKI, T. F. **Tecnologias na sala de aula de matemática: resistências e mudanças na formação continuada de professores**. 2008, 212f. Tese (Doutorado em Conhecimento e Inclusão Social) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: o novo ritmo da informação**. 8. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

KENSKI, V. M.; MEDEIROS, R. A.; ORDÉAS, J. Ensino superior em tempos mediados pelas tecnologias digitais. **Trabalho & Educação**, Belo Horizonte, v. 28, n. 1, p. 141–152, 2019. Disponível em: <https://periodicos.ufmg.br/index.php/trabedu/article/view/9872>. Acesso em: 15 jan. 2025.

LEONTIEV, A. N. **Actividad, conciencia y personalidad**. Buenos Aires: Ediciones Ciencias del Hombre, 1978.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Tradução: Rubens Eduardo Frias. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2004.

LÉVY, P. **As tecnologias da Inteligência, o futuro do pensamento na era da informática**. Trad. Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Editora 34, 2010a.

LÉVY, P. **Cibercultura**. Trad. Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Editora 34, 2010b.

LÉVY, Pierre. **A esfera semântica. Tomo 1: computação, cognição e economia da informação**. São Paulo: Annablume, 2014.

LIMA, E. A. **Estudo das equações diferenciais ordinárias por métodos numéricos: contribuições para o ensino e para a aprendizagem de alunos da licenciatura em matemática**. 2013. 141 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Minas Gerais, 2013.

LINCOLN, Y.; GUBA, E. **Naturalistic Inquiry**. Londres: Sage Publications. Lisboa – Portugal, Edições 70. 1985.

LOPES, A. P. C. **Uma experiência de modelagem matemática no ensino remoto de equações diferenciais para cursos de engenharia**. 2020. 221 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2020.



MACHADO, D. R. **Metodologias Ativas: o papel da pesquisa na formação de professores de Matemática**. 2018, 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). PUCRS, 2018.

MARSHALL, C.; ROSSMAN, G. B. **Designing qualitative research**. 4 ed. Thousand Oaks, California: Sage Publications, 2006.

MARSHALL, M. N. Sampling for qualitative research. **Family Practice**, v. 13, p. 522-525, 1996.

MARX, K. **El Capital – Crítica de la economía política**. México: Fondo de Cultura Económica, 1966.

MELO, I. R. S. **Equações Diferenciais Ordinárias na formação inicial de professores de Matemática através da resolução de problemas**. 2021. 245f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2022.

MIETTINEN, R. Contradictions of High-Technology Capitalism and the Emergence of New Forms of Work. In: SANNINO, A.; DANIELS, H.; GUTIERREZ, K. D (Org.) **Learning and Expanding with Activity Theory**. Cambridge University Press, 2009, p. 160-175.

MORAN, J. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. In: BACICH, Lilian. MORAN, José (Orgs.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora**. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 2 – 25.

MORAN, J. Mudando a Educação com metodologias ativas. In: SOUZA, C. A.; MORALES, O. E. T. (Orgs.). **Coleção Mídias Contemporâneas. Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens**, v. 2, p. 15-33, 2015. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4941832/mod_resource/content/1/Artigo-Moran.pdf. Acesso em: 16 mai. 2023.

MOREIRA, R. C. **Ensino da matemática na perspectiva das metodologias ativas: um estudo sobre a “sala de aula invertida”**. 2018. 50 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2018. Disponível em: <https://tede.ufam.edu.br/handle/tede/6283>. Acesso em 14 maio 2023.

NAGLE, R. K.; SAFF, E.B; SNIDER, A.D. **Equações Diferenciais**. 8 ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2012.

OLIVEIRA, E. A. **Uma engenharia didática para abordar o conceito de equação diferencial em cursos de Engenharia**. 2014. 159 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

OLIVEIRA, E. A.; IGLIORI, S. B. C. Ensino e aprendizagem de equações diferenciais: um levantamento preliminar da produção científica. **EM TEIA**. Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, v. 4, n. 2, 2013.

PINTO, R. L. **Equações diferenciais ordinárias de variáveis separáveis na engenharia civil: uma abordagem contextualizada a partir de um problema de transferência de calor**. 2021.



Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2021.

PSCHIEDT, A. C. **Inteligência artificial na sala de aula: como a tecnologia está revolucionando a educação**. Matrix, 2024, ebup.

REY, F. G. **Pesquisa qualitativa e subjetividade: os processos de construção da informação**. Tradução por: Marcel Arisdides Ferrada Silva. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005.

REZENDE, W. M. **O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. 2003, 468 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2003.

SANNINO, A. The principle of double stimulation: A path to volitional action. **Learning, Culture and Social Interaction**, v. 6, p. 1-15. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S2210656115000045#preview-section-cited-by>. Acesso em: 30 jun. 2025.

SANTOS, M.A.; ASBAHR, F. S. F. A teoria da atividade de A. N. Leontiev: uma síntese a partir de suas principais obras. **Revista Brasileira da Pesquisa Sócio-histórico-Cultural e da Atividade**. v. 2, n. 1, p.1-23, 2020. Disponível em: <https://www.revistashc.org/index.php/shc/article/view/75>. Acesso em: 22 mar. 2022.

SANTOS, S. C. **A produção matemática em um ambiente virtual de aprendizagem: o caso da geometria euclidiana espacial**. 2006, 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP. Rio Claro, 2006.

SANTOS, D. T.; SANTOS, S. C.; JAVARONI, S. L. O conceito de tecnologia e Seres-Humanos-Com-Mídias: Aspectos epistemológicos da cibernética e educação matemática. In: BORBA, M. C.; XAVIER, J. F.; SCHÜNEMANN, T. A (Org.) **Educação matemática: múltiplas vozes sobre tecnologias digitais**. São Paulo: Livraria da Física, 2023, p. 23-38.

SILVA, A. R. **Uma proposta de ensino de equações diferenciais em cursos de Engenharia Civil à luz da teoria da matemática no contexto das ciências**. 2022. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2022.

SILVA, E. V. **Contribuições da modelagem matemática e das tecnologias para o ensino de Equações Diferenciais Ordinárias**. 2015. 140f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática) - Centro Universitário Franciscano, Santa Maria – RS, 2015.

SILVA, P. O. **Contradições internas no Curso Lic-Toon: Produção de Cartoons Digitais na Formação Inicial de Matemática**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, UNEMAT, Campus de Barra do Bugres, 2019.

SILVA, P. O.; SOUTO, D. L. P. Manifestações discursivas de contradições internas na produção de cartoons matemáticos digitais. **Revista Portuguesa de Educação**, [L], v. 33, n. 2,



p. 136–158, 2020. Disponível em: <https://revistas.rcaap.pt/rpe/article/view/19379> . Acesso em: 1 mai. 2023.

SOARES, D. S.; SOUTO, D. L. P. Tensões no processo de análise de modelos em um curso de cálculo diferencial e integral. **REMATEC**, [S. l.], v. 9, n. 17, p. 46-76, set./dez. 2014. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/316>. Acesso em: 20 dez. 2022.

SOARES, E. S.; TOLEDO, R. O. Reflexões sobre a alienação social: sua condição histórica e possibilidades de superação. In: DEODATO, A. A.; KAWASAKI, T. F. (Org.) **Teoria da Atividade em Construção: Possíveis diálogos**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2022, p. 237-276.

SOUTO, D. L. P. Aprendizagem matemática on-line: quando tensões geram conflitos. **Educação Matemática e Pesquisa**. São Paulo, v.17, n.5, p. 942 – 972, 2015.

SOUTO, D. L. P. Transformações e Moldagem Recíproca na Produção Matemática On-line com Software. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 9, n. 1, p. 182-201, jan./abr. 2016. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/2841>. Acesso em: 20 dez. 2022.

SOUTO, D. L. P.; CUNHA, J. F. T.; BORBA, M. C. **Inteligência Artificial em Educação Matemática**. 1 ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora, 2025.

SOUTO, D. L. P. **Transformações expansivas em um curso de educação matemática a distância online**. 2013. 279 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2013.

SOUTO, D. L. P.; ARAÚJO, J. L. Possibilidades expansivas do sistema seres-humanos-com-mídias: um encontro com a Teoria da Atividade. In: BORBA, M. C.; CHIARI, A. (Org.) **Tecnologias Digitais e Educação Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2013, p. 71-90.

SOUTO, D. L. P.; Borba, M. C. Humans-with-Internet or Internet-with-Humans: A Role Reversal?. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, v. 8, n. 3, p. 2-23, 2018. Disponível em: <https://igce.rc.unesp.br/#!/pesquisa/gpimem---pesq-em-informatica-outras-midias-e-educacao-matematica/material-gpimem/artigos-para-download/>. Acesso em: 28 out. 2022.

SOUTO, D. L. P.; BORBA, M. C. Miniciclo de aprendizagem expansiva em sistema seres-humanos-com-mídias e o fazer matemática online. In: **Anais - Educação Matemática: retrospectivas e perspectivas**. XI ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba, 2013.

SOUTO, D. L. P.; Borba, M. C. Seres humanos-com-internet ou internet-com-seres humanos: Uma troca de papéis?. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 19, n. 2, p. 217-242, 2016.

SOUTO, D. L. P. Cartoons Matemáticos Digitais em salas de aula: tensões, dilemas, conflitos, superações e transformações na aprendizagem . **REMATEC**, Belém, v. 17, n. 42, p. 139–161, 2022. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n42.p139-161.id454. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/454>. Acesso em: 29 ago. 2024.



THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez, 2008.

TIKHOMIROV, O. K. The psychological consequences of computerization. *In*: Wertsch. J. **The Concept of Activity in Soviet Psychology**. NEW YORK: Sharpe, 1981, p. 256-278.

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, v. 31, n. 3, p. 443-466, 2005. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/ep/v31n3/a09v31n3.pdf>. Acesso em: 12 de maio de 2021.

URIAS, G. M. P. C. **Das práticas docentes tradicionais às reflexivas: os caminhos percorridos no processo de mudança metodológica nas aulas de Física em uma instituição de Ensino Superior**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru, 2017. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/150416>. Acesso em: 29 abr. 2023.

VALENTE, J. A. Tecnologias e educação a distância no ensino superior: uso de metodologias ativas na graduação. **Trabalho & Educação, Belo Horizonte**, v. 28, n. 1, p. 97–113, 2019. Disponível em: <https://periodicos.ufmg.br/index.php/trabedu/article/view/9871>. Acesso em: 14 fev. 2023.

VALENTE, J. A.; ALMEIDA, B. M. E.; GERALDINI, A. F. S. Metodologias ativas: das concepções às práticas em distintos níveis de ensino. **Revista Diálogo Educacional**, [S. l.], v. 17, n. 52, p. 455–478, 2017. DOI: 10.7213/1981-416X.17.052.DS07. Disponível em: <https://periodicos.pucpr.br/dialogoeducacional/article/view/9900>. Acesso em: 3 abr. 2022.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

WOBETO, R.; MACHADO, H. L. V.; SANTOS, C. G. O; RODRIGUES, R. F. N.; SOUSA, E. D.; MORAIS, S. J. S. O rei da derivada: metodologia ativa para o ensino de cálculo nas engenharias da UniEvangélica. **X Mostra Científica de ações extensionistas**, v. 3, p. 1-7, 2018. Disponível em <http://anais.unievangelica.edu.br/index.php/extensao/article/view/1715>. Acesso em 18 de maio de 2022.

XAVIER, P. H, F. **Ensino de Equações Diferenciais Ordinárias Baseado no Método PBL (Project/Problem-Based Learning), Integrado a Modelagem Computacional com a Simulação**. 2015. 86 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial) - Centro Universitário SENAI CIMATEC, Salvador, 2016.



Apêndice A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO - TCLE

Eu, Sabrina de Souza Rodrigues, doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM), da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC), polo acadêmico da Universidade do Estado do Amazonas (UEA), estou realizando a pesquisa intitulada **“Educação Matemática no Ensino Superior Amazônico: Movimentos de Aprendizagem com Tecnologias e Abordagens Pedagógicas Alternativas”**, sob a orientação da Professora Dra. Daise Lago Pereira Souto. O estudo tem como objetivo compreender como se desenvolvem os miniciclones de aprendizagem expansiva, em uma disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO), no curso de Licenciatura em Matemática, do Centro de Estudos Superiores de Tefé (CEST), utilizando tecnologias e abordagens pedagógicas alternativas.

Convido o (a) Sr. (a) para participar da pesquisa. Sua participação é voluntária, não implica em nenhum benefício financeiro e quaisquer prejuízos. É importante que você esteja ciente, que os dados produzidos serão publicados por meio da tese da pesquisadora e/ou em artigos científicos em revistas e periódicos e/ou comunicações orais em eventos, no entanto, é garantido o caráter confidencial da pesquisa, proteção das informações coletadas e sigilo quanto a sua identidade, conforme estabelecido pela legislação.

Inicialmente será realizada a apresentação do projeto aos acadêmicos (as) do Curso de Licenciatura em Matemática, matriculados na disciplina de EDO. Posteriormente, será realizado grupo focal, que ocorrerá no término das atividades. Na sequência, os sujeitos pesquisados terão contato com a abordagem pedagógica proposta.

Neste contexto, a pesquisa se torna relevante, por contribuir com a formação de futuros professores de matemática no interior do Estado do Amazonas, visto que os pressupostos das metodologias ativas/alternativas estão alicerçados no protagonismo do aluno, e, portanto, envolvem estratégias que incentivam o desenvolvimento da autonomia, criatividade e pensamento crítico. Adicionalmente, espero que o uso das mídias, promova nos participantes maior familiaridade com as tecnologias, fazendo com que se sintam mais confortáveis e confiantes em utilizá-las, em sua prática pedagógica.

Considerando as Resoluções nº 466/2012 e 510/2016, do Conselho Nacional de Saúde – CNS (Brasil, 2012, 2016), que preveem apresentar os possíveis riscos que podem ocorrer durante a pesquisa, saliento que poderá haver: Risco mínimo de desconforto ou vergonha



durante a observação participante e no desenvolvimento do grupo focal, visto que neste momento os sujeitos pesquisados expressam livremente suas ideias e opiniões sobre a temática e aspectos da aprendizagem em EDO, ou ainda, risco de constrangimento, ao abordar situações de suas rotinas que influenciam na aprendizagem.

Os riscos elencados podem acontecer em função da metodologia adotada na pesquisa, que privilegia a compreensão e interpretação dos significados sobre a aprendizagem em EDO, no entanto, como procedimentos para amenizar e/ou prevenir os possíveis riscos, serão adotados como medidas mitigadoras: durante o grupo focal, será garantido que apenas os sujeitos pesquisados e pesquisadora estejam no local, para que o participante se sinta a vontade para expor suas percepções, sendo respeitado seu tempo de fala e indagações, ademais, terá total liberdade para não responder a questionamentos que entenda como de cunho constrangedor; Nas observações e grupos focais, a pesquisadora permanecerá atenta e alerta para possíveis sinais verbais e não verbais de desconforto expressados pelos participantes, estando a pronta disposição para acolhimento.

Aos participantes é assegurada a plena liberdade de recusar-se a participar ou retirar seu consentimento, a qualquer momento da pesquisa, sem sofrer quaisquer tipos de penalização; Como medidas para mitigar possíveis impactos negativos, os participantes terão acesso aos resultados da pesquisa, por meio de sua divulgação pública, assim que forem homologados pelo órgão responsável.

Comprometo-me a cumprir as resoluções e seguir todas as normas e recomendações aplicáveis, de acordo com os princípios éticos estabelecidos pelo Comitê de Ética em Pesquisa (CEP). Neste termo de consentimento asseguro, a todos os sujeitos pesquisados, o caráter confidencial e o anonimato no processo de recolhimento dos dados e na publicidade da pesquisa.

Aproveito para ressaltar a importância de sua participação nesta pesquisa, que é voltada ao ensino superior, em particular, na formação inicial de professores de matemática. Seu conhecimento e experiências são valiosos, e o compartilhamento de suas perspectivas e desafios enfrentados no processo de aprendizagem, enriquecerão este estudo e contribuirão para o desenvolvimento de estratégias pedagógicas mais eficazes.

Diante de todo o exposto, destaco que você enquanto participante, tem plena liberdade para decidir a respeito de sua participação voluntária nessa pesquisa. Caso concorde em participar, necessito que preencha e assine este termo de consentimento.



Na necessidade de entrar em contato com a pesquisadora, poderá fazê-lo a qualquer instante por meio do telefone (92) 99164-2992 e/ou e-mail srodrigues@uea.edu.br. Desde já agradeço imensamente por sua participação.

CONSENTIMENTO PÓS-INFORMADO:

Eu,

____ CPF/ou

RG _____, manifesto que aceito participar da pesquisa. Declaro que recebi uma cópia deste termo, declaro ainda que, li e entendi as informações e garantias mencionadas, e que de forma livre e esclarecida, concordo e autorizo, ceder os direitos de minha participação, para serem utilizados integralmente ou em partes, sem restrições de citações, podendo inclusive torná-las pública para o projeto acima descrito.

Participante

CPF _____

Sabrina de Souza Rodrigues

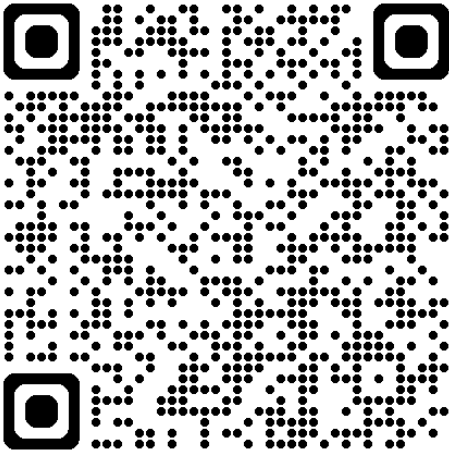
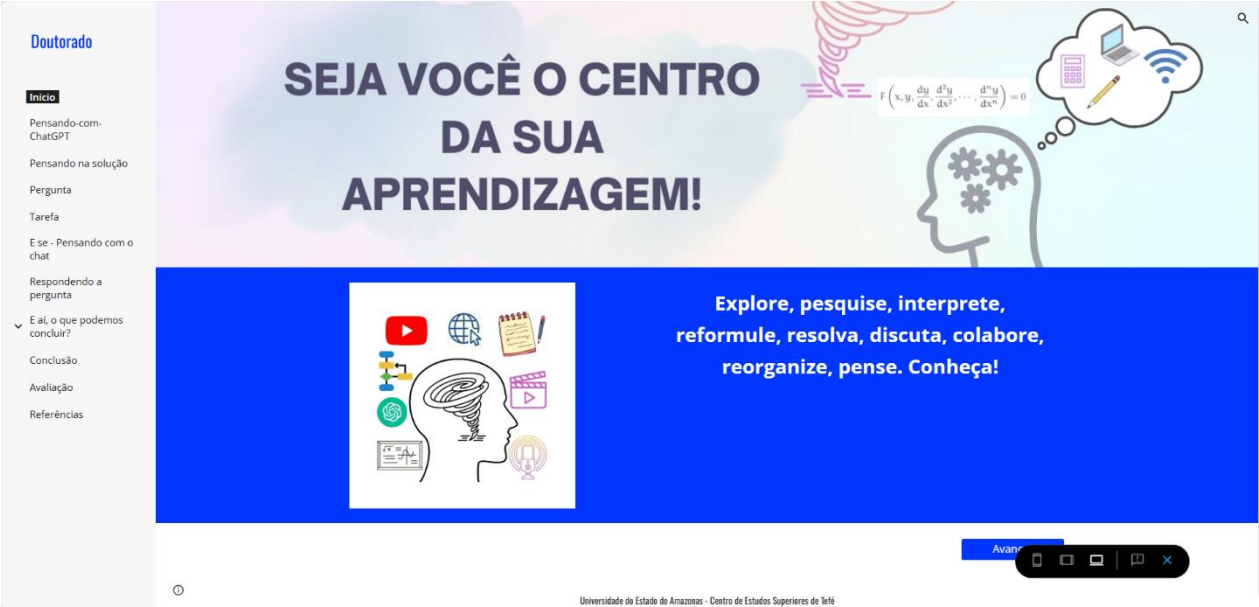
CPF: 850.183.922-15

Pesquisadora Responsável

Tefê/Am, ____/____/2024.



Apêndice B – Episódio 01



Apêndice C – Episódio 02



Atividade envolvendo o software *Modellus*

O aniversário da minha filha está chegando e como estou de férias do trabalho, gostaria muito de fazer um bolo bem bonito para ela, com direito a cobertura de glacê.

Olhei no  uma receita que deu água na boca. Lá me indicava que o forno precisava ser pré-aquecido a 180° . Até aí tudo certo! Agora é chegada a hora de cobrir o bolo com o glacê.



No vídeo era mencionado que, nesta etapa é fundamental que o bolo esfrie para que então se proceda com a aplicação do glacê, caso contrário, o glacê pode derreter!

Este processo de “esperar o bolo esfriar” me faz lembrar da **Lei de Resfriamento**.

Consulte o chatGPT e veja o que ele diz a respeito da lei de resfriamento! Discuta com seu colega o que foi respondido pelo chat e façam aqui anotações a respeito do modelo fornecido!

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Continuando, sei que quando o bolo sai do forno, ele está praticamente com a temperatura interna do forno. Como eu sei?



ChatGPT
Quando um bolo acaba de sair do forno, geralmente está próximo à temperatura interna do forno, que é a temperatura que você configurou. No entanto, a temperatura do bolo começará a diminuir assim que ele for retirado do forno e exposto ao ambiente mais frio. É nesse ponto que a influência da temperatura ambiente se torna evidente.



Desse modo assumo que o bolo foi retirado a 180° .
Suponha a temperatura ambiente de 30° e $k = 0.2$.
Determinem o tempo necessário (em minutos), para que eu comece a confeitaria o bolo, considerando que o bolo precisa atingir a temperatura de 33° !

01/03/2024

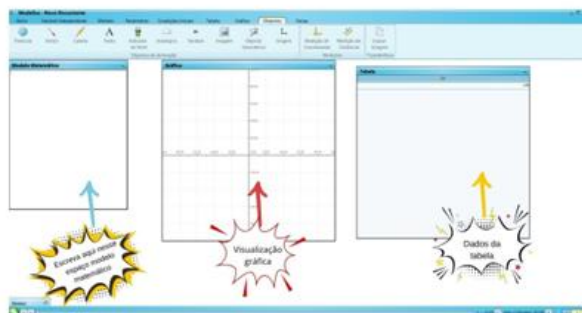
Seja você o centro da sua aprendizagem



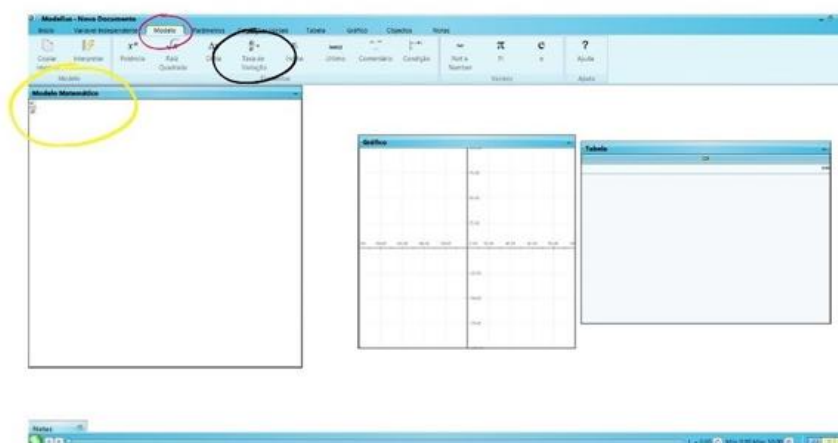
A autenticidade deste documento pode ser conferida no site
<https://edoc.amazonas.am.gov.br/BB69.2AA6.4BBE.6887/352A96BC>
Código verificador: **BB69.2AA6.4BBE.6887** CRC: **352A96BC**



Para tanto, vamos realizar algumas simulações no **Modellus**. Abaixo temos a interface do **Modellus**.



- 1) Comece alterando o tamanho das janelas **modelo matemático**; **gráfico** e **tabela**. Para tanto basta posicionar o cursor no canto inferior e quando estiver com seta dupla arraste;
- 2) Para mover as janelas, basta posicionar o cursor na barra azul onde estão os nomes **modelo matemático**; **gráfico** e **tabela** e mover para onde você desejar;
- 3) Clique em modelo e na sequência no ícone taxa de variação. Observe que no ambiente **modelo matemático** aparece $\frac{d}{dt}$ circulado em amarelo como destacado na figura abaixo;



- 4) Agora escreva a Lei do Resfriamento;

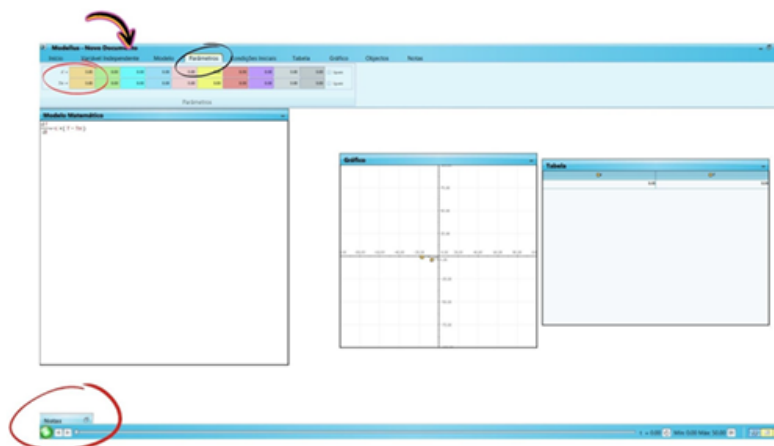
01/03/2024

Seja você o centro da sua aprendizagem





- 5) Clique em interpretar, automaticamente aparecerá o seguinte:



- 6) Insira nos campos na cor laranja o valor de k e o valor de T_m dados no problema;
- 7) Agora clique em condições iniciais, no campo em laranja insira o valor informado no problema;
- 8) Caso queira alterar o intervalo da variável independente, basta clicar na faixa de opções indicado na seta da imagem, item 5);
- 9) Para rodar a simulação clica no botão verde na parte inferior, destacado de vermelho no item 5.

Pede-se:

- a) Observando a tabela com os dados obtidos na simulação, indique o instante que o bolo atinge a temperatura de 33° . Resolva analiticamente a equação diferencial e compare com o fornecido pelo *Modellus*, são compatíveis?
- b) No *Modellus*, faça simulações mudando apenas o valor da constante k . Considere o caso em que $k > 0.2$ e o caso em que $k < 0.2$. Quais as implicações dessa mudança? Discuta!
- c) Agora a mudança ocorrerá apenas na condição inicial. Considere as três hipóteses, $T(0) = 180$; $T(0) = 160$; $T(0) = 190$. O que ocorre com a temperatura nos instantes $t = 52$; $t = 53$ e $t = 54$? Qual a interpretação física disso?
- d) Para acompanhar o bolo que tal um refri bem gelado? Retirei o Baré da geladeira e sua temperatura era de 2° . Suponha que a temperatura ambiente é $T_m = 30$ e $k = 0.2$. O que está ocorrendo com a temperatura? Se eu beber esse refrigerante no instante $t = 2$, qual a temperatura do refri?

01/03/2024

Seja você o centro da sua aprendizagem

